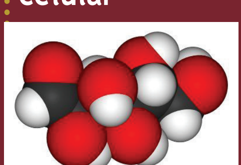
Q.e.d.

Ciencias duras en palabras blandas

N°6 | Agosto 2013
ISSN: 1852-5091

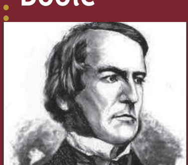
όπερ έδει δείξαι

Envejecimiento celular



Fibonacci en el potrero

Álgebra de Boole



- Rey Pastor
- Lógica matemática
- El Nim de Marienbad
- Estadística
- Demostraciones visuales

EN LA UBA SE ENSEÑA,
SE APRENDE, SE INVESTIGA

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
MÁS UNIVERSIDAD PARA TODOS

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
www.uba.ar

Editorial

Diferencias y semejanzas

“La cantidad de celebro que ha menester el ánima para discurrir y raciocinar es cosa que espanta”, escribió en 1575 Juan Huarte de San Juan en su Examen de ingenios para las ciencias, una obra que pretendía descubrir desde la niñez la aptitud para los estudios. A aquel ingenuo pensador le gustaba analizar, y encontrar diferencias.

En cambio los genios prefieren la síntesis al análisis; y en vez de prestar atención a las diferencias buscan –y hallan– semejanzas.

Para Aristarco, Copérnico y Galileo el movimiento era lo mismo que la quietud; para Einstein, el campo eléctrico igual al magnético; y el espacio, equivalente al tiempo. Jesús igualó a ricos y pobres, negros y blancos, nacionales y extranjeros, perdonó a ladrones y adúlteros, condonó deudas y pidió que nadie juzgase a otro; sino que se imagine en su persona y entienda el mundo desde ese otro ajeno, nuevo y sorprendente sistema de referencia. La relatividad cinética de Aristarco y Copérnico, la mecánica de Galileo, la electromagnética de Einstein y la ética y sentimental de Jesús revelan maneras semejantes de entender el mundo, que les valieron a esos filósofos amenazas y persecuciones. Que alguien, por el poder de su fantasía, invente que la gravedad sea lo mismo que la aceleración, la masa equivalente a la energía, que estar en órbita sea una manera de caer, que las rectas del espacio se arqueen, que lo mismo ocurra con el tiempo; y que esta magnitud, hace mucho, no marchase hacia el futuro ni hacia el pasado, sino de costado, son muestras del fascinante poder de combinatoria de la mente humana. Haber conseguido pensar en esas locuras es por sí mismo prodigioso, y una fuente de maravilla y perplejidad.

Pero que todo eso, además de imaginable sea cierto y comprobado, y que a algunos de esos hechos se les encuentre utilidad práctica e industrial, desborda todo límite de admiración y de sorpresa. ¡Cuánto ignoramos! O mejor: ¡Cuánto hay para aprender!

Q.e.d. se aprovecha de eso. Cualquiera sea el tema que toque habrá casi seguramente quien no lo sabía, y se entere aquí. Y si así no fuera nos leerá igualmente con indulgencia y colaborará con algún artículo. Recibirá en pago, quizás, el asombro de algún lector o lectora.

Agustin Rela

Staff

Q.e.d.
Ciencias duras en palabras blandas©

Revista trimestral de divulgación
Año 4, número 6

Universidad de Buenos Aires
Ciclo Básico Común (CBC)
Departamento de Ciencias Exactas
Pabellón 3, Ciudad Universitaria, Buenos Aires, Argentina

Directores:
Agustín Rela
Juan Carlos Pedraza

Editor:
Carlos Borches

Diseño:
Pablo Gabriel González

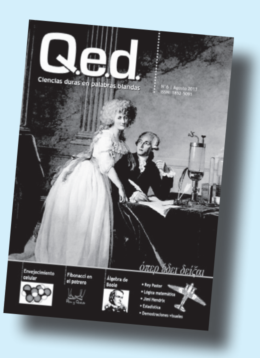
Consejo editorial:
Cecilia Di Risio
Flora Gutiérrez
Jorge Ferronato
Jorge Sztrajman
Patricia Fauring

Agradecemos la colaboración de
Abelardo Sztrum
Andrea Rey
Ángela B. Juárez
Christian Espíndola
Fabián Blanco
Juan Pinasco
María C. Ríos de Molina

Impresa en La Copia

revistaqed@cbc.uba.ar
http://www.slideshare.net/revistaqed
http://www.qed.cbc.uba.ar

+54 11 4789-6000, interno 6083
+54 11 4781-0706
ISSN 1852-5091



Q.e.d. Ciencias duras en palabras blandas

Artículos

Secciones

***Q.e.d.*, *Quod erat demonstrandum*,** *es una expresión latina que significa:*

lo que se quería demostrar

Tiene su origen en la frase griega ὅπερ ἔδει δεῖξαι (óper édei deíjai), que usaron muchos matemáticos, entre ellos Euclides y Arquímedes, para señalar que habían alcanzado la demostración que buscaban.

El estrés oxidativo

Abelardo Sztrum **Ángela B. Juárez** **María C. Ríos de Molina**

Laboratorio de Enzimología Estrés y Metabolismo, Dpto. Química Biológica, FCEN, UBA

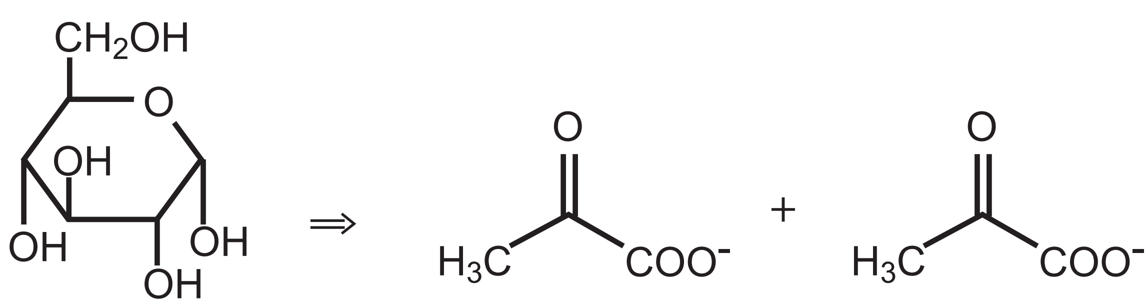
En 1789 tuvo lugar una violenta explosión popular que pasó a la historia como la Revolución Francesa. Ese mismo año, un francés que acompañó a la revolución desde la fila de los moderados empleó por primera vez el término "radical". Se trataba de Lavoisier, era químico, y cuando hablaba de radical no se refería a la política sino a una "entidad" que componían los ácidos con el oxígeno.

Lavoisier perdió la cabeza en la guillotina, pero hoy no se puede hablar de química sin rendirle un republicano tributo.

Hacia fines del siglo XIX, Eduard Buchner demostró que procesos claves para el mantenimiento de la vida, como la fermentación, podían ocurrir fuera de la célula viva; además propuso que la fermentación resulta de la actividad de una enzima, que llamó zimasa. Años más tarde Buchner ganaría el premio Nobel por estas investigaciones.

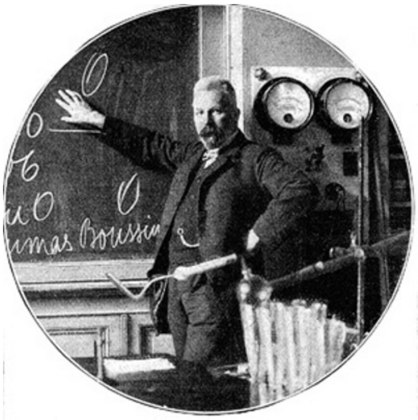
Actualmente incluimos este proceso en el llamado proceso de la glucólisis, del griego glycos: azúcar + lysis: ruptura. La glucólisis es la vía metabólica encargada de oxidar la glucosa y producir energía química, almacenada principalmente en el ATP (adenosín trifosfato), energía química que es utilizada por la célula para cumplir sus funciones vitales.

La glucólisis no requiere la presencia de oxígeno, es decir ocurre en condiciones anaeróbicas. A partir de los descubrimientos de Buchner, pudo aceptarse también que este proceso, indispensable para la vida, surgió con la aparición de las primeras células, o antes. En 1941, Fritz Lipman y Herman Kalkar descubrieron las funciones de los compuestos de alta energía como el ATP en el metabolismo celular. La glucólisis anaerobia tiene un rendimiento energético de 2 moléculas de ATP (compuesto de alto contenido energético) por molécula de glucosa.



Los organismos primitivos se originaron hace más de 3.500 millones de años, en un mundo cuya atmósfera carecía de oxígeno molecular (O_2), por lo cual la glucólisis se considera como la vía metabólica más primitiva. Esta vía metabólica consiste de 10 reacciones enzimáticas en las cuales la glucosa se convierte en piruvato. Dicha transformación conlleva a la producción de dos moléculas de ATP.

$$Glucosa + 2NAD^{+} + 2ADP + 2P_{i} \Rightarrow 2piruvato + 2NADH + 2ATP + 2H^{+} + 2H_{2}O$$



Eduard Buchner (1860-1917) fue un químico alemán galardonado con el premio Nobel en 1907 por su descubrimiento de la fermentación en ausencia de células vivas.
Murió a los 57 años por las heridas de balas recibidas en batalla, durante la Primera Guerra Mundial, donde sirvió en un hospital de campaña en primera línea.

El "metabolismo aerobio"[1] (respiración aerobia) surgió después de la aparición del proceso de fotosíntesis oxigénica en las primeras cianobacterias (organismos procariotas), las cuales fueron responsables de que se liberara oxígeno a la atmósfera. El enriquecimiento de la atmósfera terrestre con O_2, representó hace unos 2.000 millones de años, el factor evolutivo que permitió el desarrollo de un metabolismo aerobio mucho más eficiente que el anaerobio y favoreciendo así la gran diversificación de los organismos.

Durante el proceso conocido como respiración celular, los organismos aerobios utilizan el oxígeno atmosférico en la combustión de moléculas como la glucosa, para la obtención de la energía requerida por la célula. La respiración celular tiene lugar en tres etapas: glucólisis, ciclo de Krebs y cadena respiratoria (Fig.1) que, en las células eucariotas, se lleva a cabo gracias a una organela celular especializada, la mitocondria, que representa la "usina" de las células eucariotas con metabolismo aerobio. La primera etapa ocurre sin la intervención del oxígeno, estando presente tanto en células aerobias como anaerobias, en tanto que las dos últimas son exclusivas de las células aerobias. Si bien el Ciclo de Krebs no utiliza directamente O_2, lo requiere al estar asociado a la fosforilación oxidativa acoplada a la cadena de transporte de electrones (cadena respiratoria). Si se considera la degradación total de la molécula de glucosa, la célula obtiene un total de 38 ATP, es decir 19 veces el rendimiento obtenido mediante el metabolismo anaeróbico (glucólisis más fermentación). Aunque los hidratos de carbono (principalmente la glucosa) son las principales moléculas degradadas por la respiración aerobia, también pueden degradarse lípidos y proteínas. La respiración celular es, por lo tanto, el conjunto de reacciones bioquímicas por medio de las cuales se degradan los compuestos orgánicos (hidratos de carbono, lípidos, proteínas) provenientes de las fuentes de reserva celulares o, en el caso de animales, de la alimentación, a sustancias inorgánicas, liberando energía que es almacenada en forma de ATP.

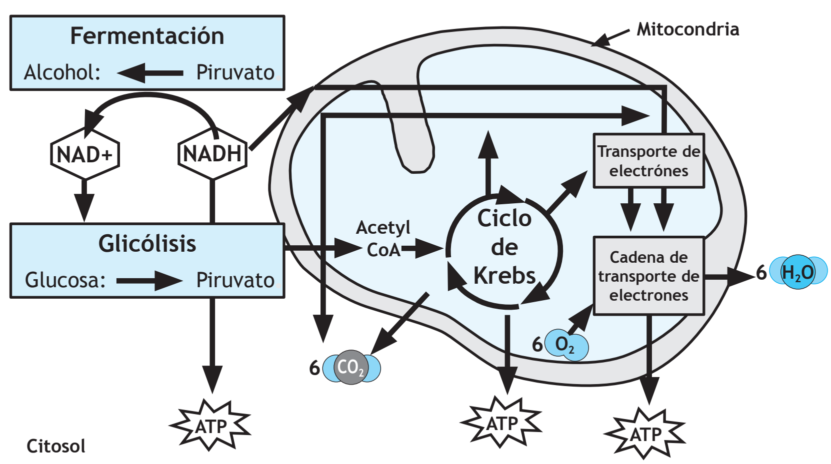
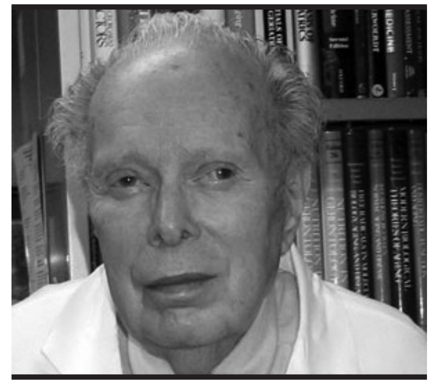


Fig. 1. Esquema simplificado de las tres etapas bioquímicas del metabolismo aeróbico. La gran ventaja energética de los organismos aerobios eucariotas reside en la adquisición de las mitocondrias, donde tienen lugar el ciclo de Krebs y la cadena de transporte electrónico de la respiración celular.

¡¡¡$C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2 \rightarrow 6\ CO_2 + 6\ H_2O + 38\ ATP$ alrededor de 2.880 $kJmol^{-1}$!!!

1) El adjetivo "aerobio" se aplica tanto a los procesos implicados como a los ambientes donde se realizan ("metabolismo aerobio" y "ambiente aeróbico, respectivamente). Un "ambiente aerobio" es rico en oxígeno, en tanto que en uno anaeróbico el oxígeno está ausente.

El extraordinario aumento de la eficiencia energética adquirido por los organismos que desarrollaron un metabolismo aeróbico en respuesta a una atmósfera enriquecida por oxígeno, representó también uno de los primeros grandes eventos de toxicidad que condujo, a través de la evolución, a que los organismos desarrollen mecanismos de defensa contra los productos de las sucesivas reducciones monoelectrónicas que sufre el oxígeno, formando las Especies Reactivas del Oxígeno (EROs en castellano, ROS por las siglas en inglés). Estas moléculas poseen una altísima reactividad con la mayoría de las moléculas biológicas, provocando su oxidación, la cual puede devenir en pérdida de función y/o lisis.



Denham Harman, nacido en 1916, es reconocido como el padre de la teoría que explica el rol de los radicales libres en el envejecimiento.

En 1789 Antoine-Laurent de Lavoisier utilizó el término “radical” para describir una “entidad” que componían los ácidos con el oxígeno. Este término se siguió asociando a distintos tipos de moléculas orgánicas, aunque prestándose a confusión en muchas oportunidades. Posteriormente, en 1847, Michael Faraday demostró las fuertes propiedades paramagnéticas del oxígeno, propiedades que luego se atribuirían a las moléculas con electrones desapareados llamadas Radicales Libres. Recién en el año 1900, los experimentos de Moses Gomberg dieron una base sólida para explicar la existencia de los radicales, que se caracterizaban por su alta reactividad; desde entonces, numerosos estudios químicos se orientaron a dilucidar la naturaleza de estas moléculas reactivas e inestables [1], las cuales hoy se incluyen dentro de las llamadas EROs.

Con el desarrollo de las técnicas de Resonancia Paramagnética Electrónica, en 1954 fue posible detectar y cuantificar la presencia de radicales libres en tejidos animales y vegetales, encontrando una asociación entre el estado metabólico y la producción de dichos radicales [2]. Asimismo, se propuso que los radicales libres eran los responsables de la toxicidad del oxígeno [3]. Este hecho tuvo una fuerte repercusión en la fisiología, ya que hasta el momento se consideraba que la inestabilidad de los radicales libres conocidos y su corta vida media, los hacían poco relevantes para los procesos bioquímicos en los que se podían formar [2]. Dos años después, Denham Harman describió a los radicales libres como “Cajas de Pandora” que se forman como sub-productos de ciertas reacciones enzimáticas y causan daños celulares, mutagénesis, cáncer y los procesos degenerativos del envejecimiento biológico [4]. El descubrimiento de la enzima Superóxido Dismutasa y su función neutralizadora del radical superóxido [5], confirmó de manera contundente la relevancia de los radicales libres en la biología [4].

Desde el punto de vista químico, los compuestos capaces de aceptar electrones son agentes oxidantes y los donantes son agentes reductores. Cuando un agente reductor dona su electrón, está causando la reducción de otro compuesto y recíprocamente, un oxidante acepta el electrón de un agente que se está oxidando. Desde un punto de vista biológico, los agentes reductores y oxidantes que interaccionan con las macromoléculas de los organismos suelen denominarse antioxidantes y pro-oxidantes respectivamente [6].

En 1985, Helmut Sies definió el término estrés oxidativo referido a un sistema biológico como “una perturbación del equilibrio pro-oxidantes/antioxidantes, a favor de los primeros, que conduce a un potencial daño” [7]. Todos los organismos aeróbicos generan un nivel basal de especies pro-oxidantes como consecuencia de la respiración mitocondrial, el cual es contrarrestado por la producción de enzimas y metabolitos antioxidantes [7]. En el caso de los organismos fotosintéticos, muchos eventos relacionados a la etapa fotoquímica de la fotosíntesis son generadores de radicales libres y otras EROs. Cuando la intensidad lumínica es elevada y la incidencia de fotones en el cloroplasto sobrepasa la capacidad fotosintética del mismo, tiene lugar el efecto conocido como fotoinhibición, entrando la célula de este modo en estado de estrés oxidativo [8-9]. El estrés oxidativo ejerce un amplio rango de efectos a nivel celular, entre

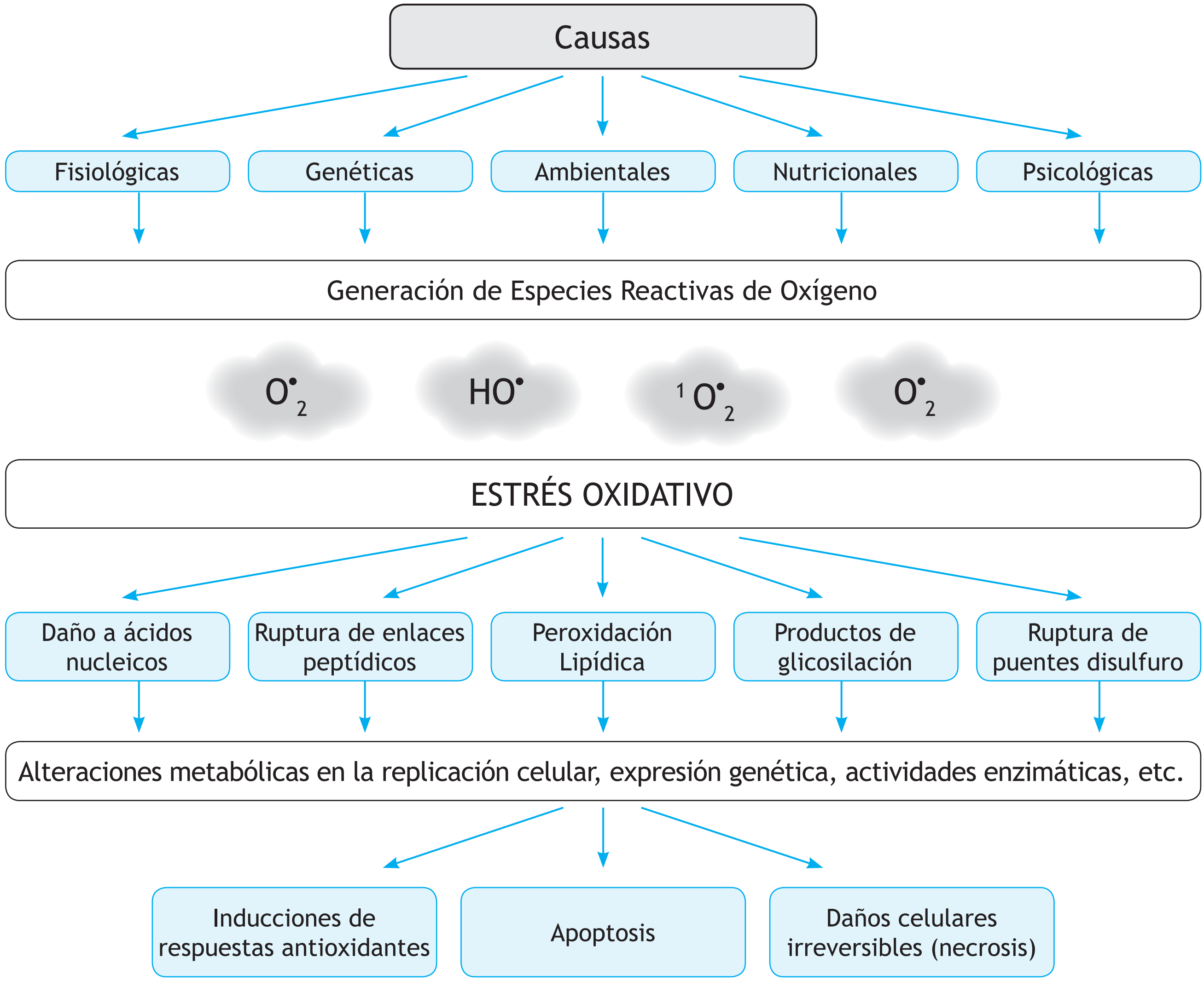


Fig. 2. Esquema de las causas y efectos relacionados con el estrés oxidativo.
O_2.- radical superóxido, HO. radical hidroxilo, $^1O_2$. oxígeno singulete, ROO. Radical peroxilo

los que se encuentran tanto la inhibición de la división como la elevada proliferación celular, la senescencia, la necrosis y/o la apoptosis [10] (Fig. 2).

El normal funcionamiento de un organismo implica una ligera preponderancia de las especies pro-oxidantes por sobre las antioxidantes [10], es decir, que el sistema antioxidante no anula a las especies pro-oxidantes, sino que las regula [11]. Este hecho se ha explicado desde el punto de vista energético de la célula: generar un exceso de defensas antioxidantes podría ser más costoso que reparar una cierta cantidad de macromoléculas dañadas [10]. Otro motivo por el cual la “balanza” de los organismos aeróbicos está siempre inclinada hacia el lado de las especies pro-oxidantes, es la excepcional reactividad de algunas de ellas, como es el caso del radical hidroxilo (OH•), que reacciona inmediatamente con cualquier molécula que encuentre en su entorno, transformándola en otra especie prooxidante, lo que contribuye a mantener el desbalance hacia el estado general prooxidante. Como concepto general, ante una situación de estrés, un organismo puede atravesar distintos estados de perturbación que, según su intensidad y duración, pueden progresar hacia daños más severos o revertir hacia un estado de salud [12].

El estrés oxidativo se encuentra involucrado en procesos relacionados con el cáncer, diabetes, hipertensión y enfermedades degenerativas (Parkinson, Alzheimer, etc.), entre otras [13]. Sin embargo actualmente se sabe que en los seres vivos las EROs endógenas también están involucradas en numerosas cascadas de señalizaciones, imprescindibles para la homeostasis de los organismos, actuando como moléculas de defensa contra patógenos en fagocitos, durante los procesos de inflamación, como señales reguladoras de diversas vías metabólicas y en la respuesta a ciertas hormonas y factores de crecimiento involucrados en la señalización dependiente del estado de óxido-reducción del sistema [14].

El creciente interés por los efectos, tanto beneficiosos como perjudiciales, asociados al estrés oxidativo queda reflejado con el incremento en los trabajos publicados en esta área del conocimiento que para el año 2009 alcanzaron a más de 11.000 contribuciones (Fig. 3) de las cuales un número significativo se encuentra relacionado con las alteraciones de diversos parámetros fisiológicos por exposición a contaminantes [15-17]. Dichos estudios han permitido proponer al estrés oxidativo, evaluado como daño celular y/o alteración en los niveles de defensas antioxidantes, como un valioso biomarcador de exposición a los más diversos agentes físico-químicos, área dentro de la cual se encuentran enmarcados los estudios que realizamos en el Laboratorio de Enzimología Estrés y Metabolismo del Departamento de Química Biológica de la FCEyN – UBA, a través de los cuales se evaluó el efecto pro-oxidante de metales pesados [18-20] y plaguicidas [21-22].

Estudios sobre estrés oxidativo se están realizados en los más diversos sistemas

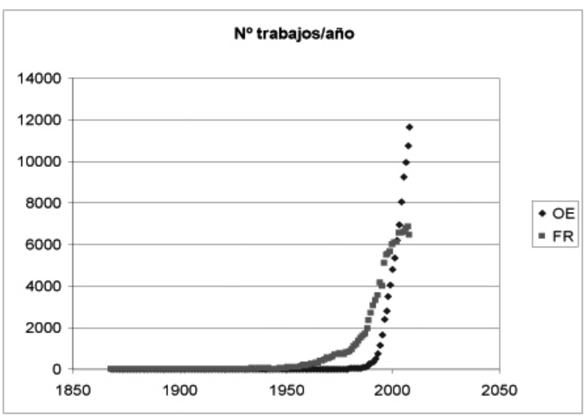
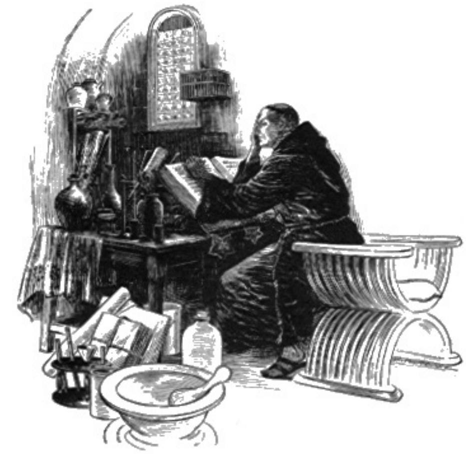


Fig. 3. Evolución de publicaciones sobre EO a lo largo de los años. (Fuente: Scopus, 2009) OE: Oxidative stress (estrés oxidativo), FR: Free radicals (radicales libres).

biológicos, bajo condiciones fisiológicas o bajo la acción de una fuente exógena de estrés. Procariontes [23], organismos autótrofos y heterótrofos [24-26] incluyendo humanos [27-28] , cadenas tróficas [22] y Virus [29], son algunos de modelos actualmente en estudio.

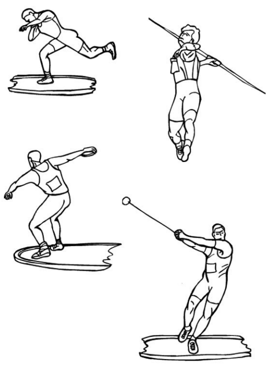
En medicina se ha demostrado la participación del estrés oxidativo en la etiología de numerosas enfermedades y paralelamente se están estudiando numerosas fuentes de antioxidantes, de aplicación fundamentalmente en medicina preventiva. También se ha comprobado la efectividad de pre-tratamientos con oxígeno hiperbárico a pacientes que deben ser transplantados, lo que les produce un aumento en las defensas antioxidantes al momento del transplante. Durante la escisión del órgano se produce un estado de anoxia, la cual se revierte bruscamente al volver a conectar los vasos sanguíneos; este fenómeno conocido como “isquemia - reperfusión” provoca estrés oxidativo, lo que podría llegar a dañar irreversiblemente al órgano transplantado.

En el área de salud nutricional, ha aumentado la administración de dietas hipocalóricas, con un marcado consumo de verduras frescas, la mayoría de las cuales contienen varios componentes antioxidantes, favoreciendo la salud y por ende el aspecto general de la persona. Además, en el área cosmética, día a día aumenta la oferta de productos antioxidantes, fundamentalmente para el mejoramiento y protección de la piel.



La búsqueda del elixir de la vida, la panacea (del griego panakos, remedio para todo) para garantizar la vida y juventud eterna, acompañó los sueños de la humanidad durante siglos.
En la Edad Media, junto a la piedra filosofal, el elixir constituyó la principal preocupación de los alquimistas, como Roger Bacon y Alberto Magno, quienes creían que el oro disuelto en agua era la mentada panacea. Como sucedió tantas veces a lo largo de la historia de la ciencia, aunque los objetivos puedan resultar risibles en el siglo XXI, promovieron prácticas y habilidades que prepararon el terreno para la química moderna.

En la imagen, Roger Bacon, tal como fue retratado en Thirty more famous stories retold, de James Baldwin



La ciencia aplicada al deporte competitivo ha determinado que el balance u homeostasis del estado oxidativo, para el caso de la actividad física intensa, está íntimamente relacionado tanto con las características del ejercicio (intensidad, duración, grupos musculares involucrados, etc.) [30], como con el estado propio del atleta (fisiológico, metabólico, nutricional, psicológico, etc.) [31-32] y las condiciones externas en las cuales se realiza dicha actividad (altitud, variaciones estacionales, ambientales, etc.) [33]. Las complejas interacciones entre estos y otros factores han motivado, en las principales potencias deportivas del mundo, una gran cantidad de estudios enfocados al conocimiento y desarrollo de marcadores tempranos del estado oxidativo de los atletas de alto rendimiento, que contribuyan a protegerlos del daño molecular y celular asociado a la intensa actividad física realizada por los mismos [30, 34-35].

El estrés oxidativo representa, por lo tanto, uno de los grandes desafíos de la ciencia actual para vislumbrar la complejidad de los mecanismos que operan en el delicado equilibrio que existe entre lo beneficioso y lo perjudicial para los seres vivos. Dichos mecanismos, por ser propios de todas las formas de vida aerobia conocida, aportan evidencias sobre la evolución de la vida en nuestro planeta, así como la posibilidad de desarrollo de numerosas aplicaciones relacionadas con la salud. De este modo, los seres humanos esperamos satisfacer, al mismo tiempo, dos de los mayores motivadores de nuestras inquietudes a lo largo de la historia: La curiosidad por nuestro origen sobre la tierra y la obstinada búsqueda del "elixir" que nos permita mejorar y prolongar nuestra esperanza de vida.

Bibliografía

[1] Parsons AF. 2000. An introduction to free radical chemistry. Blackwell Science Ltd., London.

[2] Commoner B, Townsend J, Pake GE. 1954. Free Radicals in Biological Materials. Nature 174:689-691.

[3] Gerschman R, Gilbert DL, Nye SW, Dwyer P, Fenn WO. 1954. Oxygen Poisoning and X-Irradiation: A Mechanism in Common. Science 119:623-626.

[4] Dröge W. 2002. Free Radicals in the Physiological Control of Cell Function. Physiological Reviews 82:47-95.

[5] Mc Cord JM, Fridovich I. 1969. Superoxide dismutase: an enzymic function for erythrocuprein (hemocuprein). J Biol Chem 244:6049-6055.

[6] Kohen R, Nyska A. 2002. Oxidation of Biological Systems: Oxidative Stress Phenomena, Antioxidants, Redox Reactions, and Methods for Their Quantification. Toxicol Pathol 30:620-650.

[7] Sies H. 1985. Oxidative stress: introductory remarks. In Sies H, ed, Oxidative stress. Academic Press, London, p. 18.

[8] Asada K. 1996. Radical Production and Scavenging in the Chloroplasts. In Baker NR, ed, Photosynthesis and the Environment. Kluwer Academic Publishers, pp 123-150.

[9] Niyogi KK. 1999. Photoprotection Revisited: Genetic and molecular approaches. Annu Rev Plant Physiol Plant Mol Biol 50:333-359.

[10] Halliwell B. 2007. Biochemistry of oxidative stress. Biochemical Society Transactions 035:1147-1150.

[11] Pomposiello PJ, Bennik MHJ, Demple B. 2001. Genome-Wide Transcriptional Profiling of the Escherichia coli Responses to Superoxide Stress and Sodium Salicylate. J Bacteriol 183:3890-3902.

[12] Depledge MH. 1989. The rational basis for detection of the early effects of marine pollutants using physiological indicators. Ambio 18:301-302.

[13] Packer L, Cadenas E. 2007. Oxidants and antioxidants revisited. New concepts of oxidative stress. Free Radical Research 41:951-952.

[14] Winterbourn CC. 2008. Reconciling the chemistry and biology of reactive oxygen species. Nat Chem Biol 4:278-286.

[15] Adams SM. 2001. Biomarker/bioindicator response profiles of organisms can help differentiate between sources of anthropogenic stressors in aquatic ecosystems. Biomarkers 6:33-44.

[16] Valavanidis A, Vlahogianni T, Dassenakis M, Scoullos M. 2006. Molecular biomarkers of oxidative stress in aquatic organisms in relation to toxic environmental pollutants. Ecotoxicology and Environmental Safety 64:178-189.

[17] Di Giulio RT. 1991. Indices of oxidative stress as biomarkers for environmental contamination. In Mayes MA, Barron MG, eds, Aquatic toxicology and risk assessment: Fourteenth volume. ASTM STP, Philadelphia, pp 15-31.

[18] Sabatini SE, Chaufan G, Juárez ÁB, Coalova I, Bianchid L, Eppis MR, Molina MdCRd. 2009. Dietary copper effects in the estuarine crab, Neohelice (Chasmagnathus) granulata, maintained at two different salinities. Comparative Biochemistry and Physiology Part C 150:521-527.

[19] Rocchetta I, Mazzuca M, Conforti V, Ruiz L, Balzaretti V, Molina MdCRd. 2006. Effect of chromium on the fatty acid composition of two strains of Euglena gracilis Environmental Pollution 141:353-358.

[20] Sabatini SE, Juárez AB, Eppis MR, Bianchi L, Luquet CM, RÍos de Molina MC. 2009. Oxidative stress and antioxidant defenses in two green microalgae exposed to copper. Ecotoxicol Environ Safety 72:1200-1206.

[21] Romero DM, Molina MCRd, Juárez ÁB. 2011. Oxidative stress induced by a commercial glyphosate formulation in a tolerant strain of Chlorella kessleri Ecotoxicology and Environmental Safety En prensa.

[22] Chaufan G, Juárez Á, Basack S, Ithuralde E, Sabatini SE, Genovese G, Oneto ML, Kesten E, Molina MdCRd. 2006. Toxicity of hexachlorobenzene and its transference from microalgae (Chlorella kessleri) to crabs (Chasmagnathus granulatus). Toxicology 227:262-270.

[23] Ziegelhoffer EC, Donohue TJ. 2009. Bacterial responses to photo-oxidative stress. Nat Rev Micro 7:856-863.

[24] Brain RA, Cedergreen N. 2009. Biomarkers in aquatic plants: selection and utility (Review). Rev Environ Contam Toxicol 198:49-109.

[25] Torres MA, Barros MP, Campos SCG, Pinto E, Rajamani S, Sayre RT, Colepicolo P. 2008. Biochemical biomarkers in algae and marine pollution: A review. Ecotoxicol Environ Saf 71:1-15.

[26] Kammenga JE, Dallinger R, Donker MH, Köhler HR, Simonsen V, Triebskorn R, Weeks JM. 2000. Biomarkers in terrestrial invertebrates for ecotoxicological soil risk assessment (review). Rev Environ Contam Toxicol 164:93-147.

[27] Hong Y, Park M, Koh J, Oh S, Kim H, Park E, Lee K, Leem J, Ha E. 2008. Is Oxidative Stress from Environmental Chemical Exposure Causing Insulin Resistance in Urban Population? Epidemiology 19:S285.

[28] Miller EA, Ríos de Molina MC, Domínguez G, Guerra LN. 2008. Thyroid hormone effect in human hepatocytes. Redox Report 13:185-191.

[29] Riva DA, Ríos de Molina MC, Rocchetta I, Gerhardt E, Coulombié FC, Mersich SE. 2006. Oxidative stress in Vero cells infected with vesicular stomatitis virus. Intervirology 49:294-298.

[30] Finaud J, Lac G, Filaire E. 2006. Oxidative Stress: Relationship with Exercise and Training. Sports Medicine 36:327-358.

[31] Paik I-Y, Jeong M-H, Jin H-E, Kim Y-I, Suh A-R, Cho S-Y, Roh H-T, Jin C-H, Suh S-H. 2009. Fluid replacement following dehydration reduces oxidative stress during recovery. Biochemical and Biophysical Research Communications 383:103-107.

[32] Venkatraman JT, Pendergast DR. 2002. Effect of Dietary Intake on Immune Function in Athletes. Sports Medicine 32:323-337.

[33] Pialoux V, Brugniaux JV, Fellmann N, Richalet J-P, Robach P, Schmitt L, Coudert J, Mounier R. 2009. Oxidative stress and HIF-1[alpha] modulate hypoxic ventilatory responses after hypoxic training on athletes. Respiratory Physiology & Neurobiology 167:217-220.

[34] Vollaard NBJ, Shearman JP, Cooper CE. 2005. Exercise-Induced Oxidative Stress: Myths, Realities and Physiological Relevance. Sports Medicine 35:1045-1062.

[35] Teixeira V, Valente H, Casal S, Pereira L, Marques F, Moreira P. 2009. Antioxidant status, oxidative stress, and damage in elite kayakers after 1 year of training and competition in 2 seasons. Applied Physiology, Nutrition, and Metabolism 34:716-724.

“Sólo tardaron un instante en cortarle la cabeza, pero puede que Francia no produzca otra como la suya en todo un siglo” (*)

Algunos lo llamaron “el Newton de la Química”, aunque Antoine Lavoisier (1743-1794) expandió su curiosidad por diversos campos, desde el derecho hasta la geología, pasando por la política y la economía. Pero fue escuchando al astrónomo Nicolas Louis de Lacaille cuando comenzó a volcarse por las ciencias.

A los 23 años recibió la Medalla de Oro de la Academia Francesa de Ciencias por su ensayo sobre la mejor forma de iluminar las calles de una gran ciudad. Unos años después se casó con Marie-Anne Pierrette Paulze, que por entonces tenía trece años y se transformó en su activa colaboradora.

Durante el siglo XVIII, el estudio químico de los gases adquirió un notable empuje en Gran Bretaña. El fisiólogo Stephen Hales desarrolló la cuba neumática para recoger y medir el volumen de los gases liberados en un sistema cerrado y desencadenó una serie de descubrimientos. El escocés Joseph Black publicó en 1756 sus estudios sobre las reacciones de los carbonatos de magnesio y de calcio que le permitió descubrir el dióxido de carbono, que Black denominaba aire fijo.

En la década siguiente, el físico británico Henry Cavendish aisló el ‘aire inflamable’ (hidrógeno). También introdujo el uso del mercurio en lugar del agua como el líquido sobre el que se recogían los gases, posibilitando la recogida de los gases solubles en agua. Esta variante fue utilizada con frecuencia por el multifacético británico Joseph Priestley, quien recogió y estudió casi una docena de gases nuevos.

Mientras estudiaba las propiedades del CO_2 producido en una fábrica de cerveza, Priestley descubrió que cuando el gas se disolvía en agua producía una bebida agradable que llamó soda. No explotó comercialmente la idea pero sirvió para aumentar su prestigio social, prestigio que no alcanzaba para compensar los odios que desataba la libertad de su pensamiento. Sus conciudadanos no toleraban el espíritu crítico del clérigo Priestley ni mucho menos su adhesión a la causa revolucionaria republicana que estalló en América (1776) y luego en Francia (1789)

Mientras tanto, la vida de los Lavoisier transcurría gratamente. Con ingresos provenientes de la Ferme-Générale, una corporación encargada de cobrar impuestos, los Lavoisier se dedicaban buena parte de su tiempo a la ciencia y a organizar veladas con políticos e intelectuales. Cuentan que fue en una de esas cenas donde los Lavoisier conocieron a Priestley.

El inglés entusiasmó a todos con sus descubrimientos y del salón marcharon todos al laboratorio. Priestley le abrió la puerta y Lavoisier trazó el sendero que lo inmortalizaría en el mundo de la química, aunque con el tiempo nacieran rencores entre los dos

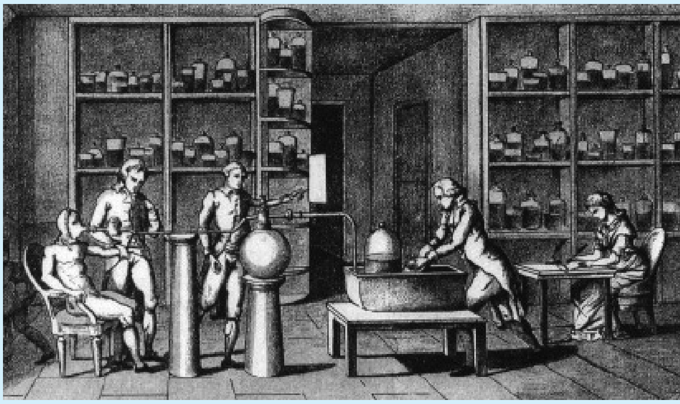
Los últimos años del siglo XVIII fueron malos para nuestros protagonistas. Los flemáticos británicos perdieron la calma con Priestley y le quemaron su casa. El inglés republicano tuvo que huir a Estados Unidos y terminar sus días bajo la protección de Thomas Jefferson.

Peor les fue a los Lavoisier. En 1794, Antoine fue acusado de traición y condenado, junto al padre de Marie-Anne, a la guillotina. Eran tiempos jacobinos y ellos eran del ala girondina, moderada, de la revolución. La posición de ambos en la Ferme-Générale jugó en contra, aunque el propio acusador, Antoine Dupín, también había sido miembro de la Ferme.

El 8 de mayo de 1794, Marie-Anne perdía a su padre y a su esposo y comenzaba un largo calvario. Le fueron confiscadas todas sus propiedades, el laboratorio y todos los papeles de su esposo, no obstante se las ingenió para reunir y editar *Memorias de Química*, una recopilación de los trabajos que realizaron juntos donde aparecen ordenados los principios de la nueva química. Muchos años después, Marie-Anne volvió a casarse, esta vez con el famoso físico Benjamín Thomson, el Conde Rumford, pero nunca dejó de usar el apellido Lavoisier.

F.B + C.B

(*) ”Cela leur a pris seulement un instant pour lui couper la tête, mais la France pourrait ne pas en produire une autre pareille en un siècle.” escribió el matemático Lagrange lamentando la suerte final de Lavoisier



Experimentos de Lavoisier sobre respiración humana. El dibujo es de Marie-Anne Lavoisier, quien se ubica a si misma tomando notas, en el extremo derecho de la obra

Juan C. Pedraza
CBC - UBA

Pan y Queso

Hay quienes disfrutan de jugar por jugar y quienes no bien aprenden las reglas se lanzan en la búsqueda de la estrategia ganadora.

Para los que no se quedan en el caso particular, vayan estos juegos inspirados en el Pan y Queso de los potreros.

En mi querido barrio de Liniers, era frecuente comenzar la tarde con un Pan y Queso para armar los dos equipos de fútbol que ese día se enfrentarían hasta que nuestras madres nos llamaran a cenar. Por si no lo recuerda, describimos el método brevemente.

Consiste en que los dos capitanes de los equipos a formarse, los llamaremos Lucía y Marcelo, se paran uno frente al otro a una distancia prudencial de tres o cuatro metros aproximadamente. Comienza Lucía colocando su pie derecho pegado y delante de su pie izquierdo acercándose un paso hacia donde está Marcelo. Mientras hace este movimiento, declara solemnemente: “Pan”. A continuación Marcelo hace lo propio poniendo su pie derecho pegado y delante de su pie izquierdo y declarando “Queso”. Se repite este procedimiento, siempre colocando un pie delante del otro: pan, queso, pan, queso…, hasta que uno de los jugadores pisa al rival y gana la prioridad de jugar o de elegir compañeros de juego.

Nuestro juego, guarda el aire del tradicional. Se juega sobre un tablero que bien puede simularse en un patio con varias baldosas alineadas. En cada turno Lucía y Marcelo podrán avanzar una, dos o tres baldosas, según su conveniencia. Como en el juego clásico, el objetivo es pisar al rival.

Reglas de juego

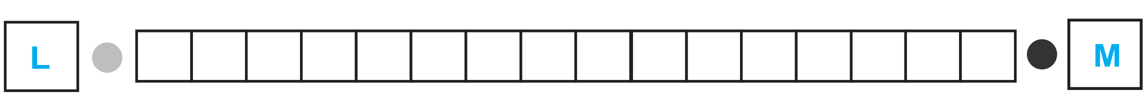
Jugadores: Dos jugadores: Lucía y Marcelo.

Equipo: Un tablero de 1 por 16. Dos fichas de distinto color[1].

Comienzo: Se colocan las dos fichas en los extremos del tablero, fuera del mismo. Se sortea el primer turno (Pan) y el segundo turno (Queso) y el color de ficha con la que juega cada jugador.

El juego: Cada jugador por turno puede mover su ficha una, dos o tres casilleros.

Fin de juego: El jugador que logra colocar su ficha sobre la ficha de su oponente, gana el juego.



UNA PARTIDA (PARA ENTRAR EN CALOR)

Como en otros juegos, la mejor manera de aprender a jugar es… jugando. Este principio también es aplicable a la matemática.

Veamos pues la primera partida de Pan y Queso que juegan Lucía y Marcelo, apenas entendidas las reglas de movimiento. Por comodidad, numeramos los casilleros (o mejor, las baldosas) del 1 al 16.

1 Como en el tradicional es más lindo armar el tablero con baldosas alineadas y que las fichas sean los mismos Lucía y Marcelo. Que sean 16 es una arbitrariedad que puede variar a gusto de los jugadores.

RELATAMOS EL JUEGO COMO SI FUERA UN PARTIDO DE FÚTBOL

Comienza Lucía avanzando a la baldosa 3. Marcelo responde avanzando dos pasos hasta la baldosa 15. Lucía, decidida, vuelve a avanzar tres pasos llegando a la baldosa 6. Marcelo, más cauto, avanza sólo un paso hasta la baldosa 14. Están más cerca… Lucía decide avanzar solo un paso llegando a la baldosa 7. Marcelo, sin pensarlo mucho avanza dos pasos y llega a la baldosa 12

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
L																	M

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
		L												M	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
					L								M		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
						L					M				

En este punto, por primera vez en el juego, Lucía piensa…: “Si doy dos a tres pasos, Marcelo me pisa seguro, dando tres o dos pasos según lo que yo haga. En cambio, si doy un solo paso y me paro en la baldosa 8, doy jaque mate a Marcelo”. Lucía sonríe triunfante y avanza un paso a la baldosa 8.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
							L				M				

Marcelo está perdido. Si avanza un paso queda en la baldosa 11 a tres de Lucía que la pisará en la jugada siguiente. Si avanza dos o tres pasos, quedará en la baldosa 10 o 9. Cualquiera sea el caso Lucía gana en la próxima.

Marcelo se retira del tablero para evitar el pisotón y Lucía gana el juego.

BUSCANDO UNA ESTRATEGIA GANADORA

Si bien, tanto Lucía como Marcelo jugaron como verdaderos principiantes y un poco desaprensivamente, esta primera partida nos deja como reflexión que Lucía pudo hacer una buena jugada (la que llamó “jaque mate”) cuando ambos estaban cerca. Esto nos induce a pensar que puede ser más sencillo encontrar una estrategia ganadora para un tablero más chico que el de 16 baldosas.

Si sigue leyendo las próximas líneas (y logro hacerme entender) el Pan y Queso dejará de ser un juego para usted. Si su deseo es disfrutar un tiempo del juego, sugiero pasar por alto lo que sigue.

Estudiemos qué podemos esperar con tableros más pequeños y tengamos la esperanza de que de este análisis, podamos sacar conclusiones para tableros más largos. Siempre juega Lucía primero.

TABLERO DE 3 BALDOSAS

	1	2	3	
L				M

No hay mucho que decir. Juegue lo que juegue Lucía, Macelo gana en su primera jugada:

Si L avanza un paso, M debe avanzar tres, si L avanza dos pasos, M avanza dos. Si L avanza tres pasos, M avanza un paso. Es decir: si L avanza x pasos M avanza (4-x) pasos para ganar.

Decimos que M tiene una estrategia ganadora: juegue como juegue L, siempre gana M.

TABLERO DE 4 BALDOSAS

	1	2	3	4	
L					M

Estamos como en el final de la primera partida. Si L avanza un paso a la baldosa 1, gana: si M avanza y pasos, L avanza (4-y) pasos y gana el juego.

Aquí es L la que tiene una estrategia ganadora. Es decir, gana L.

TABLEROS DE 5 Y 6 BALDOSAS

	1	2	3	4	5	6	
L							M

Es similar al de 4 baldosas. Si L se coloca a tres baldosas de M, gana en la siguiente. Entonces en el tablero de 5 baldosas, su primera jugada es ir a la baldosa 2, y en el tablero de seis baldosas su primera jugada es ir a la baldosa 3. Por lo tanto, en estos tableros, gana L.

TABLERO DE 7 BALDOSAS

Prometo que es el último.

Después de la primera jugada de L, a los dos jugadores los separan 4, 5 o 6 baldosas y le toca jugar a M. (en la figura son 5 las baldosas que median entre L y M)

1	2	3	4	5	6	7	
	L						M

Podemos pensar que estamos empezando un nuevo juego en un tablero de 4, 5 o 6 baldosas y es M el primero en jugar.

	3	4	5	6	7	
L						M

En estas condiciones, como vimos, M tiene estrategia ganadora. Gana M.

LA ESTRATEGIA GANADORA

Estamos en condiciones, a la luz de los ejemplos anteriores, de conjeturar quién es el que tiene una estrategia ganadora en función del tamaño del tablero.

La idea de que después de que **L** juega, podemos pensar el juego en un tablero más chico, se puede usar para inferir que

- En los tableros de 3, 7, 11, 15,…(4k-1) baldosas es **M** el que gana si en cada turno avanza 4 baldosas menos las que avanzó **L** en el turno anterior.
- En los tableros de longitudes distintas, es L la que gana con tal de que en la primera jugada avance lo necesario para que entre **L** y **M** medien 3, 7, 11, 15, etc, baldosas. Estamos así en la situación anterior y **L** tiene que seguir los movimientos de **M**: si **M** avanza y baldosas, **L** debe avanzar (4-y) baldosas.

En particular, para el tablero de 16 baldosas, L gana avanzando una baldosa en la primera jugada y después avanzando 4 menos lo que avanzó **M** en la jugada anterior.

EL JUEGO YA NO ES JUEGO. JUGUEMOS A OTRO JUEGO

Una vez hallada una estrategia ganadora, el juego, para el que conoce la estrategia, deja de ser un juego.

Pero no todo está perdido. Hay variantes que pueden generar nuevos desafíos en la búsqueda de estrategias ganadoras. Las variantes son, en general, pequeños cambios en las reglas de juego, que obligan a repensar cómo se debe jugar para ganar y si es Lucía o Marcelo el que tiene estrategia ganadora.

Damos algunas. Invitamos a imaginar otras.

PAN Y QUESO CON SALTO

Cada jugador por turno puede avanzar una, dos o cuatro casilleros.

Aquí el placer es jugar y el desafío, no exento de placer, es encontrar una estrategia ganadora ya sea para Lucía o para Macelo, para un tablero de cualquier dimensión.

Como en el caso de Pan y Queso, la sugerencia es empezar por tableros pequeños que permitan obtener una conjetura que esté en condiciones de “defender” con buenos argumentos. Lo que en matemática llamamos demostración.

PAN Y QUESO BIEN EDUCADO

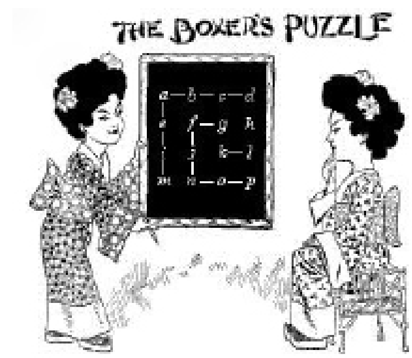
El jugador que se ve obligado a pisar a su oponente, o bien “atropellarlo”, pierde el juego.

En otras palabras, lo que es ganar en el Pan y Queso es perder en esta variante.

PROBLEMAS QUE TIENEN ALGO QUE VER

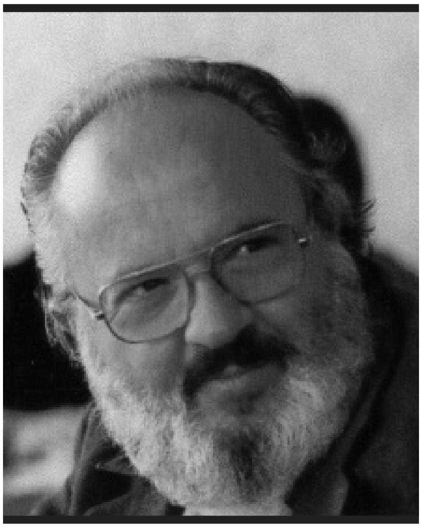
El Pan y Queso y sus variantes son, en algún sentido, familiares del clásico juego del Nim[1] Cuando las dimensiones del tablero son grandes y no encontramos patio con tantas baldosas, se puede simular con un montón de piedras, monedas o cualquier otro objeto del que se tenga cantidad suficiente.

Los dos problemas que siguen están inspirados en el Pan y Queso y sus variantes.



Un antiguo juego de la colección de Sam Loyd (1841-1911): sobre un tablero con 16 puntos señalizado por las letras a,b,..o,p alternativamente las jugadoras se unen dos letras por medio de un segmento corto, horizontal o vertical. El objetivo es poder cerrar un cuadrado pequeño, en tal caso se anota un punto a favor de quien lo cierra y se juega nuevamente. La joven que está parada acaba de conectar j con n y le toca el turno a la que se encuentra sentada quien descarta unir m n porque en tal caso su rival jugaría i j cerrando un cuadradito y pudiendo cerrar otro y otro. ¿Hay en esta situación una estrategia ganadora? Si borramos todos los segmentos y comenzamos nuevamente ¿Hay una estrategia ganadora? Si quiere probar jugando contra la coputadora, busque en la red el programa Dots and Boxes desarrollado por Cory Alleyne

1 Ver página 29



Enzo Gentile (1928-1991) ha sido uno de los grandes animadores del álgebra en Argentina durante la segunda mitad del siglo XX. Formado en la Universidad de Cuyo, después de una estadía en el extranjero fue profesor en la UBA aunque siempre estuvo dispuesto a ofrecer cursos en otras universidades del país, en profesorados y colaborando con la Olimpiada Matemática Argentina, combinando ciencia con un toque de humor y música.

PAN Y QUESO DE FIBONACCI

Se tienen 99 monedas. Lucía, la primera en jugar, puede retirar todas las monedas que desee entre 1 y 98. A continuación, cada jugador retira en su turno un número de monedas comprendido entre uno y el doble de las que haya retirado el anterior. Gana el juego el que retire la última moneda.

El problema es hallar una estrategia ganadora para Lucía o para Marcelo. Si usted tiene éxito en hallar la estrategia, también podrá descubrir por qué en el nombre de este juego aparece Fibonacci.

UNO DE PIRATAS O EL REPARTO DE LOS 99 DIAMANTES

Los cuentos de piratas suelen llevarse bien con la matemática. Basados en la repartición más o menos sofisticada de tesoros entre gente sagaz y dispuesta a todo, no son pocos los cuentos que recrean problemas interesantes. El profesor Enzo Gentile solía incorporarlos en sus guías de problemas de Álgebra casi siempre con un toque de humor. En homenaje a él y a su pasión por los desafíos matemáticos, va el siguiente problema, en tiempo de cuento.

El pirata Morgan y sus filibusteros[3] contemplaban como si fuese una mujer hermosa, el tesoro que acababan de desenterrar.

Después de haber pasado múltiples tribulaciones y peligros y de haber sufrido varias bajas en la travesía, habían llegado a dar con el tesoro que el matemático Gentile les había asegurado que encontrarían en la selva de la isla Tortuga si seguían al pie de la letra las indicaciones que le había entregado por escrito. En el fondo de un barranco casi inaccesible, en un pequeño cofre, 99 diamantes de incalculable valor, encandilaban la mirada de los piratas. Las instrucciones de Gentile, terminaban con las siguientes palabras:

> *"Estimado Capitán:*
> *Si ha llegado hasta aquí, su valor y tenacidad han de ser encomiables. Sólo le resta repartir entre sus colegas los 99 diamantes en la forma indicada por los enterradores del tesoro. Debo advertirle que una maldición terrible pende sobre aquellos que no cumplan con tales instrucciones. Usted bien sabe que los matemáticos hacemos culto de la verdad, de modo que le aconsejo no se aparte de ellas. Unos pocos de estos diamantes son suficientes para retirarse de la piratería y vivir holgadamente el resto de vuestros días. Espero que cuente con una cantidad adecuada de compañeros, para poder cumplir con las indicaciones. De no ser así, vuelva a enterrar el cofre y abandone esta empresa. Tendrá nuevas oportunidades....No tiente a la suerte*
> *Lo saluda respetuosamente*
> *E.G."*

En un sobre dorado mezclado entre los diamantes se podía leer: "Siga las instrucciones o aténgase a las consecuencias"

Morgan abrió el sobre con cierto temor. En un pergamino de fondo negro y con letras doradas, Morgan leyó en silencio:

> *"Estos diamantes no son para una sola persona, ni para cualquier persona. Deben repartirse íntegramente entre todos lo que han llegado con vida hasta aquí, pero no de cualquier manera. Retirarán los diamantes uno por vez, siguiendo la siguiente regla:*
> *El primero puede retirar 1, 2 ó 3 diamantes. Los siguientes retirarán, por turno, un diamante más o un diamante menos que el anterior. Por ejemplo, si el primero, retira dos diamantes, el segundo puede retirar un diamante o tres diamantes. Si el segundo retira tres diamantes, el tercero puede retirar dos o cuatro diamantes....Así hasta agotar los 99 diamantes. Todos deben llevarse por lo menos un diamante.*
> *Es condición imprescindible retirar los 99 diamantes, sin violar esta regla, de lo contrario caerá sobre vosotros, la maldición de los diamantes y su vida no valdrá nada.*

....

3 Filibustero viene de la expresión inglesa Fly boat algo así como "barco que vuela" en referencia a las livianas y rápidas embarcaciones que usaban los piratas del Caribe para dar caza a sus presas.

Morgan, después de leer varias veces el contenido del sobre, se puso a pensar. Es conocido que los piratas son muy supersticiosos, de modo que no nos debe sorprender que rápidamente descartara el primer impulso de quedarse para sí con los 99 diamantes y no hacerle caso a la maldición. Garabateó unas cuentas con su pluma. Los piratas estaban ansiosos y expectantes. La sola idea de tener que abandonar el tesoro los ponía muy tensos.

Al cabo de un tiempo, Morgan, sonrió mirando sus cuentas y dijo:

> *"Los he traído hasta aquí con la promesa de riquezas y he de cumplir. Por designio de la suerte y del destino, somos el número ideal para cumplir con las indicaciones y así evitar que la maldición de los diamantes caiga sobre nosotros. Agradeceré eternamente, las lecciones de álgebra de mi maestro Gentile, que me permitirán a mí y a ustedes retirarnos de la piratería para siempre.*
> *Nos numeraremos desde el 1 en adelante. Nuestro grumete Ramanujan será el primero en retirar diamantes. Yo les indicaré cuántos debe retirar él y cada uno del resto para cumplir cabalmente con las indicaciones..."*

Dicho esto se colocó convenientemente en la fila que encabezaba Ramanujan e indicó a cada uno, por orden la cantidad de diamantes que debía retirar. Ni uno más ni uno menos.

¿Cuál era ese número ideal de piratas al que se refiere Morgan?

¿Cuáles fueron las indicaciones del pirata Morgan? ¿En qué lugar se ubicó para tener el mayor número de diamantes?

¿Había otra manera de hacer el reparto sin que cayera sobre los piratas la maldición?

La matemática hecha intuición

Srinivasa Ramanujan nació en la India en 1887 y murió también en la India 32 años después. Tal vez uno de los matemáticos más talentosos de la historia. Trabajó con Hardy en Inglaterra unos pocos años, hasta que se enfermó y volvió a su patria. He aquí la carta de presentación que junto con unos ciento veinte resultados le enviara a Hardy en 1913

"Apreciado señor:

Me permito presentarme a usted como un oficinista del departamento de cuentas del Port Trust Office de Madrás con un salario de 20 libras anuales solamente. Tengo cerca de 23 años de edad. No he recibido educación universitaria, pero he seguido los cursos de la escuela ordinaria. Una vez dejada la escuela he empleado el tiempo libre de que disponía para trabajar en matemáticas. No he pasado por el proceso regular convencional que se sigue en un curso universitario, pero estoy siguiendo una trayectoria propia. He hecho un estudio detallado de las series divergentes en general y los resultados a que he llegado son calificados como "sorprendentes" por los matemáticos locales...

Yo querría pedirle que repasara los trabajos aquí incluidos. Si usted se convence de que hay alguna cosa de valor me gustaría publicar mis teoremas, ya que soy pobre. No he presentado los cálculos reales ni las expresiones que he adoptado, pero he indicado el proceso que sigo. Debido a mi poca experiencia tendría en gran estima cualquier consejo que usted me hiciera. Pido que me excuse por las molestias que ocasiono.

Quedo, apreciado señor, a su entera disposición.

S. Ramanujan

Por Carlos Borches
CBC - UBA

Quiero un arquero como la gente

Seleccionar un arquero para un equipo de fútbol no es cosa sencilla. Una elección poco prudente puede significar un angustioso descenso del equipo. Por otra parte, si nuestro arquero elegido comienza con una mala racha ¿Cuántos partidos malos esperamos para mandarlo al banco? ¿Tres, cuatro, cinco? Y elegir lo mejor ha sido una preocupación de muchos matemáticos interesados por el azar y también por aplicar las matemáticas a innumerables situaciones de la vida cotidiana como las guerras.

Inspirado en las necesidades de la guerra nació a mediados del siglo XX la investigación operativa cuyos éxitos contundentes durante la Segunda Guerra Mundial llevaron a los especialistas en esta nueva rama a explorar muchos campos de aplicación, desde la empresa capitalista hasta la planificación comunista pasando por el diseño de políticas públicas en los países con estados benefactores.

Uno de los muchos protagonistas de esta etapa de las ciencias fue Abraham Wald, quien se ocupó de la flamante Teoría de decisión, cuyo objetivo es establecer un conjunto de reglas bajo las cuales puedan tomarse decisiones de forma inteligente. Métodos que no necesariamente nos llevarán mecánicamente a la mejor opción, pero al menos mejoraremos la probabilidad de acertar.

De los matemáticos en tiempos de guerras surgió el siguiente problema de elección adaptado a nuestro arquero (la versión original es para elegir matrimonio)

Supongamos que hicimos nuestra convocatoria para encontrar arquero y cien personas se presentaron para una prueba y entrevista. Hubiera sido muy bueno entrevistarse con los cien, asignarles una puntuación y después elegir la puntuación máxima, pero se sabe que los arqueros son gente difícil y si uno no los contrata al término de la entrevista se ofuscan y se marchan para siempre. Esto nos pone ante la obligación de elegir sin disponer de toda la información. ¿Cuál es la mejor estrategia?

Proveniente de una familia religiosa, Abraham Wald fue educado por sus padres pues su condición de judío practicante le impedía asistir los sábados a la escuela, hasta que finalmente ingresó en la Universidad de Viena donde se doctoró en Matemáticas en 1931.
Murió a los 48 años en un accidente aéreo en la India.

Si elegimos uno al azar, la chance de que sea el mejor arquero es del 1%. Algo mejor podría ser adquirir algo de información del grupo, por ejemplo: podemos dejar pasar a los primeros cincuenta candidatos e ir anotando sus puntuaciones. A partir del candidato 51, si aparece alguno que supere o iguale el máximo de los primeros cincuenta lo tomamos y si nadie lo supera deberemos conformarnos con el centésimo candidato.

¿Qué probabilidad tenemos de elegir al mejor? Podemos estimar la probabilidad de éxito considerando el siguiente esquema: dos grupos, A para los primero 50 y B para los siguientes y considerar de cuántas formas se distribuyen los dos mejores arqueros en los dos grupos. Si el primero de los ranqueados está en el grupo A, independientemente de donde esté el segundo, ya me perdí al mejor. Si el segundo está en el grupo A pero el primero en el B, no bien aparezca lo detecto y lo contrato. Y si se me permite la hipótesis pesimista que indica que no me quedaré con el mejor arquero si los dos están en el grupo B, entonces la probabilidad de encontrar al mejor subió al 25%. ¿Nada mal, no?

Vamos a los problemas. Primero, la hipótesis pesimista puede ser mejorada ya que si el tercero está en el grupo A y el primero aparece antes que el segundo en el grupo B, me quedaré con el mejor arquero, entonces la probabilidad de elegir al mejor con el método anterior es mejor que el 25%, ¿Cuánto mejor?

Segundo, la propuesta de dejar pasar a los primeros cincuenta nos sirve para tener algo de información del grupo, pero cincuenta ¿No será mucho? Y si dejamos pasar 20 o 30? ¿Cambia la chance de encontrar al mejor arquero? Y si cambia, ¿Cuál es la cantidad que me permite mejorar la chance? Todo sea por no descender.

Aquello que no vemos

Juan P. Pinasco
FCEN - UBA

Abraham Wald era húngaro. Aunque nació en el Imperio Austro-húngaro en 1902. Estrictamente, era rumano, hoy Cluj-Napoca (antes, Klausenburg, también Kolozvar) pertenece a ese país. Igual, es un dato menor, sobre alguien conocido por sus trabajos en estadística.

Pero Wald es otro de la larga lista de científicos húngaros de primer nivel que estaban activos durante la Segunda Guerra Mundial trabajando para los yanquis. Por ejemplo, von Neumann, von Karman, Wigner, Teller, Szilard...

Cuentan que cierto día, hablando en Los Alamos durante un almuerzo sobre la existencia o no de extraterrestres, todos coincidían en que debía haberlos. Fermi había hecho rápidamente uno de sus famosos cálculos (conocidos hoy como problemas de Fermi, ¿cuántos pianistas hay en California?), y veía que el resultado chocaba con la falta de observaciones. Y formuló su paradoja:

-Si la probabilidad de que los haya es tan alta, ¿por qué no los vemos?

Leo Szilard estaba presente y dicen que respondió:

-Ya están entre nosotros, y se llaman húngaros!

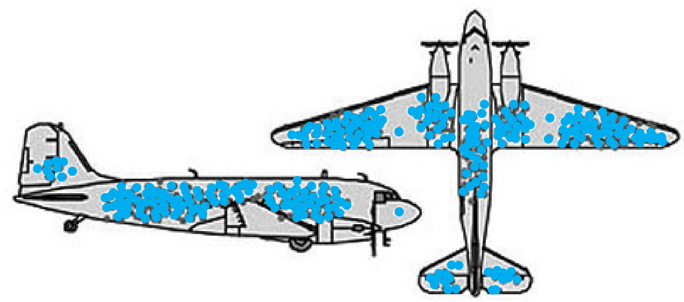
AVIONES BALEADOS

Es difícil preguntarse —y más, responder honestamente— sobre lo que no vemos. No siempre es fácil abstraerse de las ideas preconcebidas que tenemos, y tendemos a pensar que lo que no se observa, no existe. Pensar con claridad es difícil, mucho más sobre algo que no está.

Tal vez por eso fue alguien de afuera —Wald— quien interpretó correctamente una imagen como la siguiente:

Wald estaba en la Universidad de Columbia, y les cayó como problema analizar el efecto de los impactos en los aviones militares, ya sea para cambiar las tácticas de combate, o para reforzar partes del fuselaje. Su biografía en MacTutor[1] dice sólo "He used his statistical expertise to develop a method to estimate aircraft vulnerability". Si alguien se quiere bancar las cuentas, un análisis sobre su trabajo puede verse en el JASA[2] (los que no tengan acceso, lo pueden bajar de la página web de uno de los autores). También están disponibles las casi 100 páginas del original[3].

No recibió Wald una imagen como la figura 1, sino tablas de datos, y en su trabajo se ve claramente cómo dividió el avión en sectores y contó los impactos que se observaban en los que volvían de distintas misiones.



Bullet Hole Plane, de Cameron Moll *Fig.1*

La propuesta de Wald, brevemente, fue proteger más las áreas menos golpeadas... lo cual puede parecer absurdo, pero no lo es. Su razonamiento era lógico:

Lo que no vemos, justamente, puede ser lo más importante.

Los aviones analizados eran los que volvían de sus misiones de combate.

Suponiendo que los impactos se distribuían por igual en todos los sectores del avión, eso indicaba que no volvían los aviones que recibían los disparos en las zonas que quedaban con menos marcas.

Las objeciones sobre su hipótesis son vacías: en la época, sin radares ni métodos de precisión para disparar, con vuelos nocturnos y disparos a ciegas desde las defensas en tierra (basados más en barreras de fuego que en apuntarle a los objetivos), uno esperaría una distribución uniforme de los disparos.

Estadísticamente, se estaba metiendo con los llamados datos censurados, afectados en este caso por el —muy literal— *survivor bias*.

No era el primero, claro: Daniel Bernoulli, doscientos años antes, había incursionado en el tema. Pero esa es ya otra historia.

....

1. Mac Tutor History of Mathematics, www-history.mcs.st-and.ac.uk/

2. M. Mangel y F. J. Samaniego, Abraham Wald's Work on Aircraft Sur-vivability, Journal of the American Statistical Association Vol. 79, No. 386 (Jun., 1984), pp. 259-267.

3. A.Wald, A Method of Estimating Plane Vulnerability Based on Damage of Survivors. Statistical Research Group, Columbia University. CRC 432 (1943, reprint July 1980). Center for Naval Analyses.

Andrea Rey
CBC - UBA

La lógica booleana en la informática

Hoy en día resulta casi imposible imaginar un mundo desinformatizado. Las computadoras son a la actual revolución tecnológica, lo que la máquina a vapor fue a la Revolución Industrial en la segunda mitad del siglo XVIII.

La principal característica que diferencia a una computadora en cualquiera de sus formatos (PC -personal computer-, notebook, netbook, tablet) de otra máquina, es que posee múltiples funciones aplicadas a distintos campos que van desde el desarrollo de cómputos científicos, la creación de sistemas utilizados en la organización de empresas, el diseño de periódicos y revistas, hasta un medio de interacción social y de entretenimiento.

Nadie puede negar su utilidad, su velocidad ni su practicidad. Todos nos hemos enfrentado en algún momento de nuestra vida a un sistema informático. Sin embargo, ¿entendemos cómo "piensa" una computadora?

LÓGICA BOOLEANA

La lógica booleana es una herramienta didáctica para facilitar el desarrollo de distintas clases de software y debe su nombre a Boole.

Georges Boole nació el 2 de noviembre de 1815 en Lincoln, Lincolnshire, Inglaterra y se desempeñó como matemático y filósofo. Su interés sobre las leyes del pensamiento lo llevó a plantear un sistema de símbolos y conexiones en el cual un pensamiento puede ser traducido a una fórmula matemática con operaciones algebraicas (suma, resta, producto y una especie de cociente). Esta estructura algebraica recibe el nombre de Álgebra de Boole.

En 1937, Claude Shannon (Estados Unidos) demostró que el álgebra de Boole podía ser utilizada para optimizar el diseño de los sistemas electromecánicos de relés -circuitos eléctricos en los cuales se accionan contactos que permiten abrir o cerrar otros circuitos eléctricos independientes- utilizados en esa época para el funcionamiento de telégrafos. Unos años después, en 1941, Victor Shestakov (Rusia), publicó resultados sobre la relación entre el álgebra booleana y los circuitos digitales de diseño.

Los números, las letras y las imágenes son interpretados por las computadoras como series de ceros y unos. Es por ello que el álgebra de Boole marcó la diferencia entre las calculadoras y las computadoras que son capaces de tomar decisiones en base a estructuras lógicas basadas en el cálculo proposicional.

CÁLCULO PROPOSICIONAL

Una proposición es un enunciado del cual puede asegurarse su veracidad o su falsedad. Así, por ejemplo "El caballo es un mamífero" es una proposición verdadera y "Una molécula de agua está formada por un átomo de hidrógeno y uno de oxígeno" es una proposición falsa.

Las proposiciones son las letras del alfabeto del cálculo proposicional que pueden ser combinadas entre sí mediante conectivos lógicos para formar palabras, que son proposiciones compuestas. En general, las proposiciones se denotan por letras minúsculas p,q,r, etc.

Tenemos los siguientes conectivos:

Conectivo	*Símbolo*	*Nombre de la operación*
Y	$\wedge$	*Conjunción*
O	$\vee$	*Disyunción*
No	$\neg$	*Negación*
O exclusivo	$\oplus$	*Disyunción exclusiva*
Si	$\Rightarrow$	*Condicional*
Si y sólo si	$\Leftrightarrow$	*Bicondicional*

Puesto que cada proposición posee un valor de verdad que puede ser verdadero (1) o falso (0), podemos asignar a cada palabra un valor de verdad. La tabla de verdad de una palabra o fórmula muestra los posibles valores de verdad que puede tomar dicha palabra de acuerdo a los valores de verdad de las proposiciones simples (es decir, sin conectivos) que intervienen en ella.

Resulta evidente que el valor de verdad de la negación de una proposición es el contrario al valor de verdad de la misma. Por ejemplo, puesto que p:2+1=4 es falsa, ¬p:2+1≠4 es verdadera.

Consideremos ahora que nuestra palabra está compuesta por dos proposiciones simples p y q. Para ejemplificar consideremos que nuestra palabra es “Argentina es un país latinoamericano agrícola ganadero”; entonces podemos tomar p: “Argentina es un país latinoamericano” y q: “Argentina es un país agrícola ganadero” y la palabra es $p \wedge q$. Tanto p como q, pueden tomar valores 0 o 1. Combinando estos posibles resultados, obtenemos la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \oplus q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1

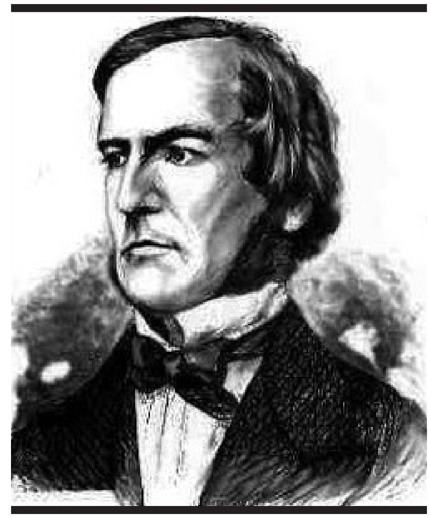
Una palabra o fórmula del cálculo proposicional también se denomina polinomio booleano.

PUERTAS LÓGICAS

Cada conectivo puede ser interpretado como una puerta lógica. Una puerta lógica es un dispositivo electrónico; es decir, una combinación de componentes electrónicos organizados en circuitos cuya función es controlar y emplear las señales eléctricas.

Supongamos que tenemos dos interruptores conectados en serie. Esto implica que con sólo tener uno de ellos abierto (0), la energía no pasará por el circuito. De esta manera, podemos interpretar esta situación como la puerta de la conjunción, mientras que un circuito formado por dos interruptores conectados en paralelo se modela con la puerta de la disyunción.

Un biestable (o flip flop en inglés) es un circuito capaz de crear perturbaciones o cambios periódicos tal que puede permanecer en uno de sus dos únicos posibles estados durante un tiempo indefinido en el cual no se presentan alteraciones. Los biestables son muy utilizados en la electrónica digital para memorizar información. La forma de pasar de un estado a otro resulta de la variación de sus entradas (input en inglés). Un circuito secuencial define sus variables de salida (output en inglés) tanto en las entradas en curso como en las entradas previas. Esto significa que un circuito secuencial debe tener una manera de almacenar sus entradas, cosa que hace justamente un biestable.



George Boole (1815-1864) fue un matemático británico aunque desarrolló buena parte de su carrera en Irlanda. Sus estudios cuidadosos de la obra de Lagrange y Laplace lo orientaron a problemas de ecuaciones diferenciales donde publicó varios artículos y libros, pero sin duda, el trabajo que le permitió su reconocimiento fue Sobre las Leyes del Pensamiento (An investigation into the Laws of Thought, on Which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities.) donde pudo navegar por temas relacionados con la lógica, la matemática y la filosofía.

Sin embargo, no fue hasta entrado el siglo XX que la obra de Boole ganó notoriedad. Casi simultáneamente, Claude Shannon en la Universidad de Michigan y Victor Shestakov, de la Universidad de Moscú, encontraron en el álgebra de Boole un lenguaje apropiado para el diseño de sistemas digitales (entonces implementados con circuitos de relés) Los Relés fueron remplazados por circuitos valvulares, luego vinieron los transistores y finalmente los circuitos integrados, pero el álgebra de Boole ya era el lenguaje indiscutido de la era digital.

Se había cumplido un deseo expresado por Boole en una carta a William Thompson (Lord Kelvin): “Ahora estoy a punto de ponerme a trabajar en serio en mi libro sobre la teoría de la Lógica y de la Probabilidad, que en su estado actual considero como lo más valioso, si no la única contribución valiosa, que he hecho y es por lo que deseo ser recordado”

ÁLGEBRAS DE BOOLE

Una herramienta fundamental para estudiar el comportamiento de circuitos basados en dispositivos de conmutación (interruptores, relevadores, transistores, etcétera) es el Álgebra de Boole. Ésta es una modelización lógico-matemática para el análisis y diseño de circuitos digitales. Pero, ¿qué significa un Álgebra de Boole?

Un Álgebra de Boole es en principio un conjunto formado por al menos dos elementos, en el cual podemos definir dos operaciones que satisfaces ciertas propiedades. Una operación definida en un conjunto consiste en asignar a cada par de elementos en el conjunto otro elemento que también pertenezca al conjunto (que podría en particular coincidir con alguno de ellos). Recordemos que si D es un conjunto, el conjunto formado por todos los pares de elementos en D se simboliza por $D\times D$. Las operaciones de un Álgebra de Boole se denominan suma $(+)$ y producto $(\cdot)$ y se pueden relacionar respectivamente con los conectivos lógicos $\vee$ y $\wedge$.

Formalmente, un Álgebra de Boole $A=(D,+,\cdot)$ consiste en un conjunto D y dos operaciones $+\colon D\times D\rightarrow D$ y $\cdot\colon D\times D\rightarrow D$ que satisfacen los siguientes postulados:

POSTULADO 1: Conmutatividad

Para cada par de elementos x e y en D, vale que

$$x+y=y+x$$
$$x\cdot y=y\cdot x$$

POSTULADO 2: Asociatividad

Para cualesquiera elementos x, y, z en D tenemos que

$$x+(y+z)=(x+y)+z$$
$$x\cdot(y\cdot z)=(x\cdot y)\cdot z$$

POSTULADO 3: Distributividad

Para todo elemento x, y, z en D se verifica

$$x+(y\cdot z)=(x+y)\cdot(x+z)$$
$$x\cdot(y+z)=x\cdot y+x\cdot z$$

POSTULADO 4: Existencia de elementos neutros

Existen dos elementos en D que denotamos por 0 y 1 tales que para cualquier elemento x en D,

$$x+0=x$$
$$x\cdot 1=x$$

POSTULADO 5: Existencia de complementos

Para cada elemento x en D existe un único elemento denotado por x' y llamado el complemento de x tal que

$$x+x'=1$$
$$x\cdot x'=0$$

Manipulando correctamente estos postulados se puede probar que valen los siguientes teoremas para un Álgebra de Boole A=(D,+,·). Consideramos x, y, z en D.

TEOREMA 1: Operaciones con elemento neutro

$$x\cdot 0=0$$
$$x+1=1$$

TEOREMA 2: Absorción

$$x+x\cdot y=x$$
$$x\cdot(x+y)=x$$

TEOREMA 3: Cancelación

$$x+(x'\cdot y)=x+y$$
$$x\cdot(x'+y)=x\cdot y$$

TEOREMA 4: Cancelación

$$x\cdot y+x'\cdot y=y$$
$$(x+y)\cdot(x'+y)=y$$

TEOREMA 5: Idempotencia

$$x\cdot x=x$$
$$x+x=x$$

TEOREMA 6: Consenso

$$x\cdot y+x'\cdot z+y\cdot z=x\cdot y+x'\cdot z$$
$$(x+y)\cdot(x'+z)\cdot(y+z)=(x+y)\cdot(x'+z)$$

TEOREMA 7: Teorema de De Morgan

$$(x\cdot y)'=x'+y'$$
$$(x+y)'=x'\cdot y'$$

TEOREMA 8: Involución

$$(x')'=x$$

TEOREMA 9: Complemento de los neutros

$$0'=1$$
$$1'=0$$

c	t	l	x
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

Tabla 1

Estos teoremas son empleados para simplificar expresiones booleanas. En la práctica, esto resulta útil para abaratar costos en el armado de circuitos o para optimizar el tiempo empleado al efectuar una actividad ya que podemos obtener una expresión booleana equivalente pero más corta.

Supongamos ahora que tenemos ciertas variables que pueden tomar sólo los valores 0 y 1, en este caso decimos que son variables booleanas. Resulta claro que uno puede definir una función sobre estas variables. Explícitamente, si $X_1, X_2, \cdots, X_n$ son variables booleanas, definimos una función booleana $Y=f(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ que consta de una expresión booleana en las variables independientes $X_1, X_2, \cdots, X_n$ que resulta ser una nueva variable booleana Y.

Aplicaciones

DISPENSER DE BEBIDAS

Después de tanto lenguaje matemático, todos quisiéramos hacer un recreo, ¿verdad? Pero un recreo amerita tomar un cafecito o algo similar dependiendo de las preferencias del consumidor.

Supongamos que queremos diseñar una máquina que suministre café, té o leche sin ninguna combinación entre ellos. Debemos tener una tecla para cada elección que será nuestra entrada (input) de acuerdo al gusto de la persona que desee usar la máquina. Para ello definimos tres variables de entrada y los dos únicos posibles estados para cada una de ellas, de la siguiente manera:

c= tecla de café ($c=1$ si es presionada y $c=0$ si no es presionada)

t= tecla de té ($t=1$ si es presionada y $t=0$ si no es presionada)

l= tecla de leche ($l=1$ si es presionada y $l=0$ si no es presionada)

Definimos además la variable de salida (output)

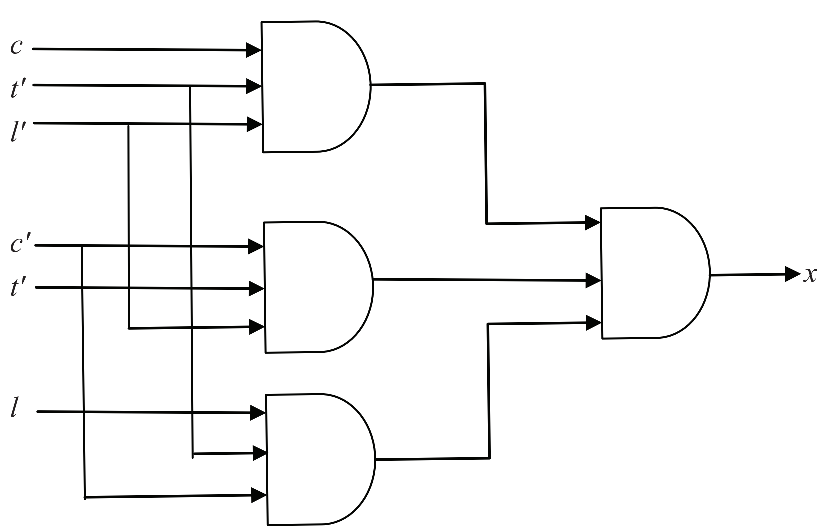
x= verificación de la elección ($x=1$ si la entrada es aceptable y entonces se efectúa el pedido y $x=0$ si la entrada es incorrecta y entonces se enciende una luz de error)

Veamos la siguiente tabla de verdad (tabla 1) para este modelo:

La expresión booleana que describe esta situación es:

$x=c\cdot t'\cdot l'+c'\cdot t\cdot l'+c'\cdot t'\cdot l$

Observar que, en caso de ser posible, uno intentaría simplificar la función booleana. Luego, tenemos el siguiente circuito asociado:



Dado que 1+1=1 en el álgebra de Boole, el diseñador las pensó como álgebras del amor (Algebra of Love)

a	p	v	h	x
1	1	1	1	0
1	1	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	1	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	0	0

ALARMA

Lamentablemente, el tema de la inseguridad de las grandes ciudades es moneda corriente en materia de noticia. Si bien no pretendemos plantear una posible solución a una problemática tan difícil de abordar, con el siguiente ejemplo tal vez podamos ayudar a algún distraído que no cerró bien la puerta o la ventana de su casa para evitar un eventual robo o que una tormenta súbita arruine sus muebles.

Queremos diseñar un sistema de alarma que sonará únicamente en el caso en que ésta esté activada y la puerta no esté cerrada o cuando la ventana esté abierta pasadas las 6 de la tarde. Con tal objeto, definimos las siguientes variables booleanas:

$a=$ estado de la alarma

$p=$ estado de la puerta

$v=$ estado de la ventana

$h=$ hora

Éstas son nuestras variables de entrada que pueden tomar los siguientes valores:

$a=1$ si la alarma está activada y $a=0$ si está desactivada

$p=1$ si la puerta está cerrada y $p=0$ si está abierta

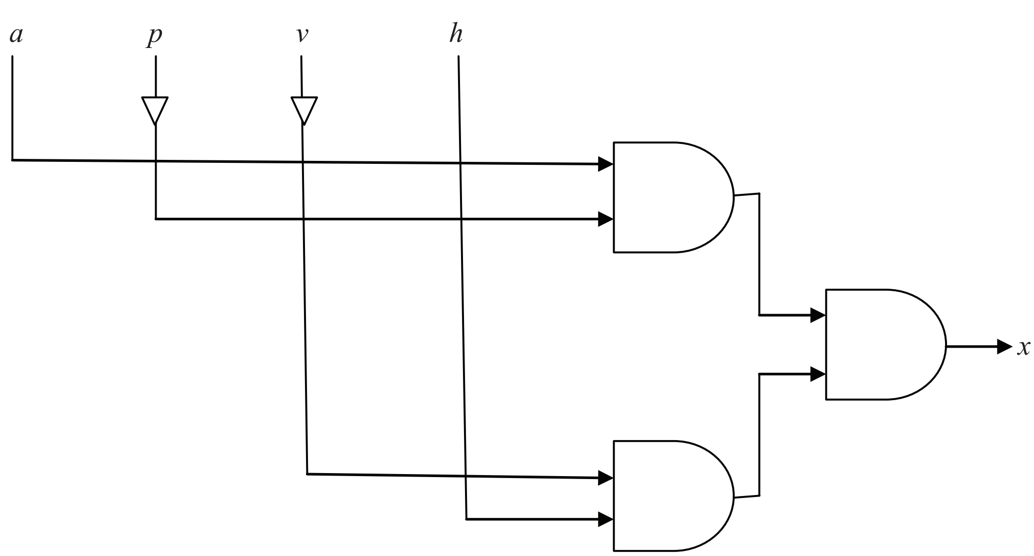
$v=1$ si la ventana está cerrada y $v=0$ si está abierta

$h=1$ si pasaron las 6 de la tarde y $h=0$ en caso contrario

La variable de salida será denotada por x que tendrá valor 1 si suena la alarma y 0 si no. Armamos la tabla de verdad de la función booleana

x$=a{\cdot}p'+v'{\cdot}h$

De este modo, el circuito está dado por



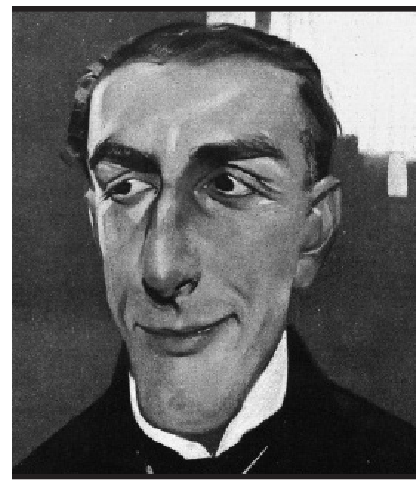
Los problemas del joven Rey Pastor

Hasta 1917, la matemática en Argentina estaba restringida a la categoría de valiosa aplicación a la ingeniería, pero ese año, la visita de Julio Rey Pastor cambió para siempre nuestra historia.

Con menos de 30 años, Rey Pastor era el matemático más renombrado de España y su fama había saltado los muros de la academia. Cuando le encomendaron viajar a Buenos Aires, en una misión que tenía dimensiones diplomáticas, no pudo rehusarse y le escribió a un amigo “me convendría ir otro año porque debo ocuparme de la publicación de mi libro de análisis antes de la partida (…) al cabo de ocho años sin vacación alguna, y después del formidable trabajo que me ocasiona la publicación de 5 tomos voluminosos en dos años, me convendría mucho unos meses de descanso”. La carta terminaba con un comentario lapidario: “además, parece ser que las ciencias abstractas no interesan en aquel país”.

Rey Pastor se equivocó, tuvo una formidable recepción estudiantil. Estudiantes y autoridades le insistieron quedarse y, una vez que conoció a la mujer que sería su esposa, su vida quedó atada a la Argentina para siempre.

Rey Pastor comenzó asombrando a la comunidad universitaria de su época con 16 años, cuando se entretenía resolviendo los problemas publicados en la Revista Trimestral de Matemática de la Universidad de Zaragoza. A continuación, unos problemas seleccionados, ligeramente domesticados, resueltos por el joven Rey Pastor



Rey Pastor en 1917, tal como apareció en la entonces popular revista Caras y Caretas. Más información sobre la llegada de Rey Pastor a la Argentina en La Ménsula Nro 17, publicación del Programa de Historia de la FCEyN. Se puede consultar en la Bibioteca Digital de la FCEyN-UBA http://digital.bl.fcen.uba.ar/ ir sección Publicaciones.

De 1905 Es una caso particular y más adecuado para Qed.

Su formulación general es más hostil:

Considere los números

$P=1\,111\,111\,111$, $Q=22\,222\,222$ y $R=88\,888\,888.$

Pruebe que los dos números $P.1012+Q+2$ y $P.1012+R+1$ son cuadrados perfectos.

De 1904: Tiene la particularidad que es el primer trabajo de Julio Rey Pastor cuando tenía 16 años y cursaba el primer año de la licenciatura. También está ligeramente modificado en dos tiempos para que el lector se anime.

Hallar n enteros consecutivos cuya suma sea a la vez cuadrado y cubo perfecto. Si los encontró, busque ahora los más pequeños que verifican las dos condiciones.

Por ejemplo con $2+3+4=9$ obtenemos un cuadrado perfecto pero no un cubo perfecto. Busque un cuadrado y un cubo perfecto como 64 $(4^3=8^2=64)$ y vea si encuentra los n enteros consecutivos.

De 1903: Es el de enunciado más árido y tal vez el más difícil.

Definimos $S_n^p=1^p+2^p+\ldots+n^p$. Hallar valores de n (todos los que pueda) para los cuales siempre es un múltiplo de 7 (para cualquier p) y valores de n para los cuales nunca (para ningún p) será un múltiplo de 7.

Por Christian Espíndola
Universidad de Estocolmo – Suecia

P o no P, esa es la cuestión

Lógica intuicionista

Durante siglos las reglas de la lógica estuvieron gobernadas por tres leyes básicas, que, desde los tiempos de Aristóteles, se consideraban indiscutibles: la ley de identidad (toda cosa es equivalente a sí misma), la ley de no contradicción (una cosa no puede ser simultáneamente P y no P) y la famosa ley del tercero excluido, según la cual, toda cosa es o bien P o bien no P, sin posible tercera alternativa (¿qué más habría, de hecho, para elegir?).

Hasta comienzos del siglo XX nadie había intentado cuestionar estos principios elementales que subyacían a todo razonamiento digno de preciarse como "lógico", y su evidencia era tan abrumadora que sin ellos no podía concebirse siquiera cómo edificar el edificio matemático. La ley de identidad constituía un buen ejemplo relacionado con la esencia del *ser* de las cosas; la ley de no contradicción era infaltable si uno esperaba tener algún grado de certeza en el arte de separar los razonamientos correctos de los defectuosos. Pero en 1907, L. E. J. Brouwer planteó un inesperado giro en el pensamiento lógico al manifestar su sorprendente rechazo por el uso de la ley del tercero excluido, lo que daría origen a una de las ramas del quehacer matemático más audaces por su contenido filosófico y más interesantes desde el punto de vista empírico: el intuicionismo.

La lógica intuicionista y su uso en el desarrollo de lo que luego se conocería como "matemática constructiva" comenzó a gestarse como una de las principales corrientes filosóficas de principios del siglo XX, compitiendo con las demás escuelas: el formalismo de David Hilbert y el logicismo de Bertrand Russell. Mientras los formalistas se inclinaban por la idea de reducir la actividad matemática a su aspecto sintáctico y formal, como un juego de manipulaciones de símbolos (donde las reglas de juego eran más relevantes que el significado intrínseco de esos símbolos), los logicistas otorgaban a la lógica clásica el rol de piedra fundacional del edificio matemático, que sería, por ende, reducible a ella. En contraposición con estos puntos de vista, Brouwer, y otros seguidores que terminarían adhiriendo a la escuela intuicionista, reconocían un componente inherentemente humano en el pensamiento matemático, de acuerdo al cual el descubrimiento de resultados se efectuaba por medio de la intuición y la capacidad cognitiva del matemático, que sólo así sería capaz de emitir juicios de valor sobre conceptos e inferencias. Para Brouwer, afirmar la existencia de un cierto objeto matemático sólo era posible si tal afirmación venía justificada con un método explícito que permitiese construir tal objeto, en un número finito de pasos. En consecuencia, esta filosofía venía a recortar considerablemente la variedad ontológica de los objetos matemáticos: sólo existía, en esta nueva concepción, aquello que uno pudiera efectivamente construir y exhibir explícitamente.

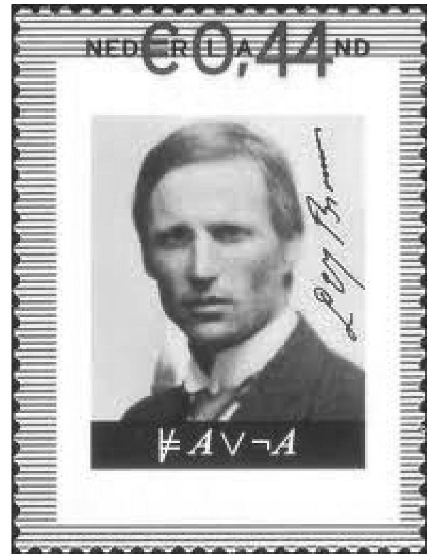
Uno de los métodos de prueba más comúnmente usados en matemática clásica es la famosa “demostración por el absurdo”, en el que uno comienza negando precisamente lo que se quiere probar, para luego concluir, mediante razonamientos válidos, una contradicción. El convencimiento de la validez de la suposición original proviene, luego, al reconocer que la negación de tal validez conduce a una falsedad. Sin embargo Brouwer no resultó para nada convencido por este argumento indirecto: mientras no se hubiese efectuado una argumentación constructiva explícita de lo que uno quiere demostrar, razonaba Brouwer, no hay más remedio que mantenerse escéptico de la veracidad de tal afirmación. En todo caso, según su visión, lo único que el razonamiento por el absurdo probaba es que no podía darse el caso de que la suposición original sea falsa. Pero (y aquí radica un punto importante del intuicionismo) saber que la afirmación original no es falsa *no significaba* para él que debía ser verdadera, al menos no hasta tanto no se disponga un método constructivo de verificarla.

Fue con este punto de vista que Brouwer se propuso objetar el uso del tercero excluido como método constructivo. El único modo intuicionistamente aceptable de probar la afirmación “o bien se da el caso de P o bien el caso de no P”, sería disponer de antemano de una prueba constructiva de P, o bien de una prueba constructiva de su negación, pero afirmar que alguna de las dos posibilidades es válida, sin poder determinar explícitamente cuál, carecía de sentido para Brouwer. Como ejemplo, desafiaba a los formalistas a responder si podía decirse que era cierto o falso que la secuencia de dígitos 123456789 aparecía en algún momento en la expansión decimal del número pi. Al no disponer de ningún método para verificar una u otra posibilidad, uno debería abstenerse, según él, de aplicar la ley del tercero excluido para afirmar que tal proposición es o bien cierta o bien falsa.

La primera reacción que generalmente se produce al abstenerse de usar la ley del tercero excluido suele ser la de una perplejidad casi tan grande como la aversión por el tipo de matemática que uno podría construir basándose en tal lógica. El uso de esa ley había sido tan extensa y despreocupada antes de Brouwer, que, para muchos, intentar aprender a razonar sin ella podría compararse a una parálisis momentánea después de un corte de luz. El mismo Hilbert había afirmado que “quitar el tercero excluido al matemático sería lo mismo, por ejemplo, que prohibir al astrónomo usar un telescopio, o al boxeador usar sus puños”. Y las primeras impresiones acerca de la matemática constructiva basada en el intuicionismo generaban en ciertos casos reacciones similares. Por ejemplo, el hecho de que en este contexto existan conjuntos finitos que posean subconjuntos que no son finitos (¡lo que ni siquiera significa lo mismo que decir que son subconjuntos infinitos!), puede generar la impresión de que se trata todo de una absurda propuesta, y que si en el mejor de los casos esto tuviera algún sentido, sería de todas formas imposible aprender a pensar de esta manera.

Pero nada más lejos de la verdad…Ya Gödel había estado husmeando en la síntesis de este nuevo modo de razonar, y para 1933 había logrado traducir las fórmulas de la lógica clásica dentro de la lógica intuicionista, encontrando una especie de copia de los resultados clásicos en el corazón de los desarrollos que negaban el tercero excluido. Este logro (descubierto independientemente por Gentzen, y luego redescubierto de múltiples maneras por otros matemáticos), no sólo venía a demostrar la consistencia relativa de ambas lógicas (cada una es consistente si y sólo si la otra lo es), sino que resaltaba la riqueza de la lógica intuicionista por sobre la clásica, que tenía la notable propiedad de diferenciar proposiciones que son clásicamente equivalentes, al tiempo que la consistencia de aquella era tan plausible como la de ésta.

Los resultados de Gödel y Gentzen fueron tan sólo el comienzo. La idea de reconstruir la matemática en modo enteramente constructivo, sin apelar a principios lógicos que el intuicionismo rechazaría, alcanzó gran notoriedad con el trabajo de matemáticos como Errett Bishop, quien con admirable habilidad pudo proveer un contexto constructivo para una gran parte del análisis del siglo XX, refutando así la fuerte afirmación de Hilbert. Como era de esperar,



Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881-1966), académicamente conocido como LEJ Brouwer, Bertus para sus amigos, fue matemático y filósofo holandés famoso por sus trabajos en Topología y Lógica Matemática.
Siempre atraído por aspectos filosóficos, en 1905 publicó Vida, arte y misticismo, donde ya insinuaba reflexiones filosóficas sobre los fundamentos de la matemática que luego intentó incorporar a su tesis doctoral, pero tuvo que sacarlas ante la firme oposición de su director, Diederik Korteweg, quien consideró que el texto estaba “...entretejido con una especie de pesimismo y la actitud mística de la vida que no es la matemática, ni tiene nada que ver con la fundamentos de las matemáticas ".
Comprendiendo la debilidad de su posición para emprender una crítica tan profunda de los fundamentos de la matemática, por unos años Brouwer se dedicó a temas menos controvertidos, alcanzando notoriedad por la versión topológica del Teorema de Punto Fijo. En 1912, paradójicamente, con ayuda de Hilbert, consiguió una plaza en la Universidad de Amsterdam y entonces se sintió suficientemente seguro como para emprender su ataque a la fortaleza que pretendía construir Hilbert para los matemáticos.

Elisabeth Kübler Ross (1926-2004) psiquiatra suiza, una de las más afamadas expertas sobre la muerte, autora del famoso modelo que describe las etapas del duelo, publicado originalmente en On death and dying (1969).

estos esfuerzos requirieron de una revisión exhaustiva de los métodos y principios usados generalmente en las demostraciones matemáticas, muchos de los cuales dejan de ser constructivamente válidos. Uno de ellos es, por ejemplo, el famoso Axioma de Elección, cuyo carácter no constructivo quedó definitivamente fuera de discusión luego de que Diaconescu presentara en 1975 un argumento demostrando, en esencia, que el Axioma de Elección implicaba la ley del tercero excluido. Ningún razonamiento que excluya a éste puede usar toda la potencia de aquel, y en cambio es preciso apelar a versiones suficientemente débiles de tal Axioma como para garantizar un contenido constructivo.

Por otro lado, intentar mantenerse fiel a la doctrina constructivista rinde también inmensos frutos en la práctica: tal esfuerzo preserva el contenido computacional de las demostraciones, y en muchos casos esto posibilita extraer de ellas algoritmos que permiten construir determinado objeto o probar explícitamente que cierto objeto posee determinada propiedad. La matemática clásica, en cambio, carece con frecuencia de esta deseable característica, y los teoremas de existencia que uno allí encuentra suelen asemejarse más, desde el punto de vista intuicionista, a aseveraciones místicas sin sustrato definido: los objetos existen, clásicamente, en algún universo platónico, pero para los propósitos prácticos resultan a veces inaccesibles. En cambio, la lógica intuicionista, y las teorías matemáticas construidas sobre su base, conservan una estructura tan concreta que sus pruebas son en muchos casos verdaderos programas computacionales de los que cualquier máquina puede servirse para dar con los objetos que esas pruebas afirman construir.

¿Cuál es la enseñanza que todo esto debería dejarnos? En primer lugar nos recuerda ciertamente que no hay que guiarse por las apariencias, y nos muestra lo importante que es animarse a salir de la zona de comfort, explorando terrenos desconocidos. El matemático esloveno Andrej Bauer ha comentado al respecto que existen muchos mundos posibles en matemática, y que “aquel matemático que se aferra a un único mundo es un poco como el geómetra que sólo conoce geometría euclidiana”. En el caso de la lógica intuicionista y las primeras reacciones que genera, sugirió a modo ilustrativo una analogía con el denominado “modelo de Kübler Ross”, más conocido como “las cinco etapas del duelo” (en este caso, el duelo generado por la pérdida del carácter universal de la lógica clásica), y que uno podría adaptar aquí más o menos en los siguientes pasos:

1. Negación (la lógica intuicionista no es lógica)
2. Ira (¡esto es una destrucción de consagrados principios válidos de razonamiento!);
3. Negociación (¿podríamos al menos estudiar teorías intuicionistas a través de sus modelos conjuntistas clásicos?)
4. Depresión (he dedicado toda mi carrera a hacer matemática con una lógica que creía única…)
5. Aceptación (es interesante poder exhibir explícitamente aquel objeto que afirmamos construir).

Tal vez cada uno debería preguntarse en qué etapa se encuentra, y si está dispuesto a llegar a la última. Lo que se gana en el camino es ciertamente valioso, puesto que la multiplicidad de universos matemáticos igualmente válidos nos provee distintas visiones y perspectivas que enriquecen nuestro entendimiento. Tales universos permanecerían ignotos si uno insistiera en aferrarse a visiones dogmáticas, generadoras a veces de tanta dependencia que nos sentimos perdidos sin ellas. Quizás ayude, en esas circunstancias, recordar lo que expresaba Rabindranath Tagore: si de noche se llora por no ver el sol, las lágrimas impedirán ver las estrellas.

El Nim de Marienbad

Por Carlos Borches
CBC-UBA

Alain Resnais (1922) es un prestigioso director de cine que, junto a François Truffaut y Jean-Luc Godard, conformaron la Nueva Ola, *Nouvelle vague*, del cine francés.

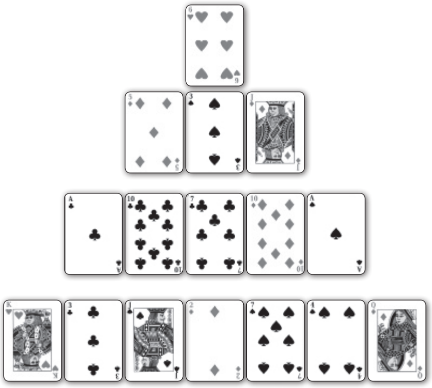
Hiroshima mon amour (1959) le dio fama mundial y poco después realizó *El año pasado en Marienbad* (*L´année dernière à Marien*bad, 1961), hoy considerada como película de culto.

Marienbad introdujo en el cine el recurso de analepsis (flashback) que consiste en modificar la secuencia cronológica del relato. Como tantos cambios revolucionarios que luego se vuelven obvios, para entender la magnitud de la propuesta que introdujo Resnais hay que ubicarse en la época: los espectadores estaban acostumbrados a que el tiempo en la película avanzaba en el mismo sentido que el tiempo del espectador, pero Resnais rompe con esa regla y sus personajes van y vienen en el tiempo mientras el espectador, con algunas pistas del presente y otras del pasado, intenta comprender los interrogantes que abre la historia. El recurso es hoy tan popular que nadie se sorprende, pero en su momento resultó desconcertante para el público, y algunos críticos consideraron que la película era "críptica y pretenciosa".

Otro elemento notable de *Marienbad* es una presencia matemática persistente a lo largo de toda la película. Sus tres protagonistas, una mujer y dos hombres, son llamados A, X y M y desfilan los juegos lógicos y escenarios dominados por las simetrías, sucesiones infinitas, reflexiones y largos pasillos flanqueados por misteriosas puertas.

X y M rivalizan por A y un terreno frecuente de conflicto es el juego de Nim, ya mencionado en este número de Qed, para ser más preciso, en el artículo *Pan y Queso* (pág 12).

Escena de L'année dernière à Marienbad. El ruso-francés Sacha Vierny acompañó como director de fotografía buena parte de la carrera de Resnais. En Marienbad no dejaron de utilizar recursos que evocan a la geometría.



El Nim

Algunos atribuyen su origen en el lejano oriente y otros lo relacionan con una práctica medieval inglesa apoyándose en la etimología de la palabra nim, que relacionan con el presente del verbo nimen (to take, tomar) en el inglés utilizado entre la alta y la baja Edad Media. Ese verbo proviene del más antiguo inglés, o anglosajón que se decía niman , pariente del actual nehmen, tal como se dice tomar o agarrar en alemán .

Sea como fuere, el juego del Nim admite muchas variantes aunque vamos a abordar la que se popularizó con la película, tal como M le explica a X:

M- Conozco un juego al que nunca pierdo.

X- Si no puede perder, no es un juego.

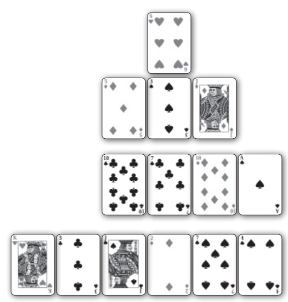
M- Puedo perder, pero siempre gano.

X- Vamos a probar.

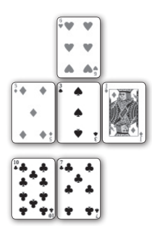
M- Juegan dos personas. Las cartas se colocan así: siete, cinco, tres y una. Cada jugador puede levantar tantas cartas como quiera, pero sólo de una fila cada vez. El jugador que levanta la última carta pierde.

De allí en más M suma triunfos, aunque esto no preocupa demasiado a X porque lo que realmente le interesa es quedarse con A, que parece ser la esposa de M.

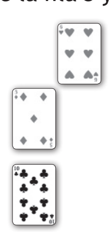
El primer juego transcurre así: X retira una carta de la fila 4 y M una de la fila 3



X se entusiasma y se lleva las 6 cartas que quedaban en la fila 4 y M responde llevándose dos de la fila 3



X recupera la cautela y saca una de la fila 3 y M responde sacando 2 de la fila 2.



X comprende que pierde y juega retirando la única carta de la fila 1 mientras no deja de mirar a su rival como si estuviera pensando en la señora madre de M, que muy seguro se lleva la carta de la fila 2 y la cámara se detiene en la única carta mientras se escucha de fondo una estridente risa femenina.

A lo largo de la película se repiten las derrotas de M, en ocasiones juegan con cartas o con imponentes fósforos de madera o fichas circulares.

El Nim admite muchas variaciones. Lo importante es tener a las fichas (cartas, fósforos o piedras) agrupadas en montones que pueden ser de cantidades variadas y respetar la regla de retirar cada vez de un único montón. Una alternativa es que gana el que levanta último.

Los jardines de Marienbad

Una estrategia para el Nim

En 1901, el matemático Charles Bouton, de la Universidad de Harvard, encontró una singular aplicación del sistema binario en el juego del Nim.

Apliquemos la estrategia no a la versión jugada en Marienbad, sino a la que premia con el triunfo al que retira la última carta. La idea es expresar la cantidad de cada montón en binario. En nuestro caso, al comenzar el juego tenemos las siguientes cantidades 1,3,5,7 que en binario resultan 001,011,101,111. Si encolumnamos las cifras y contamos la cantidad de unos en cda columna tenemos:

$$\begin{array}{c} 001 \\ 011 \\ 101 \\ 111 \\ \hline 224 \end{array}$$

A quien le toca el turno, sea cual fuere la elección de cartas a retirar, no podrá evitar romper la paridad en alguna columna, y después de jugar, su adversario podrá hacer una elección apropiada para restaurar la paridad. De esta forma, quien juegue primero siempre tendrá la paridad en cada columna, si es que el segundo jugador hace la elección correcta, por lo tanto, como gana el último que retira, el triunfo está en manos del segundo jugador.

¿Qué es lo que cambia de la estrategia si el último que retira pierde? Invitamos al lector a acercarnos soluciones que, más temprano que tarde, publicaremos en el próximo número de Q.e.d.

Intimidades de un cierre...

o no se puede caminar para atrás con las ojotas puestas

J. ¡Más de un año sin salir! ¡Qué vergüenza!

C. Yo me pongo una bolsa en la cabeza cuando me preguntan cuándo sale el próximo número y quedo perplejo si me interrogan sobre la periodicidad de la revista.

J. ¡Periódica nuestra aparición? ¡Es muy irregular! ¡Más periódicas serán las cifras decimales de pi!

I. ¡Libertad a Qed! ¡Basta de autocensura! Y pidamos disculpas a l@s lector@s.[1] Sé de quienes se alegrarán cuando aparezca este número sexto, porque me lo reclaman a cada instante.

J. El artículo editorial de Agustín no deja de ser provocativo, cuando pone a Jesús junto a gigantes de la ciencia, pero tiene la virtud de invitarnos, a quienes no lo tenemos entre nuestros ídolos, a pensar en cada afirmación que hace comparando unos con otros.

A. No hay ahí intención moral ni religiosa, aunque quizá sí política. Sólo quise poner de relieve las ideas relativistas de ese personaje histórico del pensamiento y la acción, para mostrar que la relatividad de cualquier índole siempre incomoda al poder injusto.

I. ¿Lo comparás con Aristarco, Copérnico, Galileo y Einstein?

A. Sí; pero una cosa es comparar, y otra equiparar. El matemático Norberto Fava me explicó una vez la diferencia con este ejemplo: — Yo me puedo comparar perfectamente —dijo— con el campeón de boxeo. El resultado de la comparación es que él boxea mucho mejor que yo (por el momento). Naturalmente, —agregó— no me equiparo con él.

C. Me maravilla que Aristarco de Samos haya sido el primero, que se sepa, en aventurar, unos 250 años antes de que Jesús naciera, que los planetas giran alrededor del Sol. Esa idea la retomó Copérnico 1700 años después. Es una pena que hayan quemado los libros de Aristarco; sólo sabemos de él lo que cuentan otros filósofos.

J. Una idea feliz de Aristarco fue la de medir la relación de las distancias entre la Tierra y la Luna y la Tierra y el Sol.

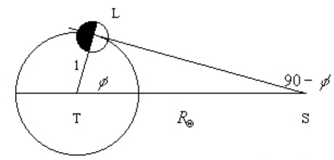
I. ¿Cómo lo hizo sin los instrumentos que tenemos hoy?

J. ¡Gracias por la pregunta! Así lo puedo contar sin remordimientos. Aristarco dedujo que cuando la Luna está en cuarto (sea creciente o menguante), el Sol ilumina la mitad de su cara visible.[2] Eso indica que el Sol, la Luna y la Tierra forman un ángulo recto. Si pudiéramos medir en ese momento el ángulo Luna - Tierra - Sol, con una simple cuenta de trigonometría tendríamos la relación entre ambas distancias, por aquel entonces desconocida.

1 ¿Se adoptarán en alguna época reglas gramaticales que eviten la discriminación sexista? ¿Se aplicarán también a vacas y toros, caballos y yeguas, ovejas y carneros?

2 Medio disco lunar iluminado es un cuarto de Luna. La forma que llamamos de medialuna, como la Medialuna de las Tierras Fértiles en Cercano Oriente, es en realidad un octavo de Luna. Vemos ahí una inflación semántica del 300 %.

C. La idea es ingeniosa, y su sencillez la torna brillante. Por desdicha Aristarco cometió un error en la medición del ángulo: midió 87 grados en lugar de 89,86. Ese pequeño error en la medición del ángulo causó que él estimase la distancia de la Tierra al Sol como 19 veces la de la Tierra a La Luna, en lugar de las 400 veces que habrían resultado con un ángulo mejor medido.



$$\phi = 87° \rightarrow \operatorname{sen}(90-\phi) = \operatorname{sen} 3° = \frac{1}{R_{\odot}} \cong \frac{3}{180} \cdot \pi$$

$$R_{\odot} = \frac{180}{3\pi} = 19 \text{ veces Tierra - Luna}$$

J. Perdonémoslo. No era fácil determinar el momento preciso en el que el disco lunar estaba exactamente iluminado por la mitad, ni evitar otros errores que se puedan cometer en observaciones a simple vista, quizás hechas con goniómetros de madera.

C. Sin embargo su cuenta demostró que el Sol está mucho más lejos de nuestro planeta que lo que entonces se creía. Anaxágoras dijo que el Sol es 'al menos tan grande como el Peloponeso'. Acertó: es diez mil veces más grande que esa península griega, hoy una isla.

I. Está bueno el artículo sobre estrés oxidativo. En algún número siguiente tendríamos que convocar a un biólogo para que nos dé su mirada sobre las variadas aplicaciones de ese efecto.

C. Me interesé por las investigaciones que están realizando l@s autor@s con metales pesados. La definición de metal pesado tiene que ver con el peso específico del metal o con su número atómico en la tabla periódica, pero curiosamente la definición precisa es hoy motivo de controversia. Parece que metales livianos, como el aluminio, bajo algunas circunstancias pueden causar problemas de salud.

J. ¡Los matemáticos no podríamos dormir con una mínima vaguedad en la definición del objeto de estudio!

A. En el ambiente escolar y en el universitario introductorio se insiste mucho en la distinción entre el peso y la masa. Sin embargo en los medios físicos avanzados no se le da importancia al lenguaje en que se expresan ambas magnitudes, y al parecer nadie se confunde por eso. En vez de agua densa se dice sin ningún empacho agua pesada, aunque se trate de la de un reactor que funcione en la Luna, donde el peso de los cuerpos es seis veces menor que en la Tierra.

J. Hago un pequeño homenaje a Enzo Gentile en el Pan y Queso. Quienes lo tuvimos como docente lo recordamos como muy exigente y apasionado. Decía que no investigaba sino que estudiaba todo el tiempo.

C. Tenía un humor muy fino. En su célebre libro Notas de Álgebra, suele separar los capítulos con frases tales como `en este momento de su narración, Sherezada vio acercarse la mañana y calló discretamente`. Se lo podía oir cantar ópera tras la puerta de su oficina.

A. Recuerdo sus clases de combinatoria de los años 60. El último ejercicio de su guía, tipeada en esténcil e impresa a mimeógrafo en papel amarillento, áspero y esponjoso, decía: En un zoológico hay 6 jirafas, 9 leones, 5 tigres, 20 monos, 14 serpientes y 4 osos. En un dado instante se abren todas las jaulas. ¡¡¡Aaaahhh...!!!

C. ¿Y...?

A. Eso era todo; el enunciado terminaba en esa exclamación. Quienes a la mitad de la lectura ya estábamos calculando factoriales, nos chasqueábamos; o mejor: nos armábamos nuestros propios ejercicios. Olvidé cuál inventé yo, pero recuerdo perfectamente el resultado: 720.

C. ¡Hiciste trampa, elegiste un problema sencillo!

J. En sus trabajos prácticos Gentile evitaba el número 13. El pirata Morgan, al que mostraba como un gran supersticioso, protagonizaba alguno de los problemas de combinatoria de la misma forma que en Pan y Queso.

I: Parece loco que el juego y la matemática estén tan estrechamente relacionados.

J: Miguel de Guzmán decía que la matemática nunca deja de ser un juego. Pero para ser precisos, aquí nos ocupamos de una clase de juegos llamados de información completa.

C: Como el ajedrez y el tatetí, para poner dos ejemplos muy conocidos. Se caracterizan porque además de no intervenir el azar ni la destreza física de los jugadores, se conocen todos los posibles movimientos propios y del oponente..

La palabra impacto, que en rigor significa un golpe, se interpreta como una influencia (muchas veces indeseable) en el medio ambiente y los seres vivos.

Instrucciones para elegir en un picado

Cuando un grupo de amigos no enrolados en ningún equipo se reúnen para jugar, tiene lugar una emocionante ceremonia destinada a establecer quiénes integraran los dos bandos.

Generalmente dos jugadores se enfrentan en un sorteo o pisada y luego cada uno de ellos elige alternadamente a sus futuros compañeros. Se supone que los más diestros serán elegidos en los primeros turnos, quedando para el final los troncos. Pocos han reparado en el contenido dramático de estos lances. El hombre que está esperando ser elegido vive una situación que rara vez se da en la vida. Sabrá de un modo brutal y exacto en qué medida lo aceptan o lo rechazan. Sin eufemismos, conocerá su verdadera posición en el grupo. A lo largo de los años, muchos futbolistas advertirán su decadencia, conforme su elección sea cada vez más demorada.

Manuel Mandeb, que casi siempre oficiaba de elector, observó que sus decisiones no siempre recaían sobre los más hábiles. En un principio se creyó poseedor de vaya a saber que sutilezas de orden técnico, que le hacían preferir compañeros que reunían ciertas cualidades.

Pero un día comprendió que lo que en verdad deseaba, era jugar con sus amigos más queridos. Por eso elegía a los que estaban más cerca de su corazón, aunque no fueran tan capaces.

El criterio de Mandeb parece apenas sentimental, pero es también estratégico. Uno juega mejor con sus amigos. Ellos serán generosos, lo ayudaran, lo comprenderán, lo alentarán y lo perdonarán. Un equipo de hombres que se respetan y se quieren es invencible. Y si no lo es, más vale compartir la derrota con los amigos, que la victoria con los extraños indeseables.

"Crónicas del Ángel Gris" de Alejandro Dolina.

J: Hay un teorema que dice que esta clase de juegos siempre tienen una estrategia que no es perdedora para alguno de los dos jugadores. Este resultado es notable, nos podría decir, por ejemplo, que en el ajedrez el blanco o negro podría no perder nunca.

A. Recuerdo un problema de ajedrez en una revista cómica. Se veía el tablero con todas las piezas en su posición inicial, con el subtítulo: Juegan las blancas y ganan. ¿Será así realmente? ¿O quizá pierdan, o empaten? Alguna vez se sabrá.

C: El teorema al que me refiero no nos dice cuál es la estrategia. Por eso el ajedrez sigue siendo un juego interesante. La lógica intuicionista no la aceptaría como tal.

I: Recuerdo la película Una mente brillante que recrea la vida del matemático John Nash, premio Nobel de economía, donde hace uso de esta teoría.

C: En el próximo número publicaremos una breve solución del problema del pirata para los que se queden con la duda de dónde se tiene que colocar el Capitán para llevarse la mayor cantidad de diamantes. Tal vez algún lector o lectora nos acerca la suya…

J. A propósito. A pesar del tiempo transcurrido desde que salió el número anterior, recuerdo una observación que nos hizo Laura Massachessi, de diez años, con respecto al artículo sobre la aguja de Buffon.

C. ¿¿Diez años??

J. Sí. Observó que el texto dice que la aguja tiene que tener una longitud menor que el reticulado donde se la arroja, pero el dibujo ilustra exactamente lo opuesto.

I. ¿A ver? ¡Es cierto! ¡No sabía que teníamos lectores tan jóvenes! Tendremos que tener más cuidado, porque ellos y ellas sí prestan atención a los detalles.

J. Hay un aspecto interesante de la vida de George Boole. Andrea nos cuenta que nació en Inglaterra en 1915. Pertenecía a una familia de clase social baja y más bien pobre. Solo recibió la educación elemental usual de su época.

A. ¿Cómo llegó a ser tan gran matemático?

J. Estudió por su cuenta latín y griego en la esperanza de mejorar su posición social. Fue maestro de escuela primaria. Allí se convenció de que tenía que aprender más matemática y comenzó a estudiar las obras de Laplace y Lagrange.

I. ¿Lagrange? ¿El que dijo la famosa frase ante la muerte de Lavoissier?[3]

J. El mismo. Boole se relacionó con Augustus De Morgan y se interesó por una controversia entre este matemático y el filósofo escocés Sir William Hamilton.[4] Como resultado Boole publicó en 1847 un pequeño libro de lógica que De Morgan consideró como de los que marcan una época. George Boole fue un verdadero autodidacta. Para poner de relieve su importancia, baste citar a Bertrand Russell, quien dijo que 'la naturaleza de la matemática pura, máximo hallazgo de la matemática durante el siglo XIX, fue descubierta por Boole'.

A. Hay que aclarar que este Hamilton no es el creador de los cuaterniones ni del famoso concepto de hamiltoniano, usado en la mecánica analítica y muy útil en la mecánica cuántica. Me gustan esos entretelones del conocimiento. A propósito…

P: Si, si, pero tratemos eso la próxima vez. Q.e.d. cierra su sexto número.

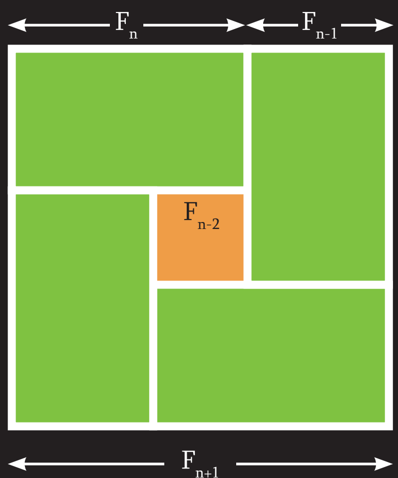
3 'Bastó un instante para separar su cabeza del cuerpo, Francia no producirá otra cabeza igual en un siglo.'

4 El filósofo escocés Sir Willam Hamilton (1788-1856) no es el mismo que el matemático (y muchas otras cosas) irlandés Sir Willam Rowan Hamilton (1805-1865). Ambos eran nobles: el escocés, un barón que había heredado su título y el irlandés un caballero que se había ganado el suyo.

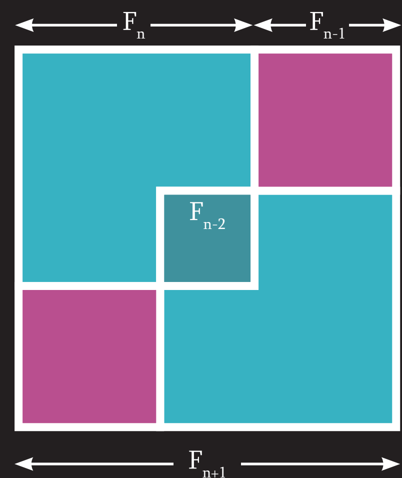
DEMOSTRACIONES VISUALES

Identidades de Fibonacci

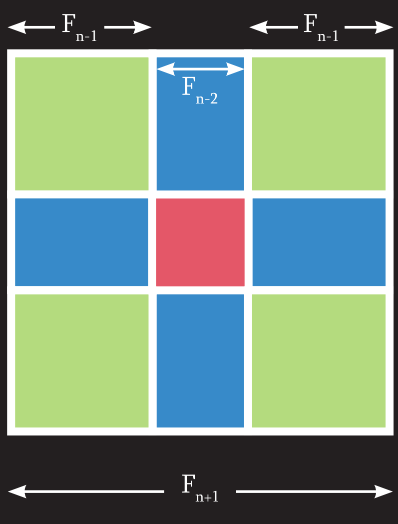
$$F_1 = F_2 = 1 \qquad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$



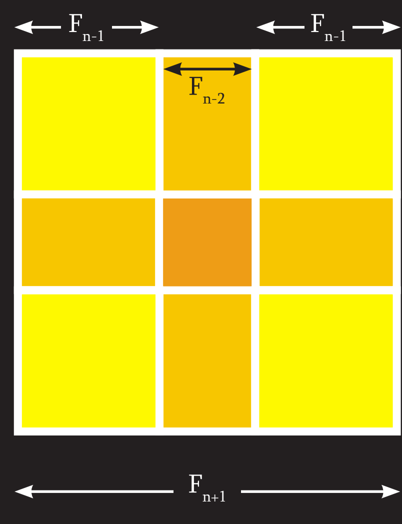
$$(F_{n+1})^2=4F_n F_{n-1}+(F_{n-2})^2$$



$$(F_{n+1})^2=2(F_n)^2+2(F_{n-1})^2-(F_{n-2})^2$$



$$(F_{n+1})^2=4(F_{n-1})^2+4F_{n-1}F_{n-2}+(F_{n-2})^2$$



$$(F_{n+1})^2=4(F_n)^2-4F_{n-1}F_{n-2}-3(F_{n-2})^2$$

EDUCANDO

EDITORIAL

Ciudad Universitaria Pabellón 2 Planta Baja, CP 1428, Cdad. Autónoma de Bs. As.
Tel: 4788-9570 mail: edccceducando@ciudad.com.ar