

## Tesis de Posgrado

# Estudio de semejanza de operaciones de transferencia de calor y cantidad de movimiento

García Bourg, José María

1963

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Químicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

García Bourg, José María. (1963). Estudio de semejanza de operaciones de transferencia de calor y cantidad de movimiento. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1172\\_GarciaBourg.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1172_GarciaBourg.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

García Bourg, José María. "Estudio de semejanza de operaciones de transferencia de calor y cantidad de movimiento". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1963. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1172\\_GarciaBourg.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1172_GarciaBourg.pdf)

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires

**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**  
**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES**

**ESTUDIO DE SEMEJANZA DE OPERACIONES DE TRANSFERENCIA**  
**DE CALOR Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO**

**por**

**José María García Boung**

*R de Tesis:* 1172

**Resumen de la tesis presentada para optar al título**  
**de Doctor en Química, orientación: Química Tecnológica**

**AÑO 1963**

1-RESUMEN-

Con el objeto de contar con elementos de juicio concretos, respecto a las posibilidades de aplicación de las distintas correlaciones propuestas, sobre la similitud entre las operaciones de transferencia de calor y cantidad de movimiento, se encará el presente estudio, con especial referencia a las condiciones reales en que deben desarrollarse dichas operaciones en nuestro medio.

Para la realización de la parte experimental se construyó un intercambiador de calor de tubos concéntricos, con posibilidad de medir las temperaturas de pared del tubo en ensayo y la pérdida de carga producida por el flujo a lo largo de la sección en estudio.

En el transcurso de las doscientas siete determinaciones efectuadas, se realizó el "Estudio de semejanza entre Operaciones de Transferencia de Calor y Cantidad de Movimiento", como se describirá de inmediato, en forma muy sucinta.

Se estudió la posible influencia de los "efectos de entrada", en las condiciones previstas para el equipo empleado, con lo que se logró determinar que la acción producida por estos efectos, era perfectamente despreciable.

Las condiciones en que se realizó el trabajo, fueron las siguientes:

- a) Equipo: Intercambiador de calor de tubos concéntricos
- b) Material del tubo: "Hierro negro", tipo comercial
- c) Diámetro del tubo: 3/4 pulgada "paso gas" (0,021 m)
- d) Longitud ensayada: 3,98 metros
- e) Fluido ensayado: Agua
- f) Rango de número de Reynolds:  $5 \cdot 10^3$  a  $5 \cdot 10^4$
- g) Rango de número de Prandtl: 3,3 a 5,3
- h) Rango de coeficientes de fricción: 0,006 a 0,010

A los efectos de determinar la rugosidad absoluta del tubo ensayado, se efectuaron los correspondientes análisis metalográficos, previa "inclusión" de las probetas en seportes de metal y material plástico.

A partir de estas condiciones se iniciaron los primeros ensayos con la intención de observar el comportamiento y posible aplicación de la Analogía de Colburn (factores "J"). El resultado de este intento, fué la demostración cabal del incumplimiento de esta analogía en tubos rugosos.

Insgo se encaró la posibilidad de predicción de resultados por aplicación de la Analogía de Martinelli para lo cual se hicieron los ensayos correspondientes observando las indicaciones impuestas por el autor de la citada correlación. Es así que se llegó a los resultados finales, de donde se desprende la posibilidad de predicción de datos por aplicación de esta analogía.

Como se menciona en las conclusiones, el hecho de haberse producido (por oxidación) variaciones de hasta el 60% en los valores del coeficiente de fricción, permite ver la independencia de esta analogía respecto a la rugosidad del tubo en un rango apreciable.

Por otro lado, tanto el material del tubo como el fluido estudiado permiten establecer la validez de esta correlación para condiciones reales y de múltiples aplicaciones en el campo de esta disciplina.

Al final de las conclusiones de este trabajo, se hace una breve comparación entre las condiciones de operaciones empleadas en esta presentación y las utilizadas por Smith y Epstein (1) en su publicación: "Efecto de la rugosidad de pared sobre la transferencia de calor por convección en tubos comerciales" (título del original en

---

(1) Smith y Epstein : "Effect of Wall Roughness on Convective Heat Transfer in Commercial Pipes", A.I.Ch.E. Journal (Junio de 1957).

FOYABA.

+

inglés); por lo que se verá la complementación mutua de estos estudios, dando de esta manera una mayor amplitud en su validez, a la correlación general que estableciere Martinelli.

*J. María Pérez*

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

---

ESTUDIO DE SEMEJANZA DE OPERACIONES DE TRANSFERENCIA DE  
CALOR Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

por

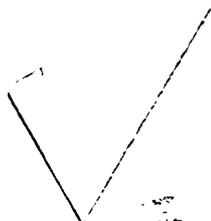
José María García Bourg

Tesis presentada para optar al título de  
Doctor en Química (Orientación: Química Tecnológica)

AÑO 1963

P A D R I N O   D E   T E S I S

PROFESOR DOCTOR JORGE RONCO



I N D I C E

	Pág.
I. <u>INTRODUCCION TEORICA</u> .....	5
I.A. TRANSFERENCIA DE MOMENTO .....	5
I.A.1. <u>Mecanismo de transferencia de momento</u> .....	5
2. <u>Distribución de velocidades en movimiento laminar</u> .....	7
3. <u>Ecuaciones de Intercambio para sistemas isotérmicos</u> .....	9
4. <u>Distribución de velocidades en movimiento turbulento</u> .....	10
5. <u>Transporte en la interfase en sistemas isotérmicos.</u> ..	15
6. <u>Balance macroscópico de momento para sistemas isotérmicos</u> .....	16
I.B. TRANSFERENCIA DE ENERGIA (CALOR).....	19
I.B.1. <u>Mecanismo de transferencia de energía</u> .....	19
2. <u>Distribución de temperaturas en sólidos y fluídos en movimiento laminar</u> .....	22
3. <u>Ecuaciones de intercambio para sistemas no-isotérmicos</u> .....	24
4. <u>Distribución de temperaturas en fluídos en movimiento turbulento</u> .....	27
5. <u>Transferencia en la interfase en sistemas no-isotérmicos</u> .....	29
6. <u>Balance macroscópico de Energía para sistemas no-isotérmicos</u> .....	33
II. <u>SEMEJANZA ENTRE OPERACIONES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO</u> .....	36
II.A. <u>ANTECEDENTES HISTORICOS</u> .....	37
B. <u>GRUPOS ADIMENSIONALES</u> .....	39
C. <u>CORRELACIONES ENTRE LAS OPERACIONES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO</u> .....	42
III. <u>PARTE EXPERIMENTAL</u> .....	42
III.A. <u>DESCRIPCION DE EQUIPOS</u> .....	42
III.A.1. <u>Intercambiador</u> .....	43

2.	<u>Control de operaciones</u>	43
III.B.	<b>ESTUDIOS PREVIOS</b>	46
1.	<u>Calibración de termocuplas</u>	47
2.	<u>Estudios de efectos de entrada</u>	48
3.	<u>Determinación de rugosidad del tubo</u>	49
III.C.	<b>METODOS DE CALCULO</b>	50
III.D.	<b>DATOS</b>	54bis
1.	<u>Datos experimentales</u>	55
2.	<u>Datos calculados</u>	60
3.	<u>Datos finales</u>	64
IV.	<u>DISCUSION DE RESULTADOS</u>	68
IV.A.	ANALOGIA DE COLBURN	68
B.	ANALOGIA DE MARTINELLI	71
V.	<u>CONCLUSIONES</u>	73
	<u>NOMENCLATURA</u>	75
	<u>BIBLIOGRAFIA</u>	77

# I. INTRODUCCION TEORICA

Con el objeto de encarar el estudio de la semejanza entre las operaciones de transferencia de calor y cantidad de movimiento<sup>(1)</sup>, se presentan en forma ordenada los modernos conceptos que fundamentan teóricamente los "fenómenos de transporte", los que más adelante serán analizados en forma teórico-práctica a través de las experiencias realizadas en este trabajo.

## I.A. TRANSFERENCIA DE MOMENTO.

Toda operación de transporte se caracteriza por tener una cantidad de transferencia por unidad de tiempo, proporcional a la fuerza impulsora que la provoca e inversamente proporcional a la resistencia que opone el medio a esta operación. Asimismo debe determinarse un coeficiente específico de cada elemento que se estudia, que es inversamente proporcional a la resistencia, recientemente mencionada.

### I.A.1. Mecanismo de la transferencia de momento.

Considerando un fluido contenido entre dos láminas paralelas de área  $A$  (ver fig. 1), las que están separadas por una pequeña distancia  $Y$ , se supone que el sistema está en reposo pero

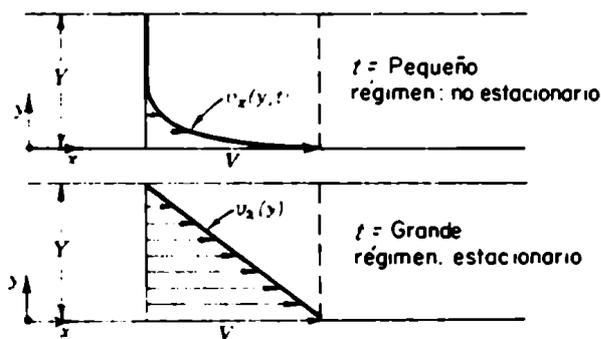


Fig.1. Perfiles de velocidad entre un fluido contenido entre dos láminas.

que en determinado momento se pone en marcha la lámina inferior

(1) El tema fué sugerido oportunamente (1958) por el Sr. Prof. Ing<sup>o</sup> JOSE M. BADOS, con la consiguiente indicación del instrumental básico.

a una velocidad  $V$  en dirección del eje de las "x". Con el correr del tiempo el fluido va ganando cantidad de movimiento y el perfil de velocidad es el del esquema de la parte superior de la Fig. 1, pero luego de cierto tiempo, el sistema llega a régimen estacionario y se presenta un perfil de velocidades, como se representa en el esquema inferior de la figura citada. Para mantener la lámina inferior a la velocidad  $V$  en las mismas condiciones, es necesario aplicarle una fuerza constante  $F$ . Para régimen laminar, esta fuerza se puede expresar como sigue:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{V}{Y} \tag{I-1}$$

Es lo mismo que decir, que la fuerza  $F$  que se le debe aplicar a la lámina móvil por unidad de área, es proporcional a la velocidad de ésta, e inversamente proporcional a la distancia entre las mismas. La constante de proporcionalidad " $\mu$ " se llama viscosidad del fluido.

Tomando como base la fórmula anterior (I-1) se puede escribir de otra manera haciendo el siguiente razonamiento: La "fuerza de corte" ejercida sobre el fluido en la zona donde el valor de "y" es muy pequeño, se designa como  $\tau_{yx}$ , y el componente "x" del vector de la velocidad en ese punto se le nombra  $v_x$  con lo que se tendrá

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \tag{I-2}$$

o sea que la "fuerza de corte" por unidad de área es proporcional al gradiente negativo de la velocidad (relativa entre lámina y fluido). Esta fórmula se conoce como Ley de Viscosidad de Newton. Los fluidos que cumplen con esta ley se les llama Newtonianos. Los gases y la mayor parte de los líquidos obedecen a esta ley, salvo algunas excepciones, como pastas, barros o altos polímeros.

De la fórmula (I-2) se pueden sacar conclusiones de suma utilidad, introduciendo el concepto de transferencia de momento. En la parte más cercana de la superficie en movimiento,

el fluido adquiere cierta cantidad de momento en sentido del eje "x". Este fluido a su vez, trasmite algo de ese momento recibido, a la "capa" adyacente, provocándole un pequeño movimiento en dirección "x". Aquí la cantidad de movimiento en dirección "x" es transmitida en dirección "y". Consecuentemente,  $T_{yx}$  puede ser interpretada como el flujo viscoso que trasmite el momento "x" en sentido de la dirección "y". Donde se entiende por flujo: caudal por unidad de área. Además, el signo convencional  $T_{yx}$  muestra con mayor facilidad y en forma visual el sentido de "flujo de momento", cuyas unidades son de momento por unidad de área y unidad de tiempo.

De la fórmula I-2 se ve que el flujo viscoso de momento, se trasmite en el sentido del gradiente negativo de velocidad en la misma forma, como se verá, que la transmisión de calor se efectúa en el sentido de las temperaturas decrecientes.

#### I.A.2. Distribución de velocidades en movimiento laminar

Si bien es cierto que no se necesita el conocimiento completo de la distribución de velocidades en problemas de ingeniería, para dar una idea más completa de las posibilidades teóricas de cálculo, se describirán brevemente el significado y aplicación del "balance de momento por capas" en movimiento laminar y las "condiciones en la capa límite".

En el desarrollo de este punto se tomará siempre el caso de "régimen estacionario", entendiéndose con esto que, las condiciones en cada punto del sistema, no cambian con el transcurso del tiempo.

El balance de momento efectuado tomando "delgadas capas" de fluido, para régimen estacionario debe ser:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad de} \\ \text{momento} \\ \text{entrante} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad de} \\ \text{momento} \\ \text{saliente} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de fuerzas} \\ \text{actuantes sobre} \\ \text{el sistema} \end{array} \right\} = 0 \quad (I-3)$$

El momento puede incorporarse al sistema por simple transferencia según la expresión Newtoniana de "flujo de momento", y también por el movimiento del fluido. Las fuerzas actuantes se refieren a la presión (sobre las superficies) y a la gravedad (sobre el fluido como un todo).

Este balance de momento se puede aplicar sólo a sistemas de fluidos en que sus líneas de corriente, circulen rectilíneamente.

El procedimiento general para presentar y resolver un problema de flujo viscoso es el siguiente:

Se hace el balance de momento según la ecuación (I-3) tomando capas de espesor finito y luego llevando esta ecuación al límite (espesor  $\rightarrow 0$ ), se hace la derivación de ésta obteniéndose así la ecuación diferencial que describe la distribución de flujo de momento. En este punto se puede insertar la expresión de Newton para la distribución de flujo de momento y obtener por este camino la ecuación diferencial de distribución de velocidades. La integración de estas dos ecuaciones diferenciales proporciona, respectivamente, la distribución de velocidades y flujos de momento para el sistema en estudio. Esta información puede también ser usada para estimar otros parámetros como ser: velocidad media, velocidad máxima, pérdida de carga, fuerzas sobre la interfase, etc.

Al efectuar la integración descripta, aparecen algunas constantes que se deben determinar fijando las "condiciones en la interfase".

Se dan a continuación tres de las más empleadas de las "condiciones de interfase".

- a) En una interfase sólido-líquido el fluido tiene una velocidad igual a la del sólido en movimiento, lo que es lo mismo que suponer que el fluido en la interfase está adherido al sólido con el que está en contacto.
- b) En una interfase líquido-gas el flujo de momento es muy cercano a cero y se puede suponer cero para la mayoría de los cálculos.
- c) En el caso de una interfase líquido-líquido tanto los valores de flujo de momento y la velocidad están intercambiándose constantemente a través de la interfase, o sea que, los valores son iguales de un lado u otro de la misma.

### I.A.3. Ecuaciones de intercambio para sistemas isotérmicos

En el punto anterior, se explicó rápidamente que, para determinar la distribución de velocidades en un sistema de fluidos en movimiento, se podía realizar por aplicación del "balance de momento por capas". Además, esta distribución de velocidades permitía determinar otros parámetros como velocidad media y "fuerza de arrastre". Sin embargo, no es necesario presentar este balance cada vez que se inicia un trabajo sobre problemas de flujo viscoso, puesto que raras veces es favorable. Es más rápido, sencillo y seguro, comenzar aplicando las ecuaciones de conservación de masa y momento y además simplificar esas ecuaciones, haciendo el problema más accesible y de pronta resolución.

Las distintas ecuaciones de conservación son llamadas por algunos autores, "ecuaciones de intercambio" (1) por el hecho de que ellas describen los intercambios de velocidad, temperatura y concentración con respecto al tiempo y posición en el sistema.

Considerando un volumen elemental  $\Delta x \Delta y \Delta z$  como se representa en la fig. 2 se puede plantear un balance de momento

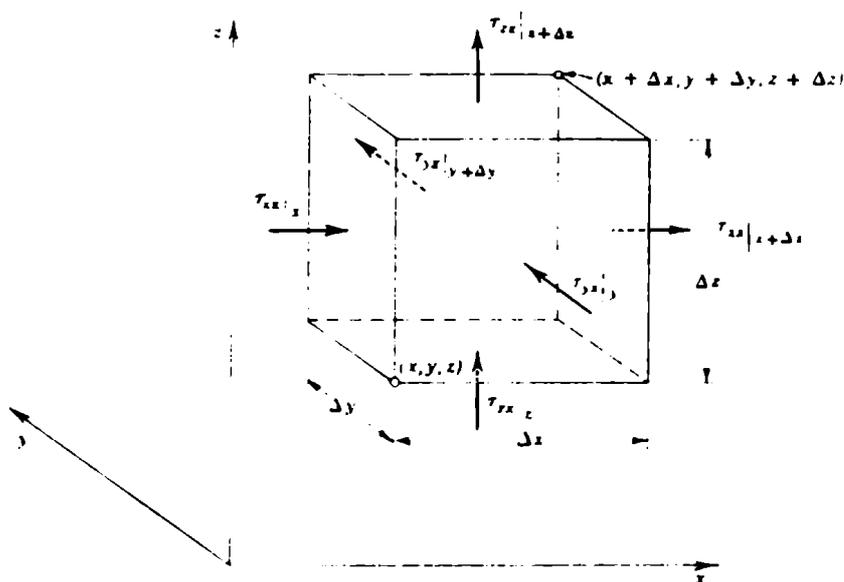


Fig. 2. Volumen elemental  $\Delta x \Delta y \Delta z$  con flechas que indican el transporte de momento según el componente "x" a través de cada cara del volumen en estudio

para régimen no estacionario, de la manera siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad} \\ \text{de momento} \\ \text{acumulado} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad} \\ \text{de momento} \\ \text{entrante} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad} \\ \text{de momento} \\ \text{saliente} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{suma de fuerzas} \\ \text{actuantes sobre} \\ \text{el sistema} \end{array} \right\} \quad (I-4)$$

Siguiendo el desarrollo matemático de las ecuaciones vectoriales que se plantean en la obra citada en (1) se llega a:

$$\frac{d}{dt} \rho v = -[\nabla \cdot \rho v v] - \nabla p - [\nabla \cdot \tau] + \rho g$$

Incremento de momento por unidad de volumen	Cantidad de momento ganada por convección por unidad de volumen	Fuerza de presión sobre el elemento por unidad de volumen	
			(I-5)
	Cantidad de momento ganada por transferencia viscosa por unidad de volumen	Fuerza gravitacional sobre el elemento por unidad de volumen	

Las ecuaciones I-4 e I-5 se presentan con el objeto de facilitar los elementos necesarios para la posterior realización del balance macroscópico de momento que se desarrollará más adelante.

El detalle de los desarrollos se puede ver con claridad en la cita mencionada y es por ello que se ha preferido dar lugar en este trabajo a puntos más específicos sobre el tema, sin entrar en consideraciones minuciosas de estos fundamentos.

#### I.A.4. Distribución de velocidades en movimiento turbulento

Hasta este punto se han tratado todos los problemas relacionados con circulación de fluidos en régimen laminar, pero se verá que para el nuevo régimen en estudio es necesario introducir nuevos conceptos.

Se ha visto que las ecuaciones diferenciales que describen el flujo laminar son conocidas y además que para cierto número de sistemas simples, la distribución de velocidades, como así otras variables, pueden ser calculadas en forma bastante directa. El factor limitante de la aplicación de estas ecuaciones de intercambio se presenta cuando algunos de los componentes de velocidad no se vuelven despreciables y entonces, la aplicación matemática de estas ecuaciones se hace demasiado complicada. Además, si estas ecuaciones se aplican a régimen turbulento, darán valores instantáneos

de la velocidad y presión que tienen grandes variaciones con respecto a los valores medios que nos interesan. Puesto que este camino no es una solución se propondrán otros desarrollos.

Las técnicas modernas (1, 2 y 3) hacen ver los errores que introduce al cálculo, la aparición de las fluctuaciones y para ello se propone el estudio dinámico de este régimen, no en forma puntual e instantánea, sino promediando esos valores de velocidad y presión en cortos intervalos de tiempo, con lo que se llegará a las ecuaciones de intercambio "alisadas" en función del tiempo. Estas ecuaciones describirán la distribución de velocidades y presiones "alisadas" en función del tiempo para estos perfiles. Las velocidades se medirán con un Venturi y las presiones con un manómetro. La única dificultad consiste en que estas ecuaciones incluyen en el "flujo turbulento de momento" el componente  $\mathcal{T}_{yx}^{(t)}$ . Puesto que en el movimiento laminar el componente  $\mathcal{T}_{yx}$  podía ser expresado de acuerdo a la ley de viscosidad de Newton, el valor  $\mathcal{T}_{yx}^{(t)}$  es calculado generalmente por vía experimental.

Este es otro de los motivos por el que Bird, Stewart y Lightfoot, a pesar de criticar severamente los métodos semiempíricos que se han venido desarrollando hasta el presente dicen: "No obstante, estas teorías han encontrado aplicaciones útiles en ingeniería".

En la aplicación del sistema de variables "alisadas" se tomará como base la circulación de un fluido en régimen turbulento a través de un tubo circular, que es el caso de este estudio.

Se sabe que para régimen laminar en tubos circulares la distribución de velocidades y la velocidad promedio están dadas por:

$$\frac{u_z}{u_{z,\max}} = \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]; \quad (I-6)$$

$$\frac{\langle u_z \rangle}{u_{z,\max}} = \frac{1}{2} \quad (I-7)$$

También se sabe que la pérdida de presión es proporcional al caudal que circula por el tubo.

Para flujo turbulento, las magnitudes halladas experimentalmente por medio del método de variables "alisadas" cambian de la manera siguiente:

$$\frac{\bar{v}_z}{\bar{v}_{z,max}} \cong \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/4}; \tag{I-8}$$

$$\frac{\langle \bar{v}_z \rangle}{\bar{v}_{z,max}} \cong \frac{4}{5} \tag{I-9}$$

Estas expresiones son correctas para un rango del número de Reynolds aproximadamente de  $10^4$  a  $10^5$ .

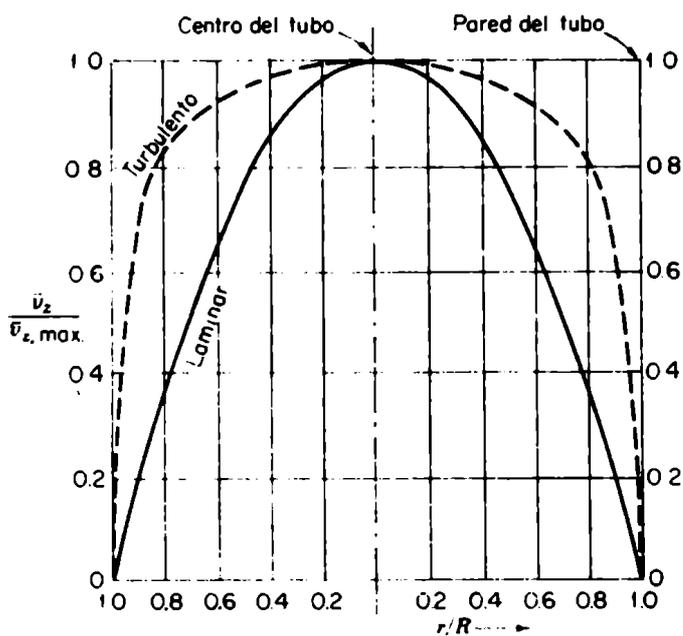


Fig. 3. Comparación cualitativa de distribución de velocidades en régimen laminar y turbulento.

Para tubos circulares se mantiene el régimen laminar siempre que no se pase de un número de Reynolds  $Re = \frac{\rho \bar{v} d}{\mu} < 2.1 \times 10^3$ . Ya en estos valores de Reynolds se necesita un tubo de paredes muy lisas y que no se produzcan vibraciones en el mismo, de lo contrario se pasará inmediatamente a régimen turbulento.

Es necesario aclarar que las características del flujo turbulento no se extienden en toda la superficie del corte normal del tubo, y por ello se describirán las distintas regiones y variaciones que sufre este régimen con respecto de la distancia al centro.

Así se puede decir que en el centro del tubo las fluctuaciones son erráticas en todos los sentidos. Acercándose a la

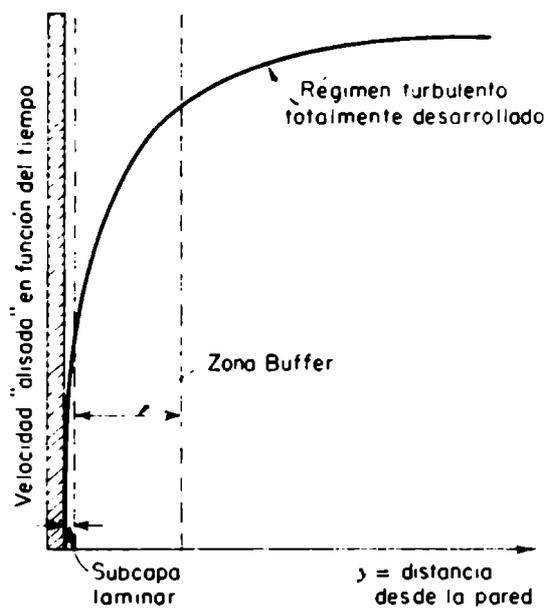


Fig. 4. Distribución de velocidades en régimen turbulento (región cercana a la pared del tubo).

pared del tubo se observará un equilibrio entre el transporte de momento por remolino y molecularmente. Finalmente, al llegar a la zona más próxima a la pared del tubo, se encontrará el líquido fluyendo en régimen laminar, donde todo el transporte se debe a la acción molecular, sin intervención de otros procesos.

Resumiendo lo dicho se pueden establecer tres zonas perfectamente diferenciadas:

- a) Zona turbulenta, en el centro del conducto, donde el régimen es netamente turbulento.
- b) Zona "buffer", que es la región intermedia donde el flujo no está perfectamente encuadrado en ninguno de los dos regímenes, y por último
- c) Zona de la sub-capa laminar, en que el fluido circula en régimen laminar neto, encontrándose en contacto con la pared del tubo.



Hasta aquí se ha explicado muy superficialmente el concepto de "velocidad alisada", por ello y con la intención de esclarecer ideas sobre su significado se tomará nuevamente el tema de las fluctuaciones en las velocidades. Se estudia un punto del tubo, donde el movimiento del fluido se realiza netamente en régimen turbulento. Se puede suponer que cuando se observa un lento crecimiento en la pérdida de carga del sistema, ha habido también un lento aumento en la velocidad, en sentido axial.

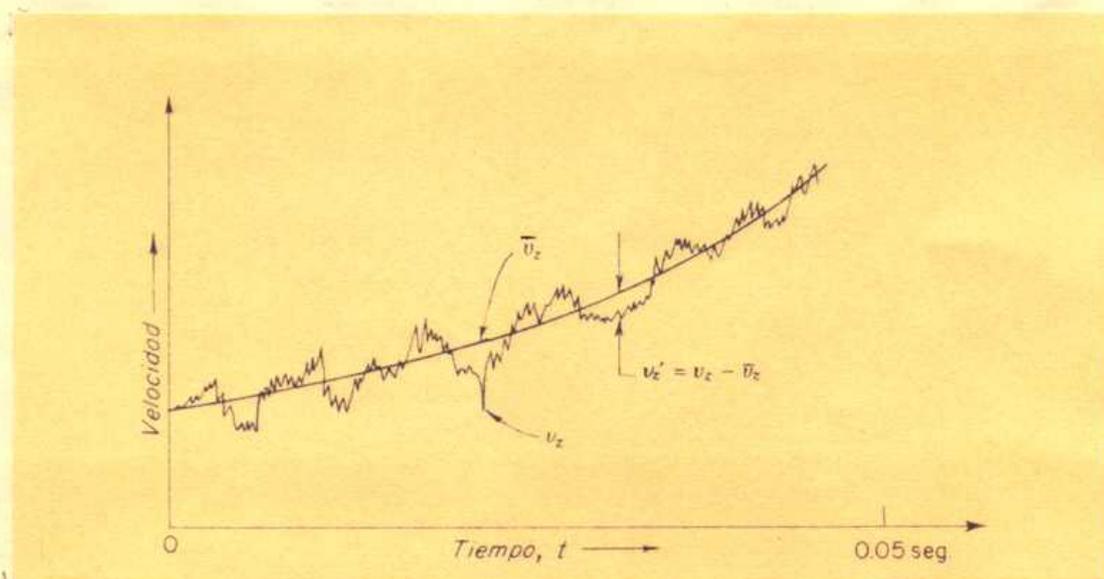


Fig. 5. Oscilaciones de velocidad, dentro del valor "alisado" en función del tiempo.

La velocidad instantánea  $v_z$  es función de la irregularidad de las oscilaciones.

La "velocidad alisada" se define tomando un valor promedio de  $v_z$  sobre un intervalo de tiempo  $t_0$  grande, con respecto al tiempo de las oscilaciones provocadas por la turbulencia, pero pequeño con respecto al tiempo de intercambio que produce las variaciones de pérdida de carga.

Esto se puede expresar como:

$$\bar{v}_z = \frac{1}{t_0} \int_{t_0}^{t+t_0} v_z dt \quad (I-10)$$

La velocidad instantánea puede ser escrita también como la suma de

la "velocidad alisada"  $\bar{v}_z$  y la fluctuación de velocidad  $v_z'$

$$v_z = \bar{v}_z + v_z' \quad (I-11)$$

Una expresión similar se puede desarrollar para las fluctuaciones de presión. Por supuesto  $\bar{v}_z' = 0$  según las definiciones anteriores, pero  $\overline{v_z'^2}$  no será igual a cero, y es así que se define:

$$\text{Intensidad de turbulencia} = \sqrt{\overline{v_z'^2}} / \bar{v}_z \quad (I-12)$$

#### I.A.5. Transporte en la interfase para sistemas isotérmicos

En los puntos anteriores siempre se ha hecho referencia a sistemas de geometría sencilla, puesto que para sistemas complejos los tratamientos analíticos correspondientes se tornan muy difíciles de resolver por las vías comunes, llegándose a necesitar usualmente, el empleo de computadoras de alta velocidad.

Puesto que no todos los parámetros se podrán calcular siempre a partir de teoría, es que se hace necesaria una definición y fórmula del "factor de fricción" a partir de datos empíricos. El factor de fricción así obtenido incluirá los efectos de las resistencias de superficie y de geometría. Para ello se considera la circulación de un fluido de  $\rho$  (densidad del fluido) constante a través de un conducto recto de sección de corte uniforme. El fluido ejercerá una fuerza  $F$  sobre la superficie del sólido. Esta fuerza puede ser convenientemente desdoblada en dos partes:  $F_s$  es la fuerza que ejercería estando en reposo, y  $F_k$  la fuerza relacionada con el comportamiento cinético del fluido y en la dirección y sentido de la velocidad promedio del fluido en el conducto.

La fuerza  $F_k$  puede ser expresada en forma arbitraria como el producto del área característica  $A$ , la energía cinética característica por unidad de volumen  $K$  y una magnitud adimensional  $f$ , que es el factor de fricción que se quería definir.

$$F_k = AKf \quad (I-13)$$

Obsérvese que la fórmula I-13 no es una ley de fluido-mecánica,

pero sí, define el factor de fricción. Por supuesto es necesario conocer A y K para el cálculo de  $f$ , pero puede darse el valor de  $f$  con relativa sencillez, en función del número de Reynolds para un sistema dado.

Usualmente para circulación de fluidos en conductos, A se toma como la superficie de contacto con el fluido y K está definida como:

$$K = \frac{1}{2} \rho (v)^2 \quad (I-14)$$

Específicamente para tubos circulares de radio R y longitud L, se definirá:

$$F_k = (2\pi RL) \left( \frac{1}{2} \rho (v)^2 \right) f \quad (I-15)$$

Generalmente la magnitud medida no es  $F_k$  sino más bien la pérdida de carga  $P_0 - P_L$  y la diferencia de altura  $h_0 - h_L$ . Un balance sobre el fluido entre 0 y L en la dirección del movimiento, dará en forma completa el desarrollo del flujo:

$$F_k = [(P_0 - P_L) + \rho g(h_0 - h_L)] \pi R^2 = (\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L) \pi R^2 \quad (I-16)$$

Haciendo  $2R = D$  y eliminando  $F_k$  entre las ecuaciones I-15 e I-16, se tendrá:

$$f = \frac{1}{4} \left( \frac{D}{L} \right) \left( \frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_L}{\frac{1}{2} \rho (v)^2} \right) \quad (I-17)$$

Esta ecuación muestra en forma explícita cómo se puede calcular  $f$  a partir de datos experimentales. El parámetro  $f$  es llamado habitualmente factor de fricción de Fanning.

#### I.A.6. Balance macroscópico de momento para sistemas isotérmicos.

Se dará a continuación el desarrollo del balance macroscópico de momento para sistemas isotérmicos, pero que es perfectamente aplicable a sistemas no isotérmicos, por lo que será válido para el caso que se estudia en este trabajo. Con este punto se completa la introducción teórica, en cuanto a transferencia

de momento se refiere, siguiendo siempre los modernos conceptos introducidos sobre el tema por los profesores Bird, Stewart y Lighthfoot.

Se considera el sistema representado en la fig. 6 con una entrada simple para el fluido (en el plano "1" con una sección de corte  $S_1$ ) y una salida (en el plano "2" con una sección de corte  $S_2$ ). Estos planos de referencia se han tomado en forma perpendicular a la pared del tubo. Para desarrollar el balance macroscópico de momento, se hacen dos suposiciones que no resultan restrictivas, para la mayoría de los problemas:

- a) Entre los planos "1" y "2" la velocidad "alisada" es paralela a las paredes del conducto.
- b) Entre los planos "1" y "2" la densidad y otras propiedades físicas no varían a través de la sección de corte.

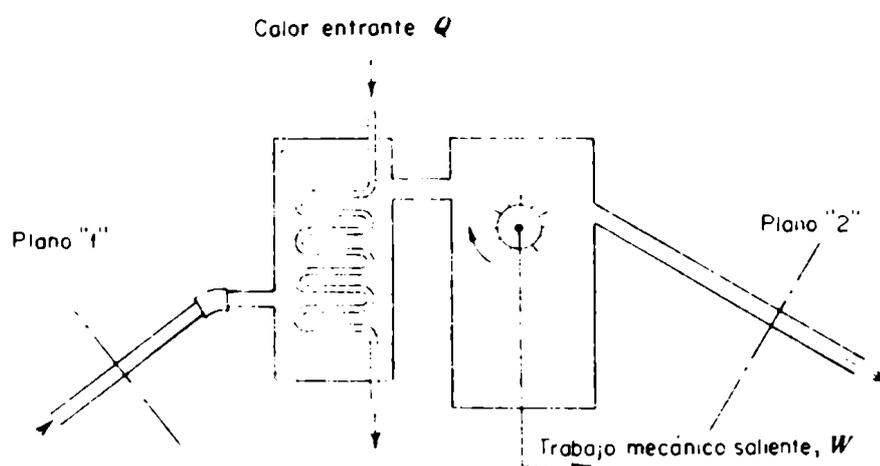


Fig. 6. Sistema macroscópico de flujos con entrada de fluido en plano "1" y salida en plano "2". Puede ser necesario adicionar calor en cantidad  $Q$  para mantener el sistema a temperatura constante; y la cantidad de trabajo mecánico dada por el sistema al exterior es  $W$ . Nótese que los signos convencionales para  $Q$  y  $W$  son los mismos que los usados por la mayoría de los autores.

Aplicando el principio de conservación de momento (según fórmula (I-4) se obtiene la siguiente ecuación vectorial:

$$\frac{d}{dt} \bar{P}_{tot} = \rho_1 \langle \bar{v}_1^2 \rangle S_1 - \rho_2 \langle \bar{v}_2^2 \rangle S_2 + \{ p_1 S_1 - p_2 S_2 \} - \{ F \} + \{ m_{tot} g \} \quad (I-18)$$

Aquí  $P_{tot}$  es el momento total del fluido en el sistema. Los dos primeros términos del lado derecho, representan la cantidad de momento entrante y saliente en virtud del movimiento del fluido; se desprecian la entrada y salida de momento asociado con el flujo molecular y turbulento de los componentes  $xx'$ ,  $xy'$ , etc (ver fig. 2) sobre la base de que esas contribuciones son comparativamente muchos menores.

Los términos contenidos entre "llaves" representan las diversas fuerzas actuando sobre el fluido del sistema: la fuerza de la presión actuando al final del sistema, la fuerza neta -  $F$  de la superficie del sólido sobre el líquido, y la fuerza de la gravedad " $m_{tot} \cdot g$ " sobre el total de la masa del fluido. Tomar en cuenta que  $F$  es la "fuerza del líquido sobre el sólido" y está basada en la suma de todas las fuerzas de viscosidad y presión.

En la ecuación I-18 se ha escrito  $S_1$  y  $S_2$  en negrilla para indicar que hay vectores. Esos vectores tienen magnitudes  $S_1$  y  $S_2$  respectivamente, y la dirección es la de la velocidad "alissada", en las secciones "1" y "2". Correspondientemente a esos vectores se introduce también  $W_1 = \rho_1 \langle \bar{v}_1 \rangle S_1$ ;  $W_2 = \rho_2 \langle \bar{v}_2 \rangle S_2$ , que quedan igualmente definidos.

Usando la nueva ecuación, se presenta nuevamente la ecuación I-18, con lo que se obtiene el "balance de momento en régimen no estacionario" de la manera siguiente:

$$\frac{d}{dt} P_{tot} = -\Delta \left( \frac{\langle \bar{v}^2 \rangle}{\langle \bar{v} \rangle} w + pS \right) - F + m_{tot}g \quad (I-19)$$

A este resultado se llega también por integración de la ecuación de movimiento (ecuación I-5) dada de la manera siguiente:

	$\frac{\partial}{\partial t} \rho v =$	$-[\nabla \cdot \rho v v]$	$- \nabla p$
Incremento de momento por unidad de volumen		Cantidad de momento ganada por convección por unidad de volumen	Fuerza de presión sobre el elemento por unidad de volumen
		$- [\nabla \cdot \tau]$	$+ \rho g$
		Cantidad de momento ganada por transferencia viscosa por unidad de volumen	Fuerza gravitacional sobre el elemento por unidad de volumen

(I-5)

Si el sistema fluído está en régimen estacionario, que es el caso que se trata, se tendrá:

$$dP_{tot}/dt = 0, \quad (I-20)$$

y de aquí que la ecuación I-19 se convierte para "balance de momento para régimen estacionario":

$$F = -\Delta \left( \frac{\langle \bar{v}^2 \rangle}{\langle \bar{v} \rangle} w + pS \right) + m_{tot}g \quad (I-21)$$

Este resultado es útil para calcular las fuerzas que actúan sobre las superficies de piezas o equipos, como ser turbinas, tubos, etc; también es útil junto con otro balance macroscópico, en la descripción de operaciones de eyectores de vapor y otros mecanismo que incluyan mezclas de corrientes de fluídos.

## I.B. TRANSFERENCIA DE ENERGIA.

En esta segunda parte de la introducción teórica que se presenta, se darán los principios y ecuaciones en forma más sucinta que para la transferencia de momento, por existir una gran similitud entre ambas operaciones.

### I.B.1. Mecanismos de la transferencia de energía.

La conductividad térmica "k" es una propiedad física del sistema que surge en la mayor parte de los problemas de transferencia de calor. La importancia de esta propiedad en transferencia de calor es paralela a la importancia de la viscosidad en transferencia de momento. Se comenzará por establecer la Ley de Fourier para la transmisión de calor por conducción, con lo que quedará definida la conductividad térmica de un gas, líquido o sólido.

Con el objeto de definir la Ley de Fourier se considerará una capa de material sólido de área A entre dos grandes láminas paralelas a una distancia Y.

Se supone que inicialmente (para un tiempo  $t < 0$ ) el material sólido se encuentra a una temperatura  $T_0$  en toda su masa.

Al mismo tiempo  $t = 0$  en la lámina inferior se comienza a producir una suave elevación de temperatura  $T_1$  y se mantiene a esa temperatura. (ver fig. 7) A medida que transcurre el tiempo va cambiando el perfil de temperaturas en la capa sólida, hasta llegar a una distribución o perfil lineal en el momento de llegar a régimen estacionario.

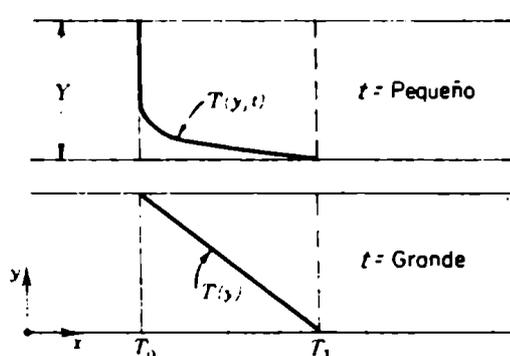


Fig. 7. Perfiles de temperaturas para un sólido contenido entre dos láminas (ver fig. 1).

Cuando se ha llegado a régimen estacionario, es necesario mantener un flujo constante de calor  $Q$  a través de la capa para no modificar ese perfil obtenido, lo que se logra con una diferencia de temperatura  $\Delta T = T_1 - T_0$ . Con esto se llega a que para valores suficientemente pequeños de  $T$ , vale la siguiente ecuación:

$$\frac{Q}{A} = k \frac{\Delta T}{Y} \tag{I-22}$$

O sea que el flujo de calor por unidad de área es proporcional al decrecimiento de la temperatura y a la distancia  $Y$ ; la constante de proporcionalidad "k" es la conductividad térmica de la capa sólida.

La ecuación (I-22) es válida también para líquidos y gases, siempre que se tomen las debidas previsiones para evitar la transmisión de calor por convección y/o radiación.

Para el tratamiento analítico que sigue será de mayor utilidad emplear la ecuación I-22 en forma diferencial, esto es, hacer uso de la forma límite de la ecuación, cuando el espesor de la capa en estudio tiene un espesor "Y" que tiende a cero. El flujo de calor por unidad de área, en el sentido positivo del eje "y" se llamará  $q_y$ .

$$q_y = -k \frac{dT}{dy} \quad (I-23)$$

Esta es la forma uni-dimensional de la Ley de Fourier de conducción de calor, válida cuando  $T = T(y)$ ; lo que establece que el flujo de calor es proporcional al gradiente de temperatura existente entre las dos láminas.

Para un medio Isotrópico (') en el que la temperatura varía en las tres direcciones, se puede escribir una ecuación por cada eje de las coordenadas, en la forma siguiente:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (I-24)$$

Estas tres relaciones son los componentes de la siguiente ecuación vectorial:

$$q = -k \nabla T \quad (I-25)$$

la que describe en forma tridimensional la Ley de Fourier. Esto establece que el vector  $q$  (flujo de calor) es inversamente proporcional al gradiente de temperatura.

De lo expuesto, salta a la vista la estrecha similitud entre la transferencia de calor y cantidad de movimiento en sistemas uni-dimensionales, pudiéndose comparar las ecuaciones I-2 y I-23. En ambos casos, el flujo de transferencia producido es proporcional al gradiente negativo de una variable macroscópica, y el coeficiente de proporcionalidad depende de la sustancia

---

(') Por medio isotrópico, se entiende aquél donde el valor de  $k$  (coeficiente de transmisión de calor por conducción) es igual en las tres direcciones. Es aceptable suponer isotrópicos a los fluidos y la mayor parte de los sólidos homogéneos.

(y estado físico de la misma).

I.B.2. Distribución de temperaturas en sólidos y  
fluidos en movimiento laminar.

Como se presentó en el punto I.A.2. para el caso de transferencia de momento, aquí se seguirá el mismo criterio, aunque en forma más resumida dada la similitud existente.

Los dos tópicos principales de este punto serán: el "balance de energía por capas" y las "condiciones en la capa límite".

El balance de energía que surge de la aplicación del "principio de conservación de energía" para sistemas fluidos en régimen estacionario es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad de} \\ \text{energía tér} \\ \text{mica entrante} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad de} \\ \text{energía tér-} \\ \text{mica saliente} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{cantidad de} \\ \text{energía tér-} \\ \text{mica produci} \\ \text{da} \end{array} \right\} = 0 \quad (I-26)$$

La energía térmica puede entrar o salir del sistema por el mecanismo de conducción de calor según la Ley de Fourier. También la energía térmica puede entrar o salir del sistema por acción del movimiento del fluido. Este tipo de transferencia se suele llamar "transporte convectivo" y el calor así transferido se le mencionaría como "calor sensible" entrante o saliente. La energía térmica puede ser "producida" por degradación de energía eléctrica, por retardo de neutrones y fragmentos nucleares liberados en los procesos de fisión, por degradación de energía mecánica (disipación viscosa) y/o por conversión de energía química en calor.

El balance presentado en la ecuación I-5 es aplicable a sólidos y fluidos no-compresibles, puesto que para casos más complejos se debería tomar en cuenta energía cinética, energía potencial y trabajo.

Cuando se escribe la ecuación I-5 se considera un sistema consistente en capas muy delgadas, cuyos espesores se aproximan a cero. Este procedimiento conduce como en el punto I.A.2 a una ecuación diferencial de distribución de temperaturas. Al integrar esta ecuación diferencial, aparecen las constantes de integración, que para darles su valor correspondiente, se deben enunciar las condiciones en la capa límite.

Los tipos más comunes de condiciones de la capa límite son los siguientes:

- a) La temperatura de la superficie puede ser especificada, por ejemplo  $T = T_0$ .
- b) El flujo de calor en la superficie puede ser dado, como  $q = q_0$  (lo que equivale a especificar el gradiente de temperatura).
- c) En una interfase sólido-líquido, el flujo de calor puede ser relacionado con la diferencia entre la temperatura en la interfase y la del fluido, así:

$$q = h(T - T_{\text{fluido}}) \tag{I-27}$$

---

Esta relación se la suele llamar "Ley de enfriamiento de Newton" y aunque no es en realidad una ley, es la ecuación que define "h" que es el coeficiente de transmisión de calor.

- d) En una interfase sólido-sólido, puede ser especificada la continuidad de la temperatura y flujo de calor.

Sobre el coeficiente de transmisión de calor, se volverá en el punto I.B.5 donde se lo tratará con más detalle.

Restaría mencionar en este punto las dos formas existentes de transmisión de calor por convección: libre y forzada.

Con la intención de aclarar la diferencia entre estos dos tipos de transferencia de calor por convección, se dará un breve cuadro comparativo que presentan Bird, Stewart y Lightfoot en la obra que se sigue en esta introducción:

Transferencia de calor por convección forzada	Transferencia de calor por convección libre
El modelo del flujo, está determinado principalmente por alguna fuerza externa.	El modelo del flujo, está determinado por el efecto flotante del fluido calentado
Recién después de haber de terminado el perfil de velocidades, se emplea el perfil de temperatura (Procedimiento usual para flujos con propiedades físicas constantes).	Los perfiles de velocidad y temperatura se encuentran íntimamente ligados entre si.
El número de Nusselt depende de los números de Reynolds y Prandtl.	El número de Nusselt depende de los números de Grashof y Prandtl.

En esta forma se puede resumir las principales diferencias entre las dos formas de transferencia de calor por convección.

### I.B.3. Ecuaciones de intercambio para sistemas no-isotérmicos

El método a seguir para llegar a la ecuación de intercambio de calor, es similar al empleado para desarrollar la ecuación de movimiento en el punto I.A.3.

Generalizando un balance de energía por capas a partir del principio de conservación de energía se llega a obtener la "ecuación de energía", que es una ecuación diferencial a derivadas parciales, que describe el transporte de energía, en un fluido o un sólido homogéneo (medios isotrópicos).

Con la obtención de la ecuación de energía (conservación de energía o primer principio de la termodinámica) se extiende la posibilidad de este estudio analítico a sistemas no-isotérmicos.

Dada la gran variedad de formas útiles de escribir la ecuación de intercambio de energía para sistemas no-isotérmicos, se transcribirán sólo las formas de mayor utilidad para el próximo desarrollo del balance macroscópico de energía, suprimiendo los pa

Los intermedios que están suficientemente detallados en "Transport Phenomena" de Bird, Stewart y Lightfoot (p. 311 a 325, Ed. 1960).

Planteado el balance de energía para un "sistema abierto" en régimen no estacionario, se tiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Acumulación de} \\ \text{energía interna} \\ \text{y cinética} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad de ener-} \\ \text{gía interna y ci-} \\ \text{nética entrante} \\ \text{por convección} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad de energía} \\ \text{interna y cinética} \\ \text{saliente por con-} \\ \text{vección} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad neta de} \\ \text{calor recibido} \\ \text{por convección} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Cantidad neta} \\ \text{de trabajo da-} \\ \text{da por el sis-} \\ \text{tema al exte-} \\ \text{rior} \end{array} \right\} \quad (I-28)$$

En la actualidad para completar este balance, se necesita incluir los transportes de energía realizados por fenómenos nucleares, radioactivos y electromagnéticos.

En el presente balance se entiende por: Energía cinética la energía asociada con el movimiento del fluido (por ejemplo:  $\frac{1}{2} \rho v^2$ , sobre la base de un volumen unitario).

Energía interna: la energía asociada al movimiento errático de las moléculas e interacción entre las mismas. Esto es que, depende de la temperatura local y densidad del fluido.

La energía potencial del fluido como un todo, no aparece en forma explícita en este balance, por haberse incluido en el término trabajo.

La cantidad de energía interna y cinética, acumulada dentro del elemento  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  (ver fig. 2), es:

$$\Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial}{\partial t} (\rho \hat{U} + \frac{1}{2} \rho v^2) \quad (I-29)$$

Donde " $\hat{U}$ " es la energía interna por unidad de masa de fluido en el elemento, y " $v$ " es la magnitud de la velocidad local del fluido. Como así también, el trabajo cedido al ambiente por el sistema elemental que se estudia, se divide en dos partes: el trabajo contra las "fuerzas de volumen" (en que interviene la gravedad) y el debido a las "fuerzas de superficie" (presión y fuerza vis-

cosa), puesto que

$$\begin{aligned} (\text{trabajo}) &= (\text{fuerza}) \times (\text{distancia en direcci3n de la fuerza}) \\ (\text{potencia}) &= (\text{fuerza}) \times (\text{velocidad en direcci3n de la fuerza}) \end{aligned}$$

De aqu3 que el trabajo producido en contra de los tres componentes de la fuerza de gravedad "g" por unidad de masa, ser3:

$$-\rho \Delta x \Delta y \Delta z (v_x g_x + v_y g_y + v_z g_z) \tag{I-30}$$

donde aparece el signo menos por tratarse de un trabajo efectuado por el sistema contra la gravedad "g", pues "W" es opuesta a la misma.

Haciendo los desarrollos correspondientes a las seis caras del elemento  $\Delta x \Delta y \Delta z$  y llevando al l3mite las correspondientes relaciones, se llega a la siguiente ecuaci3n vector-tensorial:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho (\bar{U} + \frac{1}{2} v^2) = -(\nabla \cdot \rho v (\bar{U} + \frac{1}{2} v^2)) - (\nabla \cdot q) + \rho (v \cdot g)$$

Ganancia de energ3a por unidad de volumen	Ganancia de energ3a por convecci3n por unidad de volumen	Ganancia de energ3a por conducci3n, por unidad de volumen	Trabajo dado por el fluido por unidad de volumen por fuerza gravitacional	
	$-(\nabla \cdot p v)$	$-(\nabla \cdot [\tau \cdot v])$		(I-31)
	Trabajo dado por el fluido por fuerza de presi3n por unidad de volumen	Trabajo dado por el fluido por fuerza viscoso, por unidad de volumen		

Esta ecuaci3n por haberse realizado con "derivadas parciales", representa el cambio de energ3a que podr3a ser advertida por un observador estacionario.

Si por el contrario, el observador se encontrase "siguiendo la corriente", la ecuaci3n se desarrollar3a con "derivados sustanciales" y ser3a:

$$\rho \frac{D}{Dt} (\bar{U} + \frac{1}{2} v^2) = -(\nabla \cdot q) + \rho (v \cdot g) - (\nabla \cdot p v) - (\nabla \cdot [\tau \cdot v]) \tag{I-32}$$

de donde se puede llegar a:

$$\rho \frac{D\bar{U}}{Dt} = -(\nabla \cdot q) - p(\nabla \cdot v) - (\tau : \nabla v)$$

Ganancia de energ3a interna por unidad de volumen	Energ3a interna entrante, por conducci3n por unidad de volumen	Incremento reversible de energ3a interna por compresi3n por unidad de volumen	Incremento irreversible de energ3a interna por disipaci3n viscosa, por unidad de volumen	(I-33)
---	--	---	--	--------

Por la analogía de esta ecuación con la de energía mecánica, se le suele llamar "Ecuación de energía térmica".

Con la intención de definir la "energía potencial"  $\hat{\Phi}$  (phi), se supone a la fuerza externa "g", expresable en términos de una función de un gradiente escalar (por ejemplo:  $(g = -\nabla \hat{\Phi})$ ), entonces:

$$\rho(v \cdot g) = -\rho(v \cdot \nabla \hat{\Phi}) = -\rho \frac{D\hat{\Phi}}{Dt} + \rho \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial t} \quad (I-34)$$

Si  $\hat{\Phi}$  es independiente con respecto al tiempo "t" el último término desaparece y la ecuación I-32 se puede transformar en:

$$\rho \frac{D}{Dt} (\hat{U} + \hat{\Phi} + \frac{1}{2}v^2) = -(\nabla \cdot q) - (\nabla \cdot pv) - (\nabla \cdot [\tau \cdot v]) \quad (I-35)$$

La que es una ecuación de intercambio para  $\hat{E} = \hat{U} + \hat{\Phi} + \frac{1}{2}v^2$ , que se llama "energía total".

#### I.B.4. Distribución de temperaturas en fluidos en movimiento turbulento.

En los puntos anteriores se ha mostrado la forma de obtener la distribución de temperaturas en sólidos y fluidos en movimiento laminar. Aquí se tratará de resumir lo poco que se conoce hasta el momento sobre el cálculo de perfiles de temperatura en flujo turbulento.

El desarrollo será paralelo al del punto I.A.4, introduciendo el concepto de temperatura "alisada" a la ecuación del balance de energía. Esta operación dará origen al flujo de energía turbulenta  $\bar{q} (t)$ , magnitud que no puede ser predicha a priori, salvo por medio de algunas expresiones empíricas de uso en la literatura técnica.

Antes de comenzar la descripción analítica de la transferencia de calor en régimen turbulento, se presentará una imagen física respecto a la transferencia de calor en este tipo de flujo dentro de un tubo tomando en cuenta las fluctuaciones de temperatura y el concepto de la temperatura (time-smoothed) "alisada" en función de tiempo.

Como se hizo en el punto I.A.4, se divide el tubo en tres regiones vagamente definidas: zona netamente turbulenta central, zona amortiguadora (buffer), y subcapa laminar cercana a la pared del conducto tubular en estudio.

En la zona céntrica en régimen francamente turbulento, la transferencia de energía térmica es muy rápida de un lugar a otro en virtud de la actividad "frenética" que produce el torbellino en su seno. De este mecanismo tan rápido de transferencia de energía térmica, resulta el hecho de que la temperatura "alisada en función del tiempo" tiene muy poca variación dentro de la zona turbulenta. Cerca de la pared del tubo, por otra parte, la actividad producida por la turbulencia se vuelve despreciable por lo que se debe visualizar esta subcapa laminar como la zona donde la transferencia de energía calórica se realiza casi exclusivamente por conducción - siendo éste un proceso lento en comparación de la transferencia producida por turbulencia. Por lo tanto en esta capa laminar se producirá una gran pérdida de temperatura y en la zona "amortiguadora" (buffer) se dará la condición intermedia entre las dos capas descritas anteriormente, puesto que la transferencia de calor se realizará por turbulencia y conducción.

En la fig. 8 se muestra un perfil típico de temperaturas en un líquido fluyendo en régimen turbulento, señalándose las tres zonas definidas para este tipo de régimen. Si bien este esquema es sólo una idealización, no por ello, ha dejado de prestar su beneficio al desarrollo de la teoría de la transferencia de calor por turbulencia.

Hasta aquí se ha hablado de la aparición de la distribución de temperatura "alisada en función del tiempo", es decir, el perfil de temperatura que se obtendría haciendo las mediciones con termómetros de mercurio en la corriente del fluido. El uso de instrumentos más delicados (no tan lentos) indican

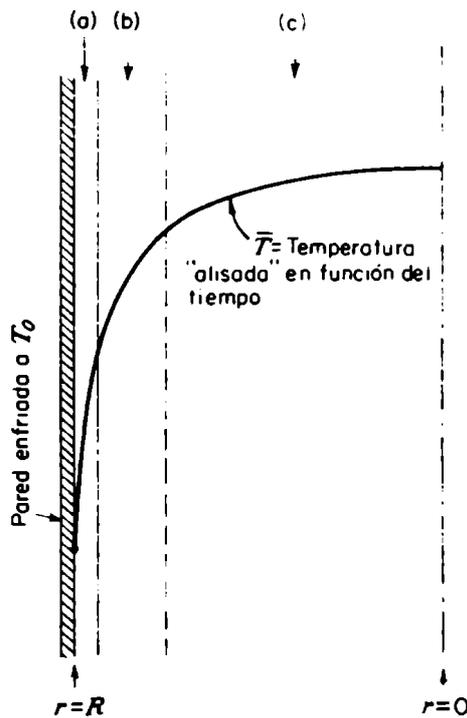


Fig. 8. Líquido caliente fluyendo por un tubo refrigerado, a  $Re = 2.100$ : a) subcapa laminar; b) zona "buffer"; c) zona turbulenta.

que en cierto punto de la corriente turbulenta, la temperatura  $T$  tiene una fuerte oscilación función del tiempo. Estas fluctuaciones van de uno a otro lado del valor de la temperatura (time-smoothed) "alisada en función del tiempo". Por lo tanto:

$$T = \bar{T} + T'$$

(I-36)

donde  $T'$  es la fluctuación de temperatura; pudiendo llegar ocasionalmente a valores tales como el 5 a 10% de la diferencia total de temperatura en el sistema.

#### I.B.5. Transferencia en la interfase de sistemas no-isotérmicos.

Hasta aquí se ha visto cómo los balances de energía pueden ser establecidos para varios problemas simples y cómo estos balances conducen a ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales, partiendo de las cuales se pueden calcular los perfiles de temperatura. Se ha visto también que el balance de energía tomado sobre un arbitrario elemento diferencial de fluido, conduce a una ecuación a derivadas parciales - la ecuación de ener-

gía - la cual puede ser usada para plantear problemas más complejos.

Fué visto en el punto anterior que la ecuación de energía "alisada en función del tiempo", juntamente con expresiones empíricas para el flujo de calor turbulento  $\tilde{q}^{(t)}$ , provee una base útil para resumir y extrapolar la determinación del perfil de temperaturas en sistemas turbulentos. Por lo tanto, a esta altura se tiene una idea clara del significado y posibilidades de aplicación de la ecuación de intercambio para flujos en sistemas no-isotérmicos.

Se debe hacer notar que las correlaciones para sistemas no-isotérmicos, son mucho más complejas en muchos aspectos que las encontradas en el punto I.A.5. El número de grupos adimensionales es más grande, las posibles variaciones de las condiciones en la capa límite son más numerosas, y además ahora las propiedades físicas se ven afectadas por las variaciones de temperatura y se presentan en estos sistemas no-isotérmicos, los fenómenos de convección libre, condensación y ebullición.

Se límite aquí esta discusión a un pequeño número de fórmulas de transferencia de calor como introducción en el tema, sin llegar al enciclopedismo. En caso de interés se puede consultar la bibliografía especializada (4, 5, 6, 7 y 8) y la literatura de investigaciones recientes.

Con la intención de introducir el concepto de coeficiente de transferencia de calor y lograr su definición, se considerará un sistema de fluidos circulando, tanto dentro de un conducto, como alrededor de un objeto sólido. Supóngase que la superficie del sólido está más caliente que el fluido, de manera tal que la transferencia de calor se realiza desde el sólido al fluido. En tal caso, la velocidad del flujo calórico a través de la interfase sólido-líquido sería dependiente del área de la interfase y de la diferencia de temperatura entre el sólido y el

fluído (siempre en la interfase).

Por lo tanto:

$$Q = hA \Delta T$$

(I-37)

donde  $Q$  es el flujo calórico entrante al fluído ( $\text{kcal} \cdot \text{h}^{-1}$ ).  $A$  es el área característica,  $\Delta T$  es la diferencia característica de temperatura y el factor de proporcionalidad " $h$ " se conoce como el coeficiente de transferencia de calor. Por supuesto la misma definición puede ser usada cuando un fluído es enfriado. La ecuación I-37 suele llamarse "ley de Newton para el enfriamiento", aunque esto puede traer confusiones, puesto que no es una verdadera "ley absoluta", sino más bien es la ecuación que define " $h$ ". Nótese que " $h$ " no queda definido por una situación específica, hasta que  $A$  y  $\Delta T$  sean estipuladas.

Como un ejemplo de flujo en conductos, se considera una corriente de fluído por un tubo circular de diámetro  $D$  (ver la fig. 9) donde es calentada a través de una sección de pared de

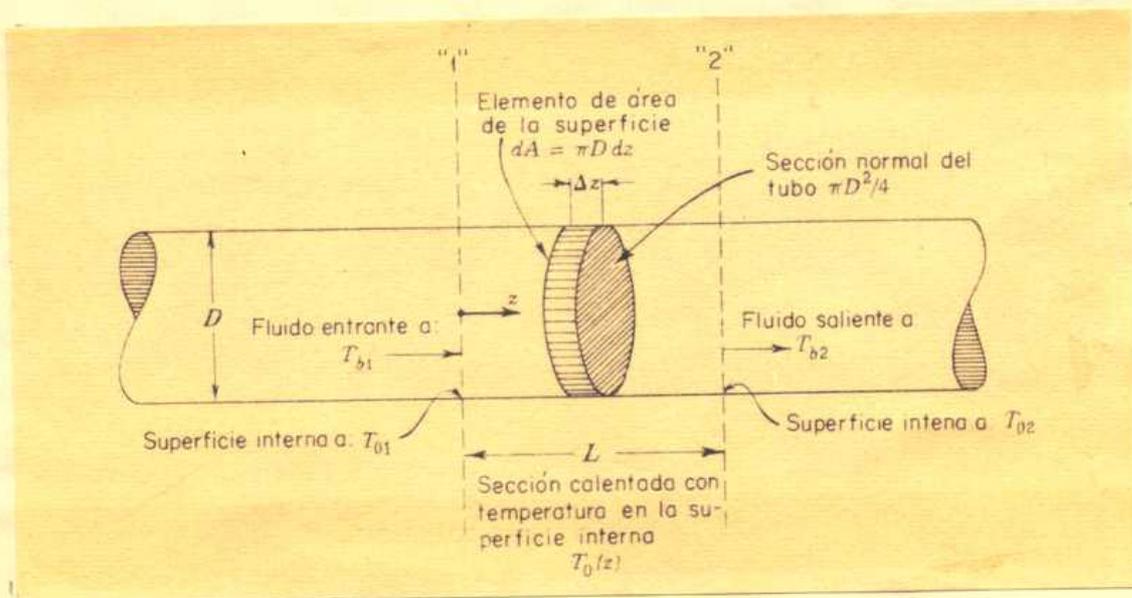


Fig.9. Transferencia de calor en un tubo circular.

longitud  $L$  siendo la temperatura de la superficie interior del conducto  $T_0(z)$ . Supóngase que la temperatura de la corriente  $T_b$  del fluído se incrementa de  $T_{b1}$  a  $T_{b2}$  en el trayecto de la secc-

ción calentada. A partir de esto surgen tres definiciones convencionales del "factor de trasmisión de calor" para el fluido calentado en la totalidad de la sección descripta:

$$Q = h_1(\pi DL)(T_{01} - T_{b1}) \quad (I-38)$$

$$Q = h_a(\pi DL) \left( \frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{2} \right) \quad (I-39)$$

$$Q = h_{ln}(\pi DL) \left[ \frac{(T_{01} - T_{b1}) - (T_{02} - T_{b2})}{\ln [(T_{01} - T_{b1}) / (T_{02} - T_{b2})]} \right] \quad (I-40)$$

Nótese que la definición de "h", se base en la diferencia de temperaturas iniciales, es decir en "l" (entre la temperatura de la pared y de la corriente del fluido). El coeficiente "h<sub>a</sub>", se define por la media aritmética entre las diferencias de las temperaturas iniciales y finales (entre pared y corriente del fluido). Por último "h<sub>ln</sub>", que se lo prefiere para la mayor parte de los cálculos puesto que esta definición independiza este factor de la relación L/D, contrariamente a las otras dos anteriores definiciones, se base en la diferencia media logarítmica de temperaturas.

Si la distribución de temperaturas de pared, son inicialmente desconocidas o si el fluido cambia apreciablemente sus propiedades físicas a lo largo del conducto, es difícil predecir los coeficientes de transferencia de calor según fueron definidos anteriormente. Bajo estas condiciones se acostumbra escribir la ecuación I-37 en forma diferencial:

$$dQ = h_{loc}(\pi D dz)(T_o - T_b) \quad (I-41)$$

Aquí dQ es el calor transferido al fluido en la distancia dz a lo largo del conducto; (T<sub>o</sub> - T<sub>b</sub>) es la diferencia de temperaturas locales y "h<sub>loc</sub>" es el coeficiente de transferencia local de calor. Esta ecuación es ampliamente utilizada en ingeniería de diseño.

Nótese que " $h_{1oc}$ " y  $(\Delta T_{1oc})$  no están definidos hasta cierta especificación de la forma del elemento de área tomada. En la ecuación I-41 se pone  $dA = \pi \cdot D \cdot dz$  donde  $h_{1oc}$  y  $T_o$  se toma como el valor medio correspondiente en el área  $dA$  sombreada en la fig. 9.

#### I.B.6. Balances macroscópicos para sistemas no-isotérmicos.

En el punto I.A.6 se presentó el balance macroscópico de momento para sistemas isotérmicos. Esa discusión fué presentada para sistemas a temperatura constante. En realidad esta restricción es un tanto artificial, puesto que siempre en los sistemas de flujos reales existe una pequeña formación de energía térmica a partir de energía mecánica. Lo que realmente se supone en el punto I.A.6 es que la pequeña transformación de calor producida por la degradación de energía mecánica se traduce en muy pequeñas variaciones de las propiedades físicas del fluido y el resto es transferido a través de la pared del conducto en que circula el fluido.

Para un estudio completo de sistemas no-isotérmicos, se deberían presentar cuatro balances macroscópicos describiendo en ellos la relación de las condiciones a la entrada y salida de la corriente de fluidos:

- a) Balance macroscópico de masa, que se obtiene por integración de la ecuación de continuidad sobre un volumen del sistema.
- b) Balance macroscópico de momento, obtenido por integración de la ecuación de movimiento (ver punto I.A.3).
- c) Balance macroscópico de energía basado en la integración de la ecuación de energía.
- d) Balance macroscópico de energía mecánica, llamado algunas veces, ecuación de Bernoulli.

Los balances macroscópicos de masa y momento para

sistemas isotérmicos, son válidos para sistemas no-isotérmicos por lo que no se volverá sobre el tema.

Para el desarrollo del balance macroscópico de energía se debe considerar el sistema de la fig. 6, como se hizo en el punto I.A.6 y manteniendo las mismas suposiciones, o sea:

a) Entre los planos (secciones de corte) "1" y "2", la velocidad "alisada en función del tiempo" es paralela a las paredes del conducto.

b) Entre los planos de corte "1" y "2" las propiedades físicas del fluido no varían.

Ahora se debe aplicar el principio de conservación de energía, para lo que se podría recurrir a la ecuación I-28, que incluye el trabajo que ejerce el fluido contra la gravedad expresado en el último término de la ecuación citada. Sin embargo se emplea más frecuentemente introducir el concepto de energía potencial (ver ecuación I-34) y excluir el término de trabajo de la ecuación I-28. En otras palabras se prefiere fundamentar este desarrollo en un principio de conservación de energía establecido a partir de la siguiente ecuación:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Acumulación de} \\ \text{energía cinética,} \\ \text{potencial e} \\ \text{interna} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Valores de energía} \\ \text{cinética, potencial} \\ \text{e interna ganada} \\ \text{por convección} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Valores de energía} \\ \text{cinética, potencial} \\ \text{e interna perdida} \\ \text{por convección} \end{array} \right\} \quad (I-42)$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} \text{Valor neto de calor} \\ \text{dado al sistema por} \\ \text{su medio circundante} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Valor neto de trabajo} \\ \text{bajo dado por el} \\ \text{sistema a su medio} \\ \text{circundante} \end{array} \right\}$$

Este enunciado incluye la tácita suposición de que la fuerza externa (por ejemplo la gravedad) no cambia con el tiempo y que es derivable de una energía potencial; de otra manera se preferiría el uso de la ecuación I-28 mencionada.

Aplicando ahora la ecuación I-42 a un sistema macroscópico de flujos, incluyendo en el último término el trabajo  $W$  transmitido al exterior del sistema por elementos móviles (como ser turbinas o compresores), y el trabajo necesario para introducir

nuevo material y hacer circular el ya existente entre los planos "1" y "2", donde  $Q$  indica el total de la energía térmica que entra al fluido a través de la superficie sólida del sistema sea por conducción o radiación desde la entrada a la salida del mismo, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(U_{tot} + K_{tot} + \Phi_{tot}) &= \rho_1(\bar{v}_1)U_1S_1 - \rho_2(\bar{v}_2)U_2S_2 + \frac{1}{2}\rho_1(\bar{v}_1^3)S_1 - \frac{1}{2}\rho_2(\bar{v}_2^3)S_2 \\ &+ \rho_1(\bar{v}_1)\Phi_1S_1 - \rho_2(\bar{v}_2)\Phi_2S_2 + Q - W \\ &+ p_1(\bar{v}_1)S_1 - p_2(\bar{v}_2)S_2 \end{aligned} \quad (I-43)$$

Aquí  $V_{tot}$ ,  $K_{tot}$  y  $\Phi_{tot}$  son el total de las energías interna, cinética y potencial en el sistema, las que se definen como:

$$U_{tot} = \int_V \rho \bar{U} dV; \quad (I-43a)$$

$$K_{tot} = \int_V \frac{1}{2}\rho v^2 dV; \quad (I-43b)$$

$$\Phi_{tot} = \int_V \rho \bar{\Phi} dV \quad (I-43c)$$

La ecuación I-43 puede ser escrita en forma más compacta introduciendo los valores de masa de flujo:

$$w_1 = \rho_1(\bar{v}_1)S_1; w_2 = \rho_2(\bar{v}_2)S_2$$

además la energía total:

$$E_{tot} = U_{tot} + K_{tot} + \Phi_{tot};$$

entonces se tendrá como balance macroscópico de energía para sistemas no-estacionarios:

$$\frac{d}{dt} E_{tot} = -\Delta \left[ \left( \bar{U} + p\bar{V} + \frac{1}{2} \frac{\langle v^3 \rangle}{\langle v \rangle} + \bar{\Phi} \right) w \right] + Q - W \quad (I-44)$$

Esto es precisamente lo que establece el "primer principio de la termodinámica" aplicado a un sistema de flujos.

En caso de operar un régimen estacionario, se tiene que:

$$dE_{tot}/dt = 0; w_1 = w_2 = w.$$

luego la ecuación I-44 se transforma en el siguiente balance ma-

croscópico de energía para régimen estacionario:

$$\Delta \left( \hat{U} + p\hat{V} + \frac{1}{2} \frac{\langle \hat{v}^3 \rangle}{\langle \hat{v} \rangle} + \Phi \right) = \hat{Q} - \hat{W} \quad (I-45)$$

donde  $\hat{Q}$  es el calor recibido por unidad de masa que circula en el sistema y  $\hat{W}$  la cantidad de trabajo dada por unidad de masa de flujo que atraviesa el sistema desde "1" hasta "2" (ver fig. 6).

II. SEMEJANZA ENTRE OPERACIONES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

II.A. ANTECEDENTES HISTORICOS.

La determinación de las interrelaciones, tanto teórica como experimentalmente en el campo de la transferencia de calor y el flujo de fluidos, ha sido investigada por diferentes autores. Un completo conocimiento de estas interrelaciones, permitiría la predicción de los datos de transferencia de calor a partir de la pérdida de carga por fricción.

Reynolds (10) en el año 1874 fué uno de los primeros científicos en reconocer la existencia de estas interrelaciones, entre la transferencia de calor y la pérdida de carga por fricción. El hizo un importante trabajo teórico sobre el tema y obtuvo una relación simple entre los dos procesos. En 1910 Prandtl (13) hizo un trabajo teórico adicional, sobre la interrelación de Reynolds y mejoró su fórmula. Muchos de los trabajos durante los siguientes 20 años fueron de carácter experimental. Numerosos datos de transferencia de calor y pérdida de carga por fricción en estos sistemas, fueron obtenidos y usados en una tentativa de verificar las fórmulas desarrolladas por Reynolds y Prandtl. En el año 1933 Colburn (15) presentó los factores "j", los cuales representan una relación empírica entre la transferencia de momento y calor en la circulación de fluidos. Desde

aquel momento la mayor parte de los datos de transferencia de calor y circulación de fluidos (pérdida de carga) han sido correlacionados empíricamente usando los factores "j". En 1939 Von Karmán (14) analizó, en régimen turbulento, los procesos de transferencia de calor y momento, que aparecían en los tubos y propuso una nueva interrelación que, modificaba considerablemente a la de Prandtl. Después de 1945 el estudio teórico de transferencia de calor y cantidad de movimiento, en régimen turbulento creció rápidamente. Algunos de los investigadores más notables de estos fenómenos, han sido Martinelli (17), Seban y Shimazaki (19), Deissler (20) y Lyon (21).

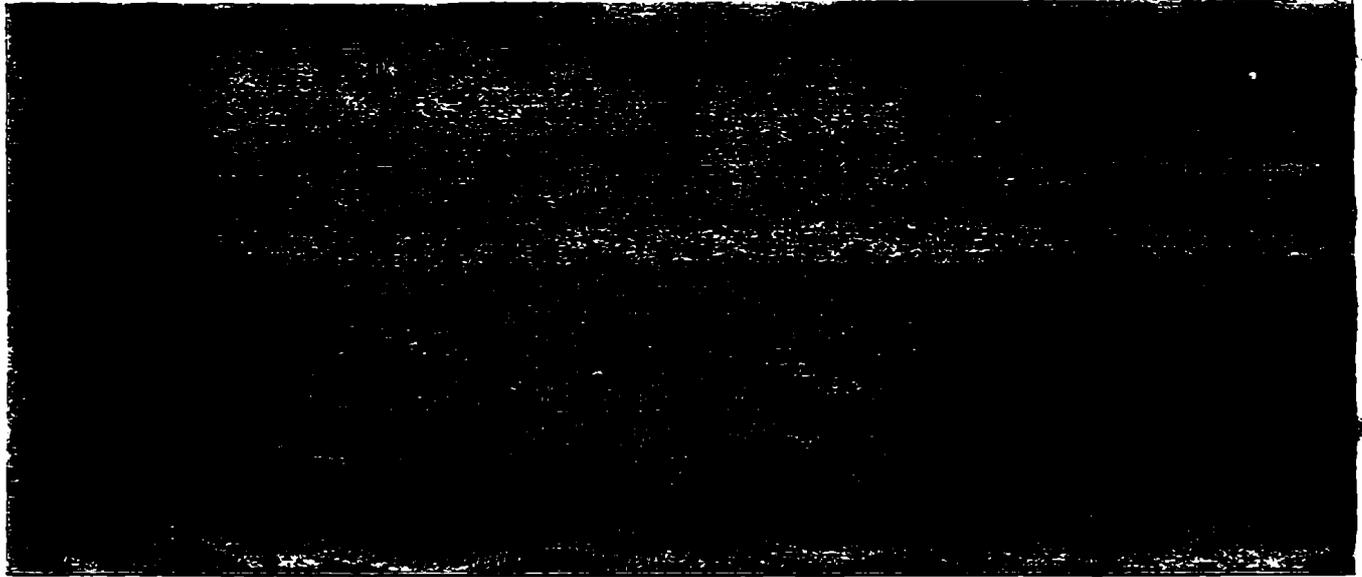
## II.B. GRUPOS ADIMENSIONALES.

Aplicando análisis dimensional a las "Ecuaciones de intercambio" descritas en la Introducción Teórica, se verá cómo se logra la determinación de los grupos adimensionales, elementos fundamentales para la elaboración de las distintas teorías de semejanza entre las operaciones de transferencia.

Para una mayor simplicidad, el desarrollo siguiente se restringirá a un sistema de densidad y viscosidad constante, aunque sin embargo es fácilmente extendible este tratamiento a un sistema donde estas magnitudes varíen.

Para muchos sistemas fluidos, se puede seleccionar una longitud característica  $D$  y una velocidad característica  $V$ . Así, para flujos en tubos circulares,  $D$  es usualmente el diámetro del conducto y  $V$ , la velocidad promedio del fluido en el mismo sistema. En el caso de una corriente fluída alrededor de una esfera,  $D$  es habitualmente la medida del diámetro de la esfera y  $V$  es la velocidad relativa del fluido respecto a la esfera (o cuerpo sumergido) tomada lejos de ésta. La elección que se describe es

arbitraria, pero de todos modos, debe ser cuidadosamente especificada. Una vez hecha la correspondiente especificación, se pueden definir las siguientes ecuaciones diferenciales y variables adimensionales:



Se recuerda que las ecuaciones de continuidad y movimiento para fluidos Newtonianos en regímenes a densidad y viscosidad constante son las siguientes:



Si se reemplazan en estas ecuaciones  $v$  y  $\Delta p$  por valores adimensionales según (II-1 a) y (II-1.b) se obtendrá:



Multiplicando la ecuación (II-7) por  $D/V$  y la ecuación (II-8) por  $D/\rho V^2$  se llega a:



Obsérvese que en estas formas adimensionales de las Ecuaciones de Intercambio, los "factores de escala", que son las variables que describen el sistema para cualquier tamaño del conducto y velocidades del fluido, manteniendo las propiedades físicas establecidas, se han concentrado en dos grupos adimensionales.

Estos grupos aparecen a menudo en estudios de ingeniería de diseño (9) y en honor a los precursores de la fluído-mecánica se les llama con sus nombres:

$$Re = \left[ \frac{DV\rho}{\mu} \right] = \text{Número de Reynolds} \quad (\text{II-12})$$

$$Fr = \left[ \frac{V^2}{gD} \right] = \text{Número de Froude} \quad (\text{II-13})$$

---

Ahora bien, si en dos sistemas distintos los "factores de escala" son tales que, los números de Froude y Reynolds resultasen los mismos aplicados a cada caso, entonces los dos sistemas estarían descritos por las mismas ecuaciones diferenciales adimensionales. Si, además, las condiciones en la capa límite y la adimensionabilidad inicial fuesen las mismas (esto sólo es posible si los dos sistemas poseen similitud geométrica), entonces los dos sistemas serían matemáticamente idénticos; es decir idéntica distribución de velocidades y presiones adimensionales; con lo cual quedaría establecida, para los dos sistemas su "similitud dinámica".

## II.C. CORRELACIONES ENTRE LAS OPERACIONES DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.

Los profesores James G. Knudsen y Donald L. Katz en su moderno tratado "Fluid Dynamics and Heat Transfer" (2), hacen una ordenada exposición cronológica del desarrollo de las investigaciones tendientes a establecer una correlación cuantitativa entre las dos operaciones de transferencia.

Según estos autores, la mejor definición de la analogía de transferencia de calor y cantidad de movimiento, está dada en la teoría de Reynolds (10). De acuerdo a esta teoría, tanto la transferencia de calor como la de cantidad de movimiento que se produce entre la superficie y el fluido están regidas por las mismas leyes físicas, sin que influya que la transferencia de calor se produzca por conducción o convección (se desprecia el transporte de calor por radiación).

Por otra parte, esta analogía ya fué presentada en el punto I.B.1. de la Introducción Teórica, por medio de la comparación de las ecuaciones.

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \quad (I-2)$$

$$q_y = -k \frac{dT}{dy} \quad (I-23)$$

de donde se desprende que:

En ambos casos, el flujo de transferencia producido, es proporcional al gradiente negativo de una variable macroscópica, y el coeficiente de proporcionalidad depende de la sustancia (y estado físico de la misma). Es decir, según esta teoría, que las leyes que rigen estos fenómenos de transporte son las mismas. Si la teoría de Reynolds es correcta, y si en efecto, las leyes que rigen estos procesos son las mismas, será posible predecir datos de transferencia de calor a partir de datos de transferencia de momento e igualmente obtener el perfil de temperaturas a partir del perfil de velocidad del sistema.

La teoría de Reynolds establece esta analogía tanto para fluidos en régimen laminar como turbulento. Para régimen laminar es fácilmente demostrable esta semejanza, según fuese visto en la comparación de los desarrollos de los puntos I.A.1 y I.B.1 de la Introducción Teórica, y es así que Rayleigh (11)

señaló que la teoría de Reynolds era verdadera para flujos laminares, pero que se debían esperar los resultados de esta aplicación a régimen turbulento. Luego Stanton (12) indicó en un apéndice al artículo de Rayleigh que la teoría fué aplicada a fluidos en régimen turbulento observándose buena coincidencia entre los perfiles de velocidades y temperaturas.

Efectivamente esta analogía de Reynolds:

$$\frac{h}{\rho C_p v} = \frac{f}{2} \quad \text{o bien} \quad \frac{Nu}{Re Pr} = \frac{f}{2} \quad (\text{II-14})$$

es aplicable a sistemas fluidodinámicos en los cuales el valor del número Prandtl sea igual a 1. A pesar de esta autolimitación de la analogía de Reynolds, no le quita su verdadero valor histórico y de precursora de todos los posteriores estudios.

Como ya se dijo en II.A, a estos trabajos siguieron los de Prandtl (13) que tomando en cuenta la influencia de la subcapa laminar mejoraba la analogía de Reynolds. A su vez Von Karmán (14) introduce una nueva mejora a Prandtl estableciendo así su propia correlación.

Se debe señalar que entre el trabajo de Prandtl en 1910 y el de Von Karmán en 1939 aparecen los "factores j" postulados por Colburn (15) en 1933 y completados por Chilton y Colburn (16) un año más tarde con la extensión de esta analogía a la transferencia de momento, calor y masa.

La analogía de Colburn para la transferencia de calor y cantidad de movimiento fué enunciada como:

$$j_H = \frac{h_{in}}{C_p G} \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/4} = \frac{f}{2} \quad (\text{II-15})$$

para ser aplicada a tubos lisos y para valores del número de Reynolds superiores a 10.000.

Más tarde, en 1947, Martinelli (17) establece una nueva correlación, con especial referencia al comportamiento de

los metales en estado líquido. Para ello partió de las siguientes condiciones (3):

- a. La fuerza impulsora (diferencia de temperatura entre la pared y el fluido) es lo suficientemente pequeña como para que la viscosidad se mantenga sensiblemente constante.
- b. Existe un flujo turbulento y bien desarrollado dentro de la sección de prueba.
- c. El flujo de calor transversal a la pared del tubo, es constante a lo largo de la sección de prueba.
- d. Tanto el flujo de cantidad de movimiento, como el de calor, son cero en el centro del tubo y aumentan linealmente con el radio, hasta un máximo en la pared.
- e. En cualquier punto, la difusibilidad de calor y cantidad de movimiento son de igual valor.

Logra así una correlación más amplia y que se puede enunciar de la manera siguiente:

$$j_H = \frac{\sqrt{f/2} \cdot (Pr)^{1/3} \frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{med}}}{5 \left[ Pr + \ln(1 + 5Pr) + 0.5M \cdot \ln \frac{Re}{60} \sqrt{f/2} \right]} \quad (II-16)$$

Ecuación que permite graficar  $\sqrt{f/2}/j_H$  contra  $Re \cdot \sqrt{f/2}$  como lo hace Smith y Epstein (18) en sus experiencias con aire como fluido en estudio.

### III. PARTE EXPERIMENTAL.

La parte experimental de este trabajo se realizó según se detalla en los siguientes puntos:

#### III.A. DESCRIPCION DE EQUIPOS.

Para poder contar con los equipos adecuados en este tipo de estudios fué necesario encarar la construcción total de un intercambiador de calor de tubos concéntricos. Las dimensiones del mismo debían ser tales que los resultados allí

obtenidos, tuviesen aplicación real a los problemas de esta índole que pueden presentar las industrias que desarrollan esta rama de las operaciones de transferencia.

### III.A.1. Intercambiador.

Se consideró que el esquema presentado por Zimmerman y Lavine (22) con algunas modificaciones podía ser perfectamente adaptable para estos ensayos, por contar con una longitud aceptable y al reemplazar el tubo interior de bronce por uno de "hierro negro", es decir, "caño de hierro comercial", se lograban las condiciones de posible aplicación real de los resultados, como se acaba de expresar.

La longitud total de este intercambiador es de 4,56 m siendo de 3,98 m la zona útil de intercambio de calor.

Las dimensiones del tubo ensayado fueron de 3/4 de pulgada "paso gas", o sea de 21 mm como diámetro interior y 26,7 mm de diámetro exterior.

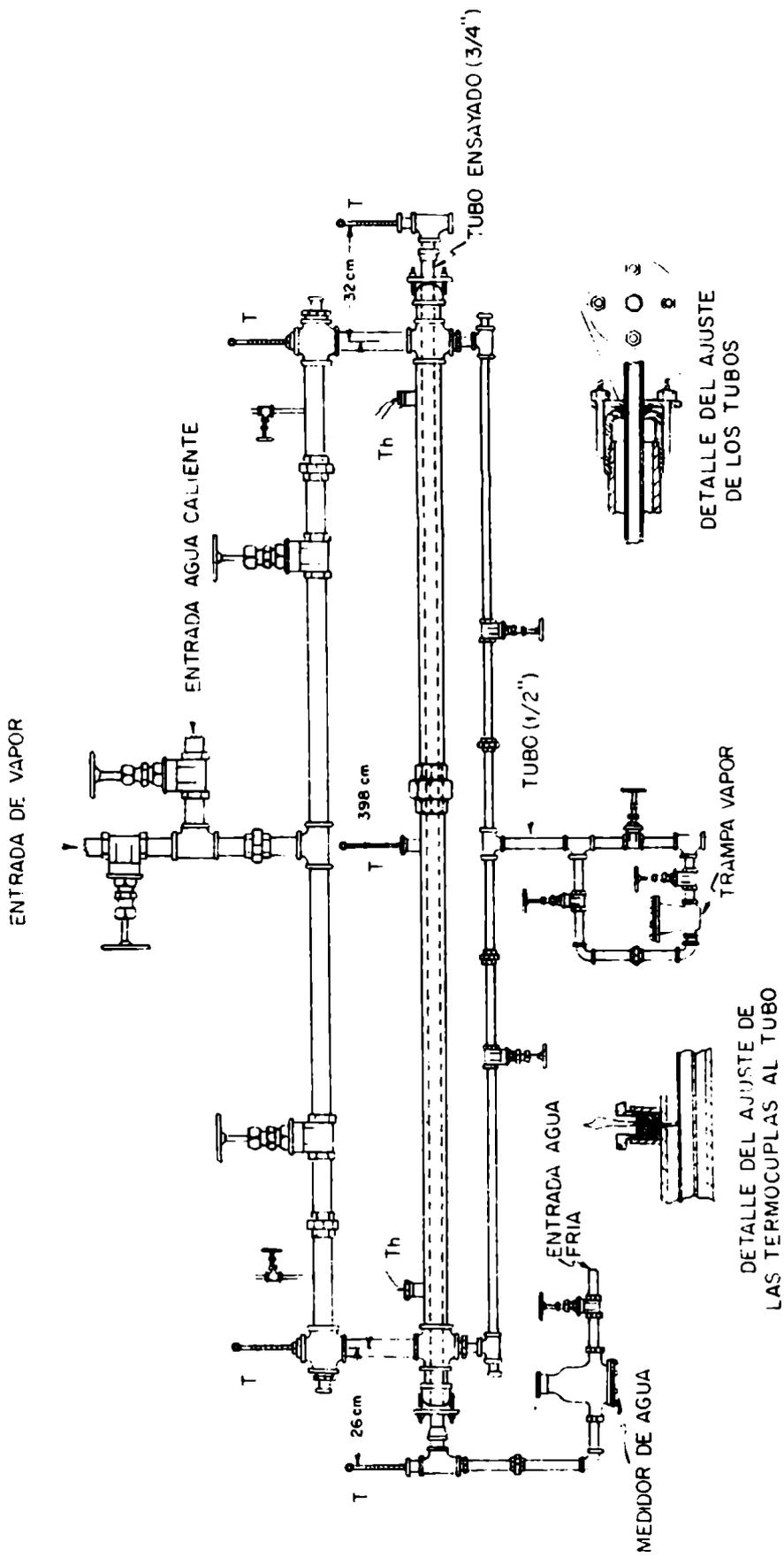
El sistema de llaves de paso y tubería de que consta el equipo, permite efectuar las combinaciones que se deseen en el circuito de fluidos a ensayar. Igualmente el tipo de construcción de este intercambiador permite el estudio de gases, vapores o líquidos indistintamente (ver figs. 10 y 11).

En resumen, se puede decir que este tipo de intercambiador presenta las ventajas de una gran versatilidad en su empleo y reproducción de condiciones reales de trabajo y aplicables a casos prácticos, por lo que se determinó la conveniencia de su construcción, no sólo para el caso particular de este estudio, sino también para la concreción de otras múltiples experiencias.

### III.A.2. Control de operaciones.

Para el control de temperaturas de las corrientes

# INTERCAMBIADOR DE CALOR DE TUBOS CONCENTRICOS



## REFERENCIAS

- T : Termómetro
- Th : Termocupla

Fig. 10

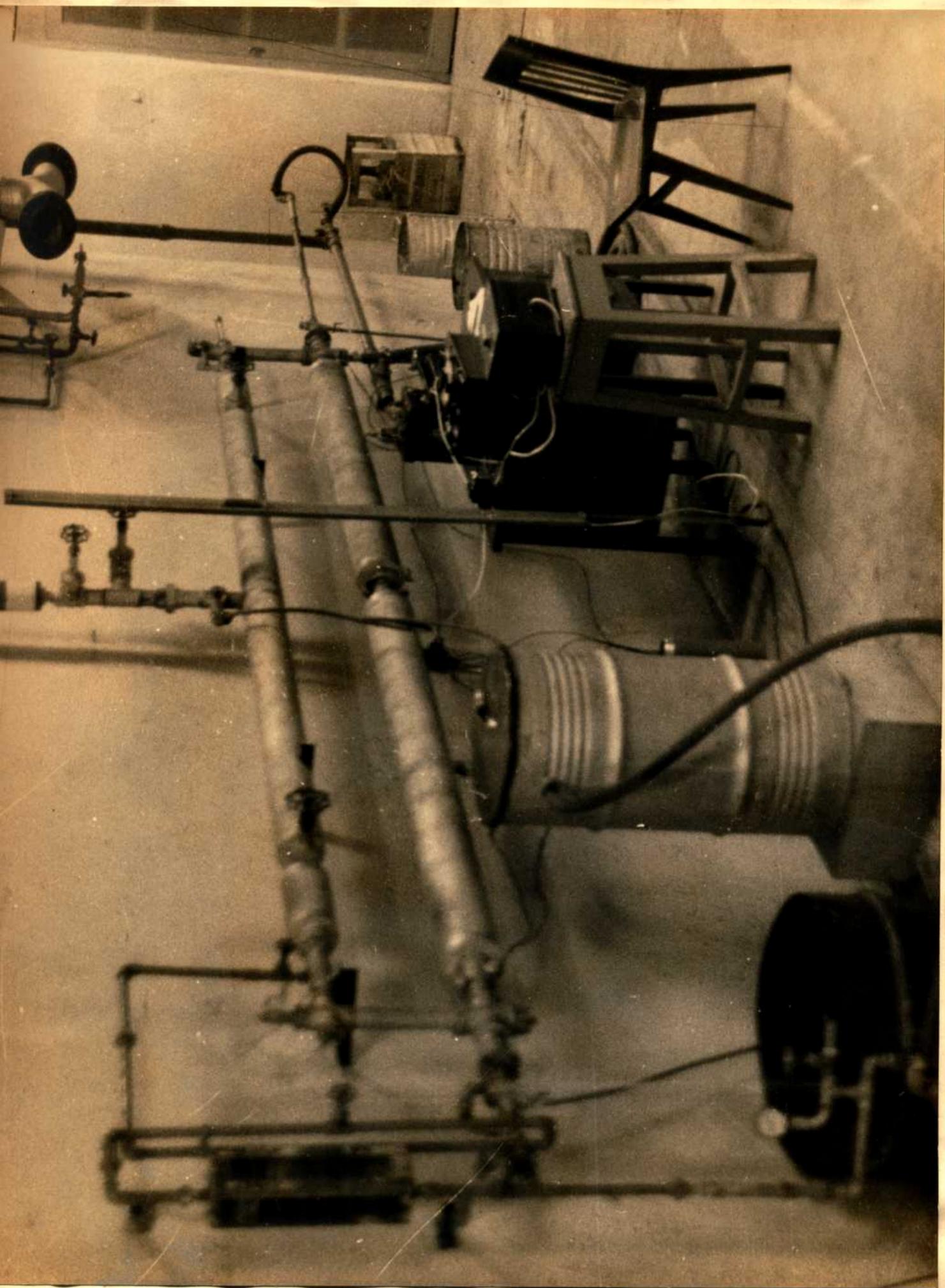


Fig. 11. Fotografía del equipo utilizado.

del fluido ( $T_p$ ) se calibraron termómetros capaces de determinar la 1/10 de grado centígrado. En el caso de las temperaturas de pared ( $T_o$ ) se determinaron por medio de termocuplas de cobre-constantán. También se ensayaron termocuplas de chromel-alumel, prefiriéndose las anteriores. Dada la finalidad de las termocuplas, éstas se debieron soldar a las paredes del tubo en estudio y sacar sus alambres conductores al interior del espacio anular, aislando cuidadosamente estos elementos a fin de no introducir así posibles fuentes de error.

Con el propósito de tener mayor precisión y reproducibilidad en los resultados se adoptó el método de "punta fría de referencia" y "caja de temperatura homogénea" según figura en las publicaciones especializadas (23).

La determinación de la pérdida de carga en el tubo se efectuó por medio de un manómetro diferencial invertido de agua (para tener así mayor respuesta), con posibilidad de medir diferencias de presión equivalentes a una altura de columna de agua de 3 metros.

Como elemento calefactor se empleó vapor de agua que circulando por el espacio anular, calentó el tubo estudiado desde la cara exterior de su pared.

El fluido que se hizo circular por el interior del tubo fué agua y el control de su caudal se efectuó por "pesas", dada la poca seguridad de los datos obtenidos en la lectura del flotámetro (a pesar de haber sido previamente calibrado).

Se deja constancia que tanto la construcción del intercambiador, termocuplas y manómetros, como calibraciones y puesta a punto de equipos, etc fueron realizadas con el trabajo personal del autor de este estudio.

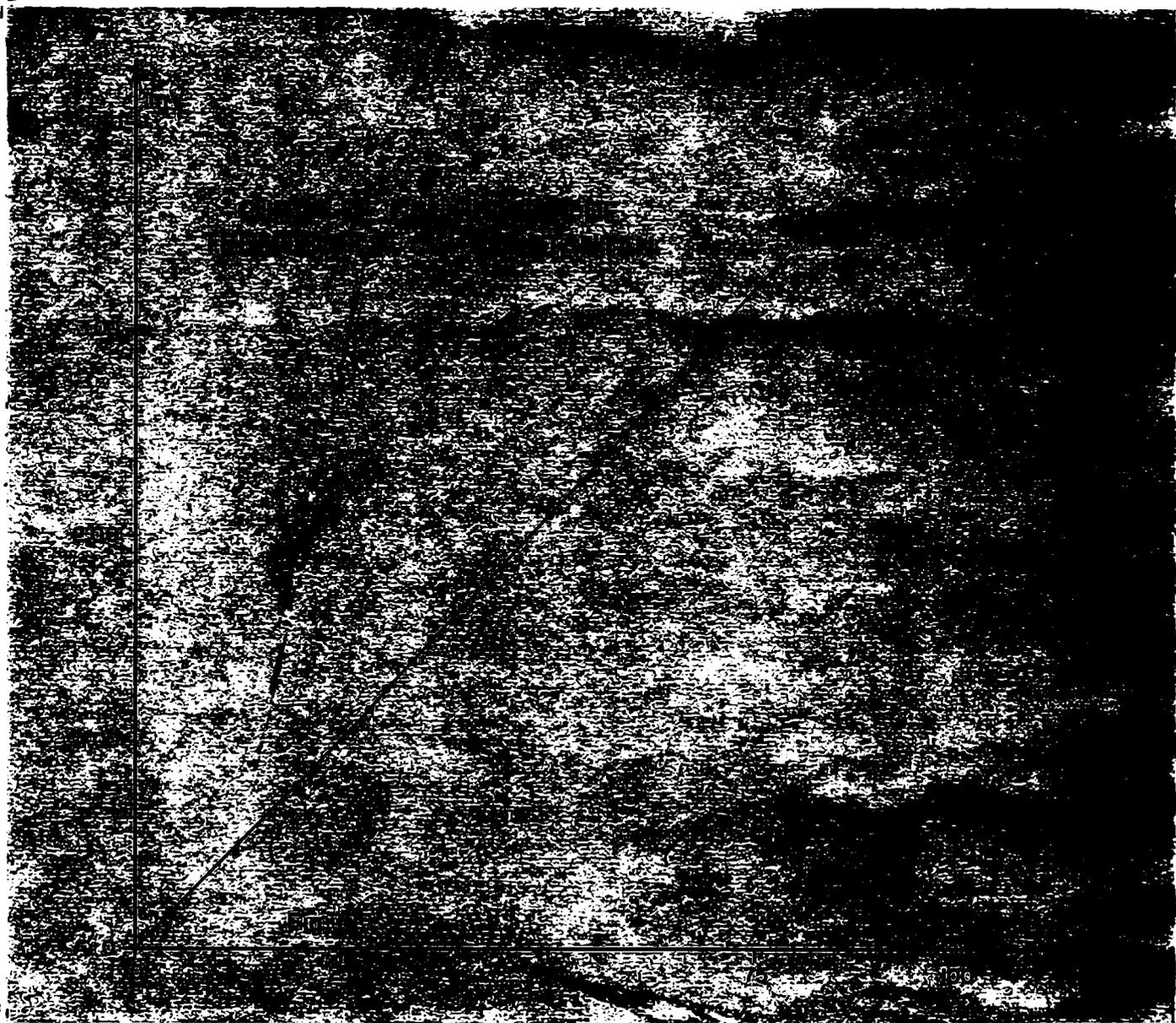
### III.B. ESTUDIOS PREVIOS.

Antes de haber logrado efectuar las determinaciones

correspondientes a este trabajo se debieron completar una serie de estudios previos que permitieron obtener las condiciones necesarias para la correcta ejecución de las experiencias programadas.

### III.B.1. Calibración de termocuplas.

Una vez elegidos los constituyentes del par metálico para la construcción de las termocuplas, hubo necesidad de proce-



der a su calibración, para lo cual se graficó la lectura en centésimas de mV (mili-Volts) versus temperatura (ver fig. 12). Para la lectura de la f.e.m. producida por las termocuplas se empleó un potenciómetro de alta precisión "Leeds-Northrup tipo K" con su clásico circuito en oposición y una pila Weston como patrón, haciéndose las correspondientes correcciones según la temperatura ambiente.

Los resultados de esta calibración fueron altamente satisfactorios por lo que se procedió de inmediato a su utilización.

### III.B.2. Estudio de efectos de entrada.

Dado que las primeras tentativas de correlacionar los fenómenos de transferencia de calor y cantidad de movimiento por medio de la analogía de Colburn ~~dieron~~ resultados negativos (ver fig. 15), se pensó en estudiar la influencia de los efectos de entrada, para lo cual se realizaron 84 determinaciones de pérdida de carga con relación al caudal, en las siguientes condiciones a la entrada del tubo ensayado:

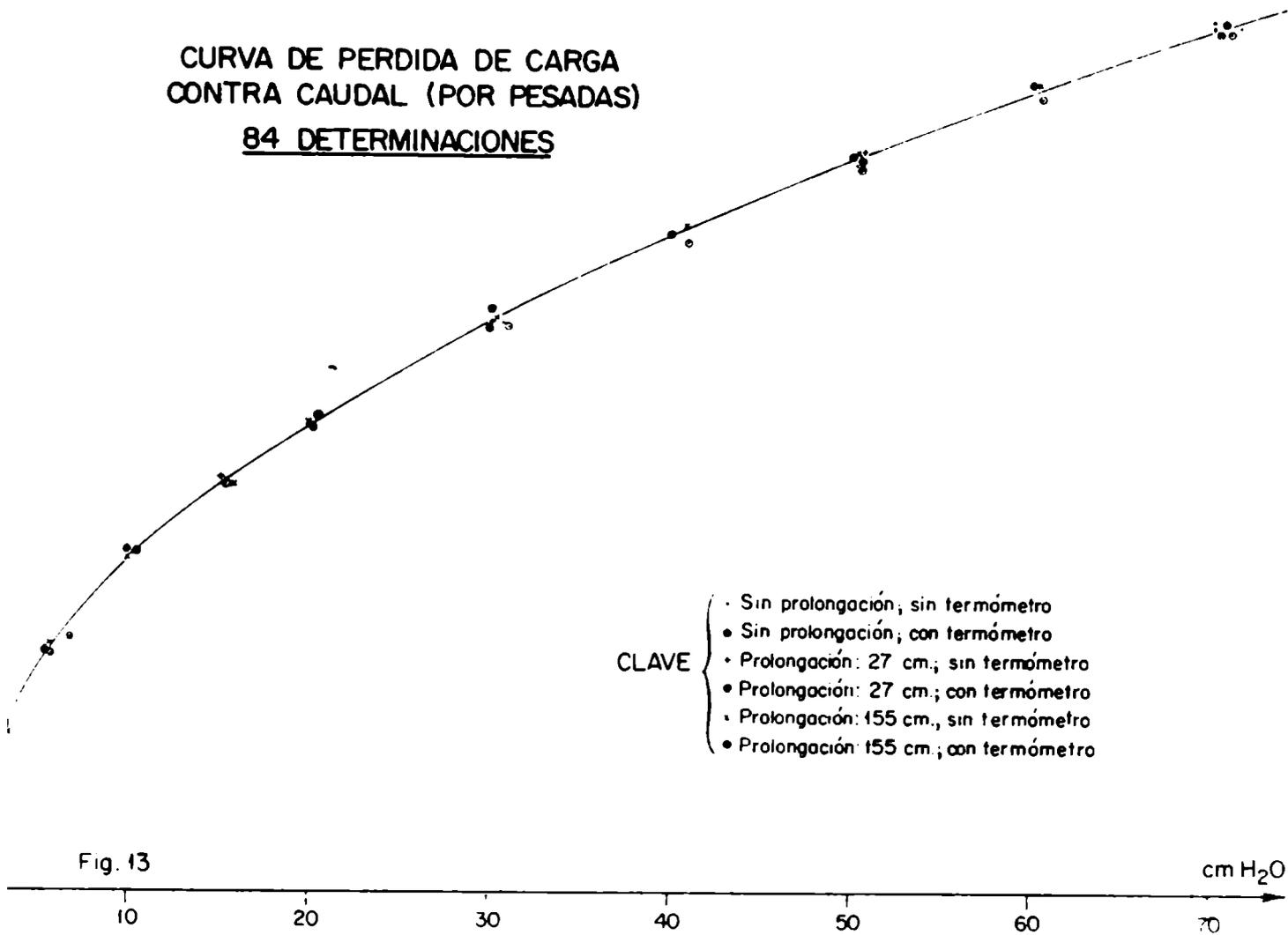
- a) Sin prolongación y sin termómetro
- b) Sin prolongación y con termómetro
- c) 0,27 m de prolongación y sin termómetro
- d) 0,27 m de prolongación y con termómetro
- e) 1,55 m de prolongación y sin termómetro
- f) 1,55 m de prolongación y con termómetro

Como se ha dicho, la pérdida de carga se determinó por altura de columna de agua y el caudal en peso de agua por unidad de tiempo (ver fig. 13).

Los resultados de estos seis distintos tipos de condiciones, no dieron diferencias apreciables, por lo cual se descartó la posibilidad de influencia de los "efectos de entrada" para el incumplimiento de la Analogía de Colburn en el equipo empleado.

./min

**CURVA DE PERDIDA DE CARGA  
CONTRA CAUDAL (POR PESADAS)  
84 DETERMINACIONES**



**III.B.3. Determinación de la rugosidad del tubo**

Con el objeto de poder describir las condiciones de operación en que se habían realizado las experiencias, se enaró la determinación de la rugosidad del tubo, para lo cual se ensayaron dos caminos: empleo de rugosímetro y análisis metalográfico.

Dadas las condiciones de oxidación avanzada (condiciones reales de trabajo para estos tubos), en la superficie a estudiar, fué impracticable el método del rugosímetro, por lo que se procedió a efectuar el análisis metalográfico.

Para no afectar la rugosidad durante el preparado y pulido de los cortes de la pared del tubo, se hicieron inclusiones de los mismos, en aleaciones (tipo metal Wood) y otras en

plásticos (tipo epoxi) para luego continuar con el pulido de estos cortes y las lecturas de sus rugosidades al microscopio.

Dos fotomicrografías de estas preparaciones se muestran en las figuras 14a y 14b. Obsérvese en la fig. 14b la presencia del óxido, próximo a desprenderse del tubo.

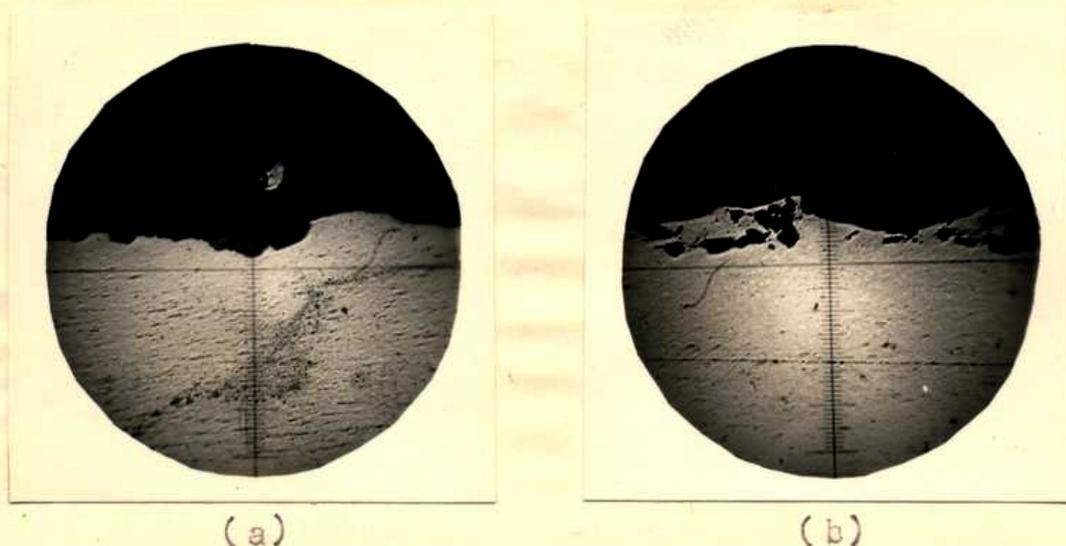


Fig. 14. Fotomicrografías de los análisis metalográficos efectuados sobre la pared interna del tubo en estudio.

Los resultados de estos análisis metalográficos indican un valor promedio de la rugosidad absoluta, aproximada a los 358 micrones. Debe recordarse que éste es un valor de rugosidad para un determinado estado de oxidación del tubo, por lo tanto sólo se toma como referencia, pero no como valor estable. Esto que se dice en este punto, se podrá comprobar con las variaciones producidas, según la época de las determinaciones, en los valores del coeficiente de fricción, pero se hace constar que estas variaciones no afectan la validez de las conclusiones finales, sino que por el contrario, le dan mayor rango de aplicación y posibilidad de generalización.

### III.C. METODOS DE CALCULO.

En la intención de presentar con claridad los métodos de cálculo empleados en el desarrollo de este trabajo, se estima

oportuno transcribir un ejemplo detallando los distintos pasos seguidos, hasta la obtención de los datos finales.

Método para calcular "J<sub>H</sub>" y "factores de fricción"

Cuadro de datos experimentales

Deter- minación	Temper. entrada T <sub>be</sub> °C	Temp. salida T <sub>bs</sub> °C	Temp.pared entrada T <sub>oe</sub> °C	Temp.pared salida T <sub>os</sub> °C	Caudal l/min.	Manómetro mm H <sub>2</sub> O
1	15,6	50,3	67,9	87,0	5,10	33

Cálculo de ΔT<sub>e</sub>:

$$\Delta T_e = T_{oe} - T_{be}$$

$$\Delta T_e = 69,7 - 15,6 = 54,1 \text{ °C}$$

Cálculo de ΔT<sub>s</sub>:

$$\Delta T_s = T_{os} - T_{bs}$$

$$\Delta T_s = 87,0 - 50,3 = 36,7 \text{ °C}$$

Cálculo de T<sub>ln</sub>:

$$\Delta T_{ln} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_s}{2,3(\log \Delta T_e - \log \Delta T_s)}$$

$$\Delta T_{ln} = \frac{54,1 - 36,7}{2,3(\log 54,1 - \log 36,7)} = \frac{17,4}{2,3(1,7332 - 1,5647)} = 44,8 \text{ °C}$$

Cálculo de Q: (calor intercambiado)

$$Q = c.m. (T_{bs} - T_{be}) = \left| \frac{\text{kcal} \cdot \text{kg} \cdot \text{°C}}{\text{kg} \cdot \text{°C} \cdot \text{h}} \right| = |\text{kcal/h}|$$

$$Q = 5,10 \times (50,3 - 15,6) = 5,10 \times 34,7 = 174,9 \text{ kcal/min} = 10.500 \text{ kcal/h}$$

Cálculo de h<sub>ln</sub>:

$$Q = h_{ln} \cdot A \cdot \Delta T_{ln} \therefore h_{ln} = \frac{Q}{A \cdot \Delta T_{ln}} = \left| \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \cdot \text{°C} \cdot \text{h}} \right|$$

$$A = D \cdot \pi \cdot L = 0,021 \text{ m} \times 3,1416 \times 4 \text{ m} = 0,2639 \text{ m}^2$$

$$A = 0,2639 \text{ m}^2 \text{ (constante del Intercambiador)}$$

$$h_{ln} = \frac{10.500 \text{ kcal/h}}{0,2639 \text{ m}^2 \times 44,8^\circ\text{C}} = 890 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C h}}$$

Cálculo de la temperatura del film:

$$T_f = \frac{\frac{T_{be} + T_{bs}}{2} - \frac{T_{oe} + T_{os}}{2}}{2}$$

$$\therefore T_f = \frac{\frac{15,6 + 50,3}{2} - \frac{69,7 + 87,0}{2}}{2} = \frac{33,0 + 78,3}{2} = 55,6 \text{ }^\circ\text{C}$$

Cálculo de la temperatura del fluido:

$$T_b = \frac{T_{be} + T_{bs}}{2}$$

Estos datos fueron calculados en el paso anterior

luego:  $T_b = 33,0 \text{ }^\circ\text{C}$

Cálculo de las velocidades del fluido:

Caudal = sección x velocidad x densidad

$$\therefore \text{Velocidad} = \frac{\text{Caudal}}{\text{densidad} \times \text{sección}} = \left| \frac{\text{kg} \times \text{dm}^3}{\text{seg} \times \text{kg} \times \text{dm}^2} \right| = \left| \text{dm/seg.} \right|$$

donde:  $S = r^2 \cdot \pi = 0,105 \text{ dm}^2 \times 3,1416 = 0,03463 \text{ dm}^2$

$S = 0,03463 \text{ dm}^2$  (superficie de la sección de corte del tubo)

$$V = \frac{5,1 \text{ dm}^3/\text{min}}{0,03463 \text{ dm}^2} = 147,4 \text{ dm/min} = 14,74 \text{ m/min} = 883,4 \text{ m/h} = 0,2454 \text{ m/seg}$$

Cuadro de datos obtenidos; (Ver pág. 53).

Cálculo de  $St$ :

$$St = \frac{h_{ln}}{C_p \cdot \rho \cdot v} = \left| \frac{\text{kcal} \cdot \text{kg}^\circ\text{C} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{h}}{\text{m}^2 \text{ h }^\circ\text{C} \cdot \text{kcal} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}} \right| = \left| \text{---} \right|$$

$$St = \frac{890}{0,998 \times 995 \times 883,4} = 1,0237 \times 10^{-3}$$

Cálculo de Pr:

$$Pr = \frac{C_p \cdot \mu_f}{k} = \left| \frac{\text{kcal} \cdot \text{kg} \cdot \text{m h }^\circ\text{C}}{\text{kg}^\circ\text{C} \cdot \text{mh} \cdot \text{kcal}} \right| = \left| \text{---} \right|$$

$$\mu_f = 0,501 \text{ centipoise} = \frac{0,501}{1.000} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{seg.}} = \frac{0,501 \times 3.600}{1.000} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{h.}}$$

$$= 0,501 \times 3,6 \text{ kg/m.h.}$$

CUADRO DE DATOS OBTENIDOS

Deter-	Q	$\Delta T_e$	$\Delta T_s$	$\Delta T_{ln}$	$k_{ln}$	$\hat{c}_p$	k	$\mu_f$	$T_f$	$\rho$	v	v	$\mu_b$	$T_b$
minación	$\frac{kcal}{h}$	$^{\circ}C$	$^{\circ}C$	$^{\circ}C$	$\frac{kcal}{m^2h^{\circ}C}$	$\frac{kcal}{kg^{\circ}C}$	$\frac{kcal}{mh^{\circ}C}$	Centi-	$^{\circ}C$	$\frac{kg}{m^3}$	m/seg	m/h	poise	$^{\circ}C$
1	10.500	54,1	36,7	44,8	890	0,998	0,562	0,501	55,6	995	0,2454	883,4	0,752	33,0

$$Pr = \frac{0,998 \times 0,501 \times 3,6}{0,562} = 3,2028$$

$$Pr^{0,67} = 0,67 \times \log Pr = 0,5055 \times 0,67 = 0,33869 = 2,1812$$

$$Pr^{0,67} = 2,1812$$

Cálculo de "J<sub>H</sub>" :

$$J_H = St. Pr^{0,67}$$

$$J_H = 1,024 \times 10^3 \times 2,181 = 0,002233$$

$$J_H = 0,002233$$

Cálculo de Re:

$$Re = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} = \left| \frac{m \cdot m \cdot m^2 \cdot kg \cdot seg^2}{seg \cdot kg \cdot seg \cdot m^2 \cdot m} \right| = \left| \frac{\quad}{\quad} \right|$$

$$Re = \frac{0,2454 \times 0,021 \times 995 \times 10^3}{0,752} = 6,819$$

Cálculo de f/2:

$$\Delta P = \frac{4R \cdot L}{D}$$

$$R = \frac{\Delta P \cdot D}{4 \cdot L}$$

donde: D = diámetro del tubo

L = longitud del intercambiador

$$f/2 = \frac{R \cdot g}{\rho \cdot v^2} = \left| \frac{kg \cdot m^3 \cdot seg^2 \cdot m}{m^2 \cdot kg \cdot m^2 \cdot seg^2} \right| = \left| \frac{\quad}{\quad} \right|$$

$$R \cdot g = \frac{33 \times 0,021 \times 9,81}{4 \times 4,5} = 33 \times 1,1445 \times 10^{-2} = 0,3777$$

$$f/2 = \frac{0,3777}{995 \times 0,0602} = 6,306 \times 10^{-3}$$

$$f/2 = 0,006306$$

Por otra parte:

$$f/2 = J_H$$

Una vez obtenidos "Re<sub>f</sub>", "f<sub>f</sub>" y "J<sub>H</sub>" como se ha descrito, se los puede graficar de acuerdo a las Analogías de Colburn o de Martinelli, según se desee.

### III.D. DATOS

A continuación se presentarán los datos numéricos de este trabajo, según se detalla en los siguientes puntos:

#### III.D. 1. Datos experimentales

En los cuadros que presentan en este punto figuran los datos experimentales obtenidos a través de 123 determinaciones efectuadas con los equipos descritos en III.A.

Debe aclararse que las 61 primeras experiencias ("corridas") se hicieron con valores altos de  $\Delta T_{1n}$  con la intención de estudiar la posible aplicación de los factores "j" de la Analogía de Colburn. Luego visto los resultados negativos de este intento se concretaron 62 determinaciones con valores pequeños de  $\Delta T_{1n}$  para ensayar la correlación de Martinelli.

CUADRO DE DATOS EXPERIMENTALES

Determinación	Temper. entrada	Temper. salida	Termoc. pared entrada	Termoc. pared salida	Temper. pared entrada	Temper. pared salida	Caudal L/min.	Manómetro mm H <sub>2</sub> O
	T <sub>be</sub>	T <sub>bs</sub>	T <sub>hoe</sub> (mV)	T <sub>hos</sub> (mV)	T <sub>oe</sub>	T <sub>os</sub>		
1	18,2	38,9	2,80	3,47	66,5	81,5	10,1	122
2	18,2	37,7	2,71	3,30	64,5	77,8	10,1	122
3	18,1	39,0	2,82	3,39	67,0	79,8	10,0	122
4	18,0	35,8	2,67	3,40	63,5	82,2	12,7	198
5	18,0	34,9	2,60	3,30	62,0	77,8	12,7	198
6	17,9	36,1	2,67	3,40	63,5	82,2	12,8	198
7	17,8	44,6	3,04	3,60	72,0	84,3	7,1	62
8	17,8	44,6	3,04	3,63	72,0	85,0	7,1	62
9	17,8	44,6	3,04	3,61	72,0	84,5	7,1	62
10	17,7	25,6	2,14	3,00	51,4	71,0	34,2	1.420
11	17,7	25,6	2,10	2,91	50,5	69,0	34,0	1.415
12	17,7	26,2	2,21	3,10	53,0	73,2	34,1	1.420
13	17,6	29,7	2,40	3,20	57,5	75,5	22,0	575
14	17,6	29,6	2,40	3,20	57,5	75,5	22,2	575
15	17,6	29,5	2,37	3,20	56,8	75,5	22,1	575
16	19,0	34,4	2,38	3,37	56,8	79,3	16,9	340
17	19,0	34,2	2,37	3,35	56,6	78,8	16,9	340
18	19,0	34,0	2,36	3,30	56,5	77,8	16,8	340
19	18,6	29,0	2,19	3,20	52,5	75,5	28,0	940
20	18,6	29,1	2,20	3,18	52,8	75,0	27,8	940
21	18,7	29,2	2,20	3,20	52,8	75,5	28,0	926
22	18,7	27,3	2,13	3,15	51,2	74,2	34,0	1.415
23	18,6	27,4	2,14	3,14	51,4	74,0	34,0	1.415
24	18,6	27,5	2,15	3,16	51,6	75,5	34,0	1.415

25	18,4	25,7	2,08	3,10	50,0	73,2	42,6	2.220
26	18,6	25,9	2,10	3,10	50,5	73,2	42,6	2.220
27	18,5	25,7	2,09	3,10	50,2	73,2	42,6	2.220
28	18,5	37,5	2,55	3,44	60,7	81,0	12,8	198
29	18,4	38,0	2,55	3,48	60,7	81,8	12,8	192
30	18,3	38,2	2,57	3,50	61,2	82,2	12,7	192
31	18,3	41,3	2,70	3,56	64,2	83,5	10,2	132
32	18,3	40,2	2,63	3,48	64,6	81,8	10,1	133
33	18,2	41,2	2,70	3,58	64,2	84,0	10,2	142
34	15,6	50,3	2,94	3,72	69,7	87,0	5,10	33
35	15,2	50,3	2,94	3,75	69,7	87,7	5,10	32
36	14,8	49,8	2,94	3,75	69,7	87,7	5,10	33
37	14,0	44,6	2,81	3,66	66,7	85,5	6,45	48
38	13,9	44,6	2,81	3,68	66,7	86,0	6,40	49
39	13,9	44,2	2,81	3,66	66,7	85,5	6,45	48,5
40	14,6	40,8	2,64	3,60	62,8	84,5	8,15	79
41	14,6	40,8	2,65	3,60	63,0	84,5	8,15	79
42	14,3	39,4	2,60	3,52	62,0	82,7	8,15	79
43	13,6	36,6	2,52	3,50	60,0	82,2	9,95	115
44	13,4	36,6	2,52	3,50	60,0	82,2	10,0	115
45	13,3	36,6	2,50	3,47	59,6	81,5	10,05	115
46	13,1	34,3	2,42	3,42	57,8	80,5	11,10	146
47	13,2	34,8	2,44	3,45	58,3	81,1	11,10	146
48	13,2	34,4	2,41	3,41	57,5	80,2	11,10	146
49	13,3	51,4	3,04	3,79	72,0	88,5	4,35	22
50	13,2	50,4	3,01	3,78	71,2	88,3	4,35	22
51	13,2	51,5	3,06	3,80	72,4	88,8	4,35	22

(Continuación de: CUADRO DE DATOS EXPERIMENTALES)

52	19,6	41,4	4,02	4,15	93,6	96,2	24,40	745
53	19,6	41,6	4,00	4,20	93,5	97,3	24,40	740
54	19,9	43,9	4,02	4,20	93,6	97,5	21,60	564
55	19,9	43,8	4,02	4,20	93,6	97,5	21,40	563
56	19,9	47,4	4,05	4,20	93,8	97,5	16,9	352
57	19,9	48,0	4,09	4,26	95,2	98,6	16,9	352
58	19,9	50,0	4,07	4,20	94,7	97,5	14,6	256
59	19,9	50,3	4,10	4,22	95,3	98,0	14,4	256
60	19,9	57,1	4,12	4,24	95,6	98,4	9,21	105
61	19,9	56,6	4,12	4,20	95,6	97,5	9,21	105
62	19,2	26,6	0,78	3,12			7,22	61
63	19,2	26,0	0,76	3,06	19,0	73,2	7,20	61
64	19,2	27,1	0,70	2,88			12,44	186
65	19,4	26,3	0,78	2,86	19,5	68,0	12,48	187
66	19,9	34,4	0,82	3,68			18,32	415
67	20,1	34,0	0,82	3,76	20,2	87,0	18,58	417
68	19,9	30,1	0,82	3,81			24,40	736
69	19,7	29,3	0,80	3,44	20,0	86,7	24,76	736
70	25,7	36,4	1,00	3,22			5,00	53
71	25,7	37,6	1,00	3,23	25,8	77,3	5,04	53
72	26,9	36,5	1,03	3,13			7,14	104
73	26,7	36,3	1,04	3,12	27,0	75,0	7,10	104
74	26,2	36,0	1,01	3,06			10,20	208
75	26,0	35,8	1,01	3,06	26,4	72,6	10,04	208
76	25,7	36,3	1,00	3,08			12,26	300
77	25,7	37,0	0,97	3,09	25,9	74,0	12,28	300

78	25,5	35,2	0,90	3,01			13,44	358
79	25,5	34,8	0,90	2,98	25,7	74,1	13,42	358
80	25,5	36,4	0,97	3,04			14,32	404
81	25,5	38,0	0,97	3,20	25,8	75,2	14,20	404
82	25,5	36,1	0,97	3,08			16,0	506
83	25,5	35,8	0,97	3,00	25,7	73,5	15,88	506
84	25,5	35,5	0,83	3,05			17,55	607
85	25,5	35,2	0,82	2,97	25,8	76,2	15,57	607
86	25,4	36,6	0,81	3,30			19,38	740
87	25,4	36,3	0,80	3,24	25,7	82,9	19,30	740
88	18,7	34,0	0,74	3,26			4,17	25
89	18,5	33,2	0,74	3,26	18,7	76,8	4,19	25
90	18,0	26,4	0,72	2,85			11,10	161
91	18,0	26,1	0,71	2,86	18,2	67,8	11,14	161
92	17,9	29,8	0,71	3,10			15,52	302
93	17,9	30,2	0,72	3,16	18,0	73,8	15,40	302
94	17,8	28,3	0,72	3,32			21,94	607
95	17,8	28,8	0,72	3,38	18,0	78,8	21,80	609
96	17,8	28,2	0,72	3,41			25,15	810
97	17,8	27,8	0,72	3,37	18,0	79,7	25,05	810
98	17,8	28,0	0,72	3,48			27,74	992
99	17,8	27,8	0,72	3,46	18,0	81,6	27,74	994
100	17,8	29,0	0,73	3,64			29,10	1.123
101	17,8	28,6	0,74	3,62	18,1	84,6	29,36	1.126

102	17,8	28,2	0,74	3,63			31,46	1.241
103	17,8	27,4	0,72	3,55	18,1	84,2	31,86	1.241
104	17,7	28,5	0,73	3,65			32,30	1,322
105	17,7	28,1	0,73	3,63	18,1	85,2	32,20	1,324
106	15,3	29,2	0,64	3,35			5,36	36
107	15,3	29,2	0,61	3,35	15,4	78,7	5,36	36
108	13,4	25,0	0,54	3,30			18,80	443
109	13,4	24,8	0,54	3,23	13,5	77,0	19,30	443
110	13,3	24,6	0,60	4,00			39,70	2.000
111	13,3	24,7	0,60	3,98	14,8	93,0	39,38	2.000
112	13,4	24,0	0,65	3,96			43,50	2.440
113	13,4	23,8	0,65	3,96	16,0	92,3	43,62	2.440
114	13,3	24,2	0,68	3,96			48,50	2.866
115	13,3	23,8	0,66	3,95	16,5	92,3	48,30	2.866
116	13,3	25,0	0,69	3,96			47,60	2.260
117	13,3	24,6	0,66	3,96	16,5	92,3	46,40	2.660
118	13,3	24,2	0,61	3,84			35,70	1.556
119	13,3	24,0	0,60	3,79	14,8	86,8	35,10	1,556
120	13,3	24,4	0,59	3,07			13,10	207
121	13,3	23,8	0,58	3,07	14,7	72,7	13,06	207
122	13,2	33,2	0,62	3,68			13,02	210
123	13,2	23,0	0,61	3,63	15,0	86,5	13,02	211

Determinaciones	$Q$	$\Delta T_{be}$	$\Delta T_{bs}$	$\Delta T_{ln}$	$h_{ln}$	$\hat{C}_p$	$k$	$\mu_f$	$T_f$	$\rho$	$v$	$v$	$\mu_b$	$T_b$
	$\frac{kcal}{h}$	$^{\circ}C$	$^{\circ}C$	$^{\circ}C$	$\frac{kcal}{m^2 h ^{\circ}C}$	$\frac{kcal}{kg^{\circ}C}$	$\frac{kcal}{m h^{\circ}C}$	Centi poise	$^{\circ}C$	$\frac{kg}{m^3}$	$\frac{m}{seg}$	$\frac{m}{h}$	Centi poise	$^{\circ}C$
1-3	12.420	61,5	27,5	42,3	1.230	0,998	0,556	0,544	50,6	996	0,484	1.742	0,832	28,3
4-6	13.320	62,7	27,4	42,7	1.305	0,998	0,554	0,555	49,3	997	0,611	2.200	0,858	26,8
7-9	11.400	66,8	27,4	44,7	1.077	0,998	0,560	0,509	54,7	995	0,341	1.228	0,781	31,2
10-12	16.500	53,4	25,8	38,0	1.817	0,998	0,544	0,638	44,5	998	1,640	5.904	0,963	21,8
13-15	15.960	57,9	27,7	41,1	1.629	0,998	0,548	0,600	45,0	998	1,063	3.827	0,923	23,6
16-18	15.420	59,6	22,4	44,2	1.460	0,998	0,551	0,577	47,1	997	0,811	2.920	0,862	26,6
19-21	17.400	56,7	23,6	37,7	1.929	0,998	0,547	0,610	43,9	997	1,343	4.835	0,916	23,9
22-24	17.880	55,6	24,0	37,6	1.987	0,998	0,546	0,620	42,9	998	1,636	5.890	0,936	23,0
25-27	18.660	54,7	24,5	38,3	2.082	0,998	0,545	0,633	41,9	998	2,050	7.379	0,956	22,1
28-30	15.000	63,3	23,0	39,8	1.576	0,998	0,554	0,550	49,7	996	0,614	2.210	0,834	28,1
31-33	13.800	64,8	23,5	40,7	1.417	0,998	0,557	0,536	51,6	996	0,489	1.760	0,808	28,6
34	10.620	54,1	36,7	44,8	898	0,998	0,562	0,501	55,6	995	0,245	883	0,752	33,0
35	10.740	54,5	37,4	45,5	894	0,998	0,562	0,501	55,7	995	0,245	882	0,755	32,8
36	10.710	54,9	37,9	45,9	884	0,998	0,561	0,506	55,0	995	0,245	882	0,763	32,3

37	11.844	54,7	40,9	47,6	942	0,998	0,550	0,525	52,7	996	0,310	1.116	0,813	29,3
38	11.790	54,8	41,4	47,9	932	0,998	0,558	0,524	52,8	996	0,307	1.105	0,813	29,3
39	11.730	54,8	41,3	47,9	928	0,998	0,558	0,526	52,6	996	0,310	1.116	0,816	29,1
40	12.810	48,2	43,7	46,1	1053	0,998	0,556	0,544	50,6	997	0,392	1.411	0,842	27,7
41	12.810	48,4	43,7	46,1	1053	0,998	0,556	0,543	50,7	997	0,392	1.411	0,842	27,7
42	12.276	47,7	43,3	45,5	1022	0,998	0,555	0,553	49,6	997	0,392	1.411	0,856	26,9
43	13.728	46,4	45,6	46,2	1126	0,998	0,552	0,567	48,1	997	0,479	1.724	0,892	25,1
44	13.920	46,6	45,6	46,3	1139	0,998	0,552	0,568	48,0	997	0,481	1.732	0,894	25,0
45	14.052	46,3	44,9	45,5	1170	0,998	0,552	0,570	47,8	997	0,483	1.739	0,894	25,0
46	14.118	44,7	46,2	45,6	1173	0,998	0,550	0,584	46,4	997	0,534	1.922	0,920	23,7
47	14.388	45,1	46,3	45,8	1190	0,998	0,550	0,580	46,8	997	0,534	1.922	0,914	24,0
48	14.118	44,3	45,8	44,9	1191	0,998	0,550	0,585	46,3	997	0,534	1.922	0,918	23,8
49	9.942	58,7	37,1	47,2	798	0,998	0,562	0,497	56,2	995	0,209	752	0,763	32,3
50	9.708	58,0	37,9	47,3	778	0,998	0,562	0,501	55,7	995	0,209	752	0,771	31,8
51	9.996	59,2	37,3	47,5	797	0,998	0,562	0,495	56,4	995	0,209	752	0,763	32,3
52-53	32.200	73,9	55,2	64,3	1897	0,998	0,570	0,450	62,8	996	1,174	4.228	0,792	30,5
54-55	29.950	73,7	53,7	63,3	1793	0,998	0,571	0,444	63,7	995	1,036	3.728	0,771	31,8
56-57	28.080	74,7	50,3	61,7	1724	0,998	0,573	0,435	65,0	994	0,813	2.928	0,740	33,8
58-59	26.150	75,1	47,6	60,5	1637	0,998	0,574	0,432	65,6	994	0,698	2.512	0,723	35,0
60-61	20.180	75,7	41,2	56,7	1348	0,998	0,576	0,420	67,5	993	0,443	1.596	0,677	38,3

62-63	3.070 0,2	46,9 7,0	1.662	0,998 0,535	0,731	34,4	998	0,347	1.249	0,943	22,7
64-65	5.530 0,2	41,3 7,72	2,714	0,998 0,534	0,748	33,3	998	0,600	2.159	0,936	23,0
66-67	17.710 0,2	52,8 9,45	6,300	0,998 0,542	0,670	39,8	997	0,888	3.197	0,871	26,1
68-69	14.580 0,2	57,0 10,1	5,470	0,998 0,542	0,668	39,0	997	1,183	4.256	0,898	24,8
70-71	3.400 0,0	40,3 6,71	1.920	0,998 0,544	0,639	41,4	995	0,243	870	0,781	31,3
72,-73	4.100 0,2	38,6 7,30	2.130	0,998 0,544	0,641	41,3	995	0,343	1.234	0,776	31,6
74-75	5.960 0,3	36,4 7,54	2.990	0,998 0,542	0,654	40,2	995	0,488	1.756	0,786	31,0
76-77	88.100 0,2	37,3 7,11	4.320	0,998 0,543	0,649	40,6	995	0,590	2.125	0,783	31,2
78-79	7.680 0,2	38,1 7,23	4.025	0,998 0,542	0,656	40,0	996	0,647	2.330	0,799	30,2
80-81	10.020 0,3	38,0 7,80	4.875	0,998 0,543	0,646	40,9	995	0,687	2.472	0,781	31,3
82-83	9.970 0,2	37,6 7,15	5.280	0,998 0,542	0,655	40,1	995	0,768	2.763	0,791	30,7
84-85	10.340 0,3	40,9 8,28	4.730	0,998 0,543	0,648	40,7	996	0,844	3.040	0,796	30,4
86-87	12.880 0,3	46,4 9,16	5.330	0,998 0,546	0,626	42,6	995	0,931	3.350	0,787	30,9
88-89	3.750 0,1	43,2 7,14	1.990	0,998 0,537	0,696	36,9	997	0,202	726	0,874	26,1
90-91	5.536 0,2	41,5 7,76	2.703	0,998 0,533	0,760	32,6	998	0,536	1.928	0,958	22,1
92-93	11.217 0,1	43,8 7,19	5.913	0,998 0,536	0,724	34,9	997	0,744	2.679	0,919	23,9
94-95	14.038 0,2	50,3 9,07	5.863	0,998 0,537	0,713	35,7	998	1,053	3.791	0,937	23,1
96-97	15.361 0,2	51,7 9,28	6.272	0,998 0,537	0,710	35,9	998	1,209	4.353	0,940	22,9
98-99	16.817 0,2	53,7 9,58	6.652	0,998 0,538	0,701	36,3	998	1,337	4.812	0,942	22,8
100-101	19.481 0,3	55,8 10,64	6.937	0,998 0,539	0,692	37,3	997	1,422	5.118	0,932	23,3

102-103	18.990	0,3	56,4	10,73	6.706	0,998	0,538	0,695	37,0	998	1,524	5.468	0,942	22,8
104-105	20.511	0,4	56,9	11,42	6.805	0,998	0,539	0,692	37,3	998	1,553	5.592	0,939	23,0
106-107	4.470	0,1	49,5	8,0	2.117	0,999	0,535	0,730	34,6	998	0,258	928,7	0,956	22,2
108-109	13.145	0,1	52,1	8,3	6.003	0,999	0,532	0,767	32,2	998	0,917	3.301	1,026	19,1
110-111	26.808	1,5	68,4	17,5	5.804	0,999	0,538	0,704	36,4	998	1,903	6.849	1,031	18,9
112-113	27.443	1,6	68,4	17,3	5.842	0,999	0,535	0,733	34,4	998	2,097	7.543	1,040	18,6
114-115	31.073	2,2	68,3	19,3	6.100	0,999	0,538	0,703	36,5	998	2,329	8.385	1,040	18,6
116-117	32.430	2,2	67,5	19,1	6.433	0,999	0,536	0,700	36,7	998	2,262	8.143	1,028	19,0
118-119	22.939	1,5	62,7	16,4	5.300	0,999	0,535	0,728	34,7	998	1,704	6.133	1,037	18,7
120-121	8.476	1,4	42,6	13,3	2.415	0,999	0,531	0,783	31,2	998	0,630	2.267	1,037	18,7
122-123	15.546	1,2	53,4	15,2	3.875	0,998	0,538	0,698	36,8	998	0,626	2.255	0,937	23,1

CUADRO DE DATOS FINALES (ANALOGIA DE COLBURN)

Determinaciones	$f_f / 2$	$J_H$	$Re_f$
1-3	0,00598	0,001648	12.167
4-6	0,00608	0,001405	14.910
7-9	0,00613	0,001943	9.123
10-12	0,00605	0,000886	35.691
13-15	0,00584	0,001069	24.136
16-18	0,00591	0,001217	19.698
19-21	0,00595	0,001017	30.696
22-24	0,00611	0,000867	36.632
25-27	0,00606	0,000737	44.941
28-30	0,00585	0,001684	15.398
31-33	0,00634	0,001859	12.658
34	0,00631	0,002233	6.819
35	0,00613	0,002226	6.792
36	0,00633	0,002219	6.720
37	0,00574	0,001920	7.975
38	0,00598	0,001961	7.898
39	0,00580	0,001894	7.946
40	0,00590	0,001741	9.747
41	0,00590	0,001739	9.747
42	0,00590	0,001763	9.587
43	0,00576	0,001574	11.243
44	0,00571	0,001587	11.264
45	0,00567	0,001628	11.312
46	0,00588	0,001504	12.153
47	0,00588	0,001519	12.232
48	0,00588	0,001529	12.179
49	0,00579	0,002818	5.724
50	0,00579	0,002271	5664
51	0,00579	0,002308	5.724

(Cont. de: CUADRO DE DATOS FINALES (ANALOGIA DE COLBURN))

---

52-53	0,00642	0,000907	54.568
54-55	0,00635	0,000964	48.755
56-57	0,00651	0,001163	39.013
58-59	0,00638	0,001279	33.726
60-61	0,00661	0,001625	21.995

---

Determinaciones	$f_f$	$J_H$	Ref	$\log f_f$	$\frac{1}{2} \log f_f$	$\sqrt{f_f}$	$\frac{\sqrt{f_f}}{J_H}$	Ref · $\sqrt{f_f}$
62-63	0,01184	0,003882	9.949	2,0734	1,0367	0,1088	28,03	1.082
64-65	0,01210	0,003727	16.811	2,0828	1,0414	0,1100	25,51	1.849
66-67	0,01246	0,005380	27.750	2,0955	1,0477	0,1116	20,74	3.097
68-69	0,01238	0,003499	37.079	2,0927	1,0463	0,1112	31,78	4.123
70-71	0,02066	0,005839	7.948	2,3152	1,1576	0,1437	24,61	1.142
72-73	0,02027	0,004567	11.184	2,3069	1,1534	0,1423	31,16	1.591
74-75	0,02011	0,004580	15.595	2,3034	1,1517	0,1418	30,96	2.211
76-77	0,01983	0,005435	10.000	2,2974	1,1487	0,1408	25,90	2.675
78-79	0,01996	0,004660	20.613	2,3002	1,1501	0,1413	30,32	2.913
80-81	0,01969	0,005266	22.226	2,2943	1,1471	0,1403	26,64	3.118
82-83	0,01973	0,005149	24.506	2,2952	1,1476	0,1405	27,29	3.443
84-85	0,01961	0,004156	27.221	2,2925	1,1462	0,1401	33,71	3.814
86-87	0,01963	0,004135	31.082	2,2930	1,1465	0,1401	33,88	4.355
88-89	0,01399	0,007722	6.076	2,1459	1,0729	0,1183	15,32	718
90-91	0,01287	0,003924	14.780	2,1096	1,0548	0,1134	28,99	1.676
92-93	0,01251	0,006390	21.515	2,0972	1,0486	0,1118	17,50	2.405

94-95	0,01257	0,004424	30.952	2,0995	1,0496	0,1121	25,34	3.470
96-97	0,01271	0,004111	35.687	2,1041	1,0520	0,1127	27,41	4.022
98-99	0,01274	0,003904	39.972	2,1052	1,0526	0,1129	28,91	4.513
100-101	0,01276	0,03793	43.023	2,1059	1,0529	0,1130	29,79	4.862
102-103	0,01225	0,003429	45.956	2,0881	1,0440	0,1107	32,28	5.087
104-105	0,01258	0,003403	47.034	2,0997	1,0498	0,1122	32,97	5.277
106-107	0,01232	0,006636	7.407	2,0906	1,0453	0,1110	16,72	822
108-109	0,01208	0,005494	25.057	2,0820	1,0410	0,1099	20,00	2.754
110-111	0,01266	0,002399	56.652	2,1025	1,0512	0,1125	46,89	6.373
112-113	0,01272	0,002259	59.985	2,1045	1,0522	0,1127	49,89	6.757
114-115	0,01212	0,002056	69.433	2,0835	1,0417	0,1101	53,55	7.645
116-117	0,01192	0,002227	67.724	1,0763	1,0381	0,1092	49,03	7.395
118-119	0,01223	0,002509	49.055	2,0892	1,0446	0,1108	44,16	5.435
120-121	0,01196	0,003266	16.863	2,0778	1,0389	0,1094	33,50	1.845
122-123	0,01234	0,004837	18.796	2,0913	1,0456	0,1111	22,97	2.088

#### IV. DISCUSION DE RESULTADOS

Una vez obtenidos los resultados finales de la totalidad de las determinaciones, se presentan graficados, según las Analogías de Colburn y Martinelli.

##### IV.A. ANALOGIA DE COLBURN

En este punto se encuentran los resultados logrados, aplicando la Analogía de Colburn:

$$j_H = \frac{h_{in}}{C_p G} \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/4} = \frac{f}{2} \quad (\text{II-15})$$

Las 123 determinaciones que se muestran, se pueden dividir en dos grupos, según el valor de la  $T_{1n}$  a que fueron efectuados.

##### IV.A1. Experiencias a $\Delta T_{1n}$ grande

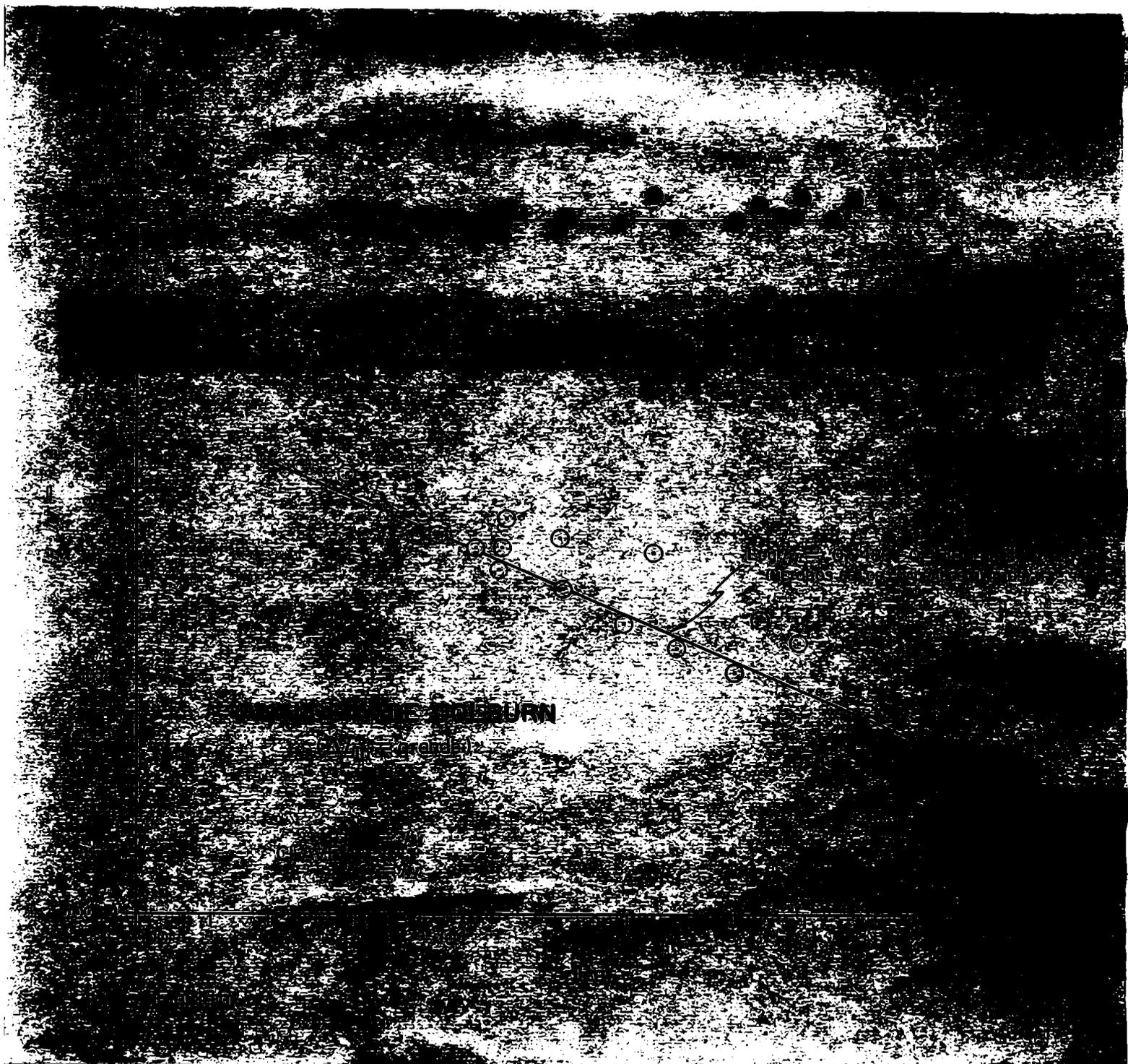
Se hicieron 61 determinaciones con el criterio siguiente: de la determinación 1 a la 51 inclusive, se variaron las condiciones de régimen cada 3 determinaciones y de la 52 a la 61 inclusive, se variaron las condiciones cada 2 determinaciones. No obstante, desde la 34 a la 51, se calcularon los 18 valores independientemente (ver cuadro de la pág. 64) pero al llevar sus valores al gráfico correspondiente (ver fig. 15.a) se redujeron a 17 puntos por triplicado.

Por otra parte las 10 determinaciones restantes dieron 5 puntos por duplicado.

Como consecuencia de todo esto, se puede ver que no se necesita en ningún caso, más de dos determinaciones por punto que se desee graficar, manteniendo las exigencias de precisión descritas, para los instrumentos de control.

Observando la fig. 15.a se puede ver la clara divergencia de los resultados. Mientras los valores del factor " $J_M$ " (o sea  $f/2$ ) se mantienen constantes para incrementar en el valor del número de Reynolds, los valores del factor " $J_H$ " se alínean en una pro-

nunciada pendiente negativa.

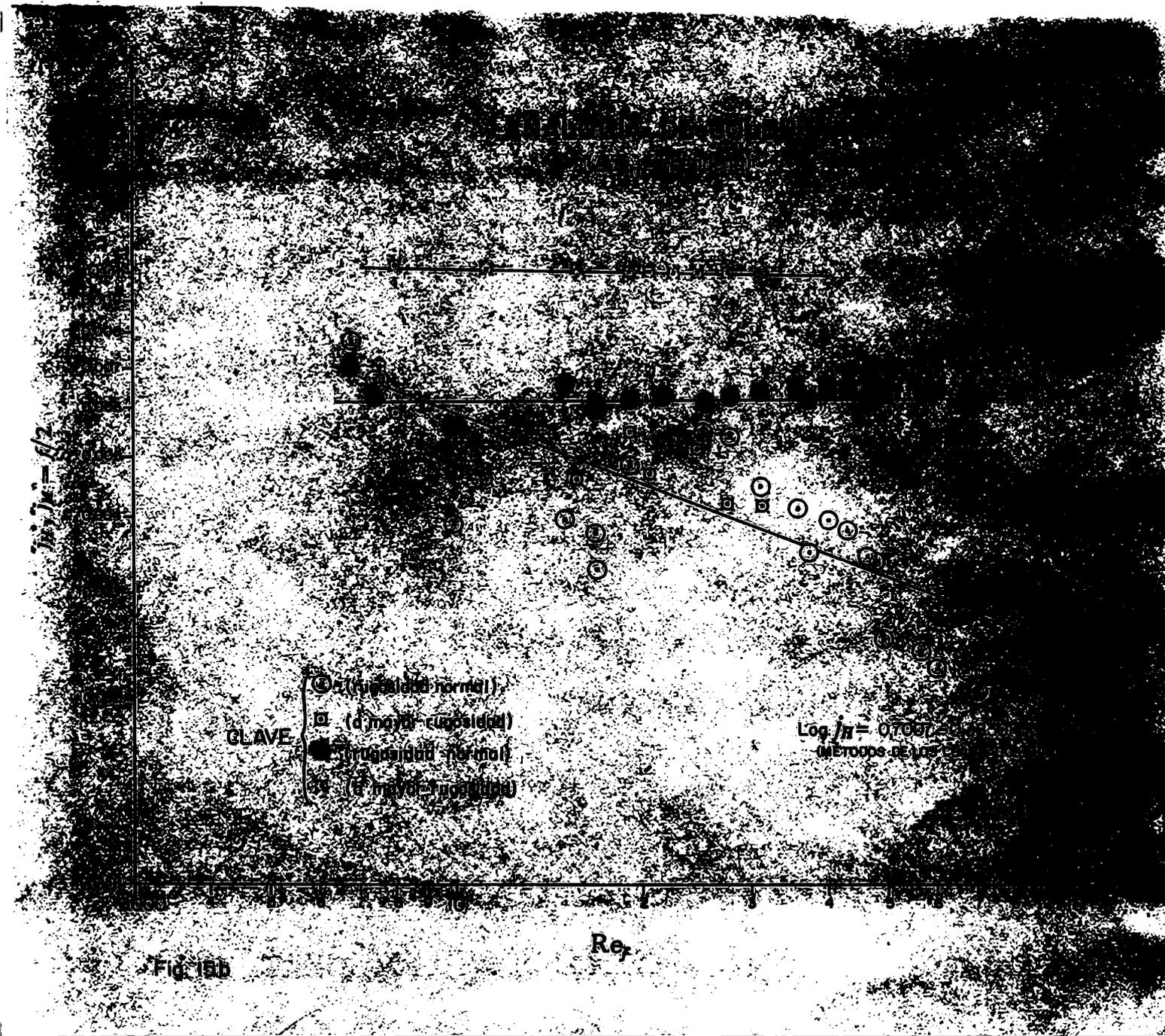


IV.A .2. Experiencias a  $\Delta T_{1n}$  pequeña

Con valores bajos de  $\Delta T_{1n}$  se realizaron 62 determinaciones, variando las condiciones de régimen cada dos "corridas" obteniéndose por ello 31 resultados finales (ver cuadro de valores de las págs. 66 y 67).

En la representación gráfica de estos resultados se nota una mayor dispersión en los datos obtenidos. La razón es el abultamiento que sufren los valores del error relativo que se comete (manteniendo la misma precisión que en el caso anterior) al medir bajas diferencias de temperaturas.

En este grupo de determinaciones, se presentó una tande de 18 determinaciones en las que el factor de fricción varió 62% de su valor promedio en las restantes. La causa de esta anomalía, se estima debida a oxidación producida por un período apreciable de inactividad del equipo, antes de estas experiencias.



En la fig. 15-b, donde se grafican estos resultados, se advierte el mismo fenómeno que en el caso anterior, con la sola variante de la aparición de otra línea de valores para  $f/2$  como se acaba de decir.

Del análisis de estos resultados, se puede ver claramente la imposibilidad de predicción de datos por aplicación de esta analogía.

#### IV.B. ANALOGIA DE MARTINELLI

Luego de los resultados negativos obtenidos por la aplicación de la analogía de Colburn en las 61 primeras determinaciones, se buscó la posibilidad de predicción de datos a partir de la analogía de Martinelli. Es así que se concretaron 62 experiencias a baja  $\Delta T_{ln}$ , las que se grafican en la fig. 16.

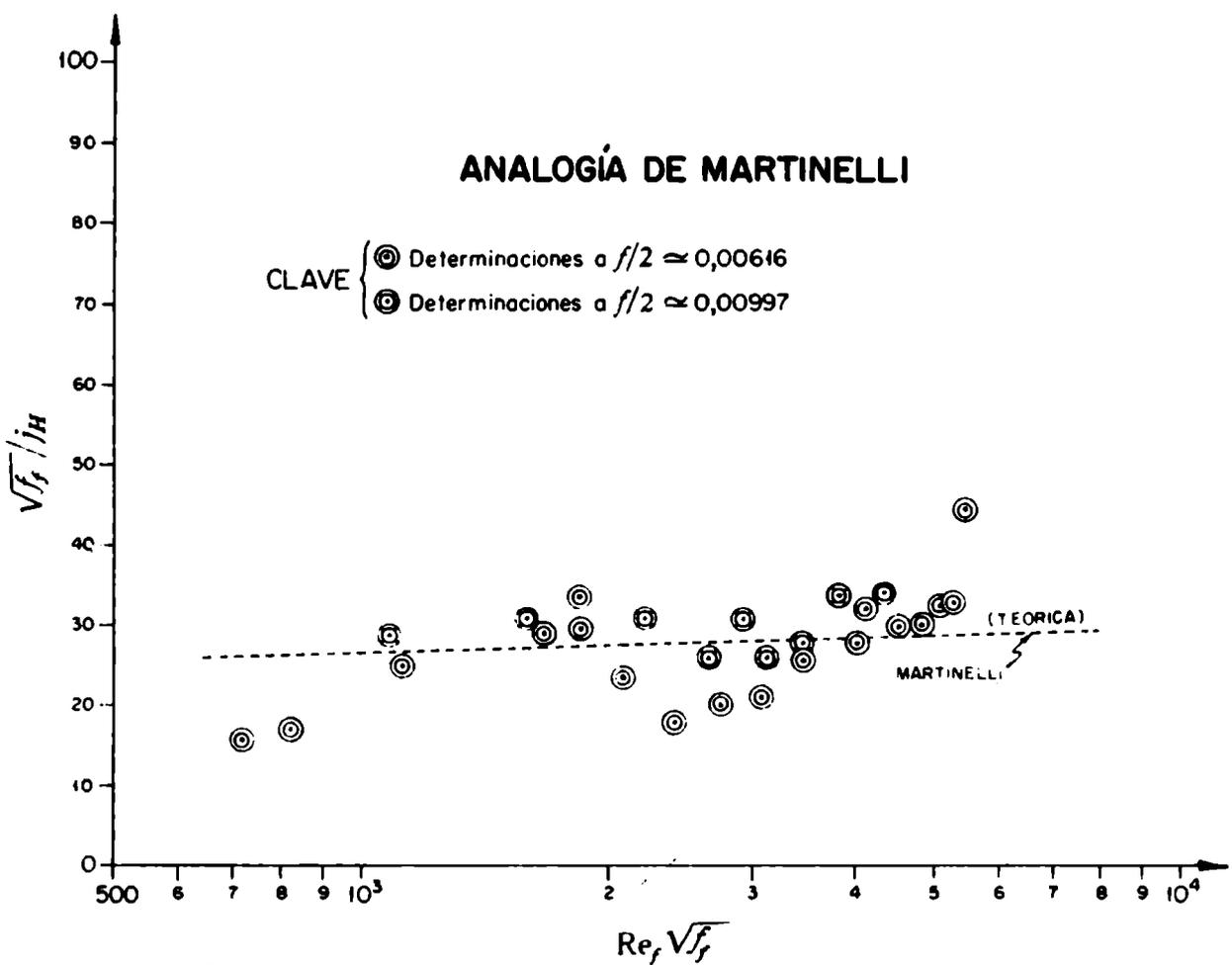


Fig. 16

Allí puede verse:

- a) La representación de datos respecto de la ecuación teórica, es altamente aceptable, por tratarse de una correlación general.
- b) La variación de aproximadamente el 62%, en los valores del factor de fricción, no afecta las posibilidades de predicción.

Para la obtención de la recta teórica de esta correlación se tomaron los siguientes valores:

$$Pr = 4,55$$

$$\frac{T_{\text{máx}}}{T_{\text{med}}} = 1,1$$

$$M = 1$$

para la ecuación:



de donde, al hacer el desarrollo de los cálculos, y despejando convenientemente se llega a:

$$\frac{\sqrt{f_f}}{J_H} = 16,58 + 3,48 \log Re_f \cdot \sqrt{f_f}$$

ecuación que se representa por una línea de trazos en la fig. 16, pudiéndose así comparar los datos obtenidos con los previstos.

## V. CONCLUSIONES

En la exposición de este punto se hará un breve enunciado de las condiciones en que se realizó el estudio, para las cuales serán presentadas de inmediato las conclusiones finales.

- a - Equipo: Intercambiador de tubos concéntricos
- b - Material del tubo: "Hierro Negro" comercial
- c - Dimensiones del tubo: Largo 3,98 m, diámetro 0,021 m
- d - Fluido empleado: Agua
- e - Rango de valores para el número de Reynolds:  $5,10^3$  a  $5,10^4$
- f - Rango de valores para el número de Prandtl: 3,3 a 5,3
- g - Rango de valores para el coeficiente de fricción: 0,006 a 0,010.

En base a los resultados obtenidos a partir de las 123 determinaciones, oportunamente descritas, se enumeran las siguientes conclusiones:

1º) Al aplicar la Analogía de Colburn se observa que, mientras los valores de los coeficientes de fricción se mantienen sensiblemente constantes ante el aumento del número de Reynolds, los valores del factor "J" para transferencia de calor se alinean en forma recta con pronunciada pendiente negativa.

2º) De la aplicación de la Analogía de Colburn a los resultados que se presentan en las figs. 15.a y b, se observa una marcada variación en la posición de la recta, pero no de su pendiente. Los valores de las pendientes, obtenidos por el Método de los Cuadrados Mínimos, son los siguientes:  $\Delta T_{1n}$  altas  $24^\circ 15'$ , y para  $\Delta T_{1n}$  bajas  $21^\circ$ .

3º) Como consecuencia de lo expresado en los puntos 1º y 2º, se torna imposible toda predicción de datos en estas condiciones, a partir de la aplicación de la Analogía de Colburn.

4a) La aplicación de la Analogía de Martinelli, según se ve en la fig. 16 permite una razonable predicción de resultados, dada la aceptable coincidencia de datos obtenidos con los previstos teóricamente.

5a) La presente Analogía de Martinelli, resulta independiente de la rugosidad del conducto, puesto que ha mantenido su validez, ante una variación de más del 62% en el valor de los coeficientes de fricción estudiados, permitiendo esto la generalización de su aplicabilidad.

6a) Con la intención de establecer una comparación de las condiciones de ensayo entre el presente estudio y el realizado por Smith y Epstein (18) se presenta el siguiente cuadro:

Elementos y condiciones	Smith-Epstein	Presente estudio
Fluido ensayado	Aire (gas)	Agua (líquido)
Material del tubo	Hierro fabricación U.S.A.	Hierro fabricación nacional
Diámetro del tubo	12,5 m	21,0 mm
Longitud del tubo	1,58 m	3,98 m
Número de Prandtl	0,69	4,55

7a) De todo lo expuesto, se espera haber logrado la realización de un nuevo aporte sobre el tema, aplicable a las condiciones reales de operación en los más diversos y modernos aspectos de la Química Tecnológica.



NOMENCLATURA

- $A$  = Área.
- $\hat{C}_p$  = Capacidad calórica a presión constante por unidad de masa.
- $D$  = Diámetro del tubo.
- $E$  = Energía total del fluido.
- $F$  = Fuerza de un fluido sobre un sólido adyacente.
- $f$  = Factor de fricción.
- $G = \rho \cdot v$  = Velocidad de masa.
- $g$  = Aceleración de la gravedad.
- $h$  = Coeficiente de transferencia de calor.
- $j_H$  = Factor "J" para transferencia de calor.
- $j_M$  = Factor "J" para transferencia de momento.
- $k$  = Conductividad térmica.
- $l$  = Longitud.
- $M$  = Radio de difusividad de Martinelli.
- $m$  = Flujo de masa en el sistema.
- $P$  = Momento.
- $\mathcal{P} = p + \rho gh$  = Para " $\rho$ " y " $g$ " constantes.
- $p$  = Presión del fluido.
- $Q$  = Flujo de energía a través de la superficie
- $R$  = Radio del tubo, o bien: ver definición de R en pág. 54
- $r$  = Distancia radial
- $S$  = Superficie de la sección de corte normal.
- $\mathbf{s}$  = Vector dando la superficie de la sección de corte normal y su orientación.
- $T$  = Temperatura.
- $t$  = Tiempo.
- $U$  = Energía interna.
- $V$  = Velocidad característica en análisis dimensional; Volumen.
- $W$  = Trabajo dado por el sistema.
- $w$  = Cantidad de flujo de masa.
- $x, y, z$  = Coordenadas rectangulares.

- $r$  = Distancia.
- $\alpha$  = Difusividad térmica.
- $\Delta$  = Incremento de un variable o parámetro.
- $\mu$  = Viscosidad.
- $\pi = 3,14159\dots$
- $\rho$  = Densidad del fluido.
- $\Phi$  = Energía potencial.
- $\dot{\phantom{x}}$  = Valor respecto a la masa unitaria.
- $\bar{\phantom{x}}$  = Valor "alisado" en función del tiempo.
- $\langle a \rangle$  = Valor promedio de "a" en la sección de corte del flujo.
- $*$  = Valor reducido a su misma dimensión característica.
- (t) = Turbulento.
- (l) = Laminar.
- $\bar{x}$  = Media aritmética.
- $b$  = Valor obtenido en el seno del fluido.
- $c$  = Valor obtenido en el eje central del flujo.
- $\ln$  = Media logarítmica.
- $loc$  = Coeficiente de transferencia local.
- $\Delta T_{max}$  = Diferencia  $T_{oe} - T_c$ .
- $\Delta T_{med}$  = Diferencia  $T_{oe} - T_b$ .
- $tot$  = Cantidad total en un sistema macroscópico.
- $0$  = Valor tomado en la superficie.
- $1, 2, e, s$  = Valor tomado en la sección de corte "1", "2", "e", "s".
- $f$  = Valor de película o film.
- $\nabla$  = Operador "nabla".
-

- BIBLIOGRAFIA CITADA -

- 1) BIRD, STEWART y LIGHTFOOT : "Transport Phenomena"  
John Wiley, New York (1960).
- 2) KNUDSEN y KATZ : "Fluid Dynamics and Heat Transfer"  
Mc Graw-Hill, New York (1958).
- 3) FOUST, WENSEL, CLUMP, MAUS y ANDERSEN : "Principios  
de Operaciones Unitarias", Compañía Editorial Continental.  
Mexico (1961).
- 4) GROBER y GRIGULL : Die Grundgesetze der Wärmeübertragung.  
Berlin (1955).
- 5) JAKOB : "Heat Transfer". Wiley, New York (1957).
- 6) Mc ADAMS, WILLIAM : "Heat Transmission", Mc Graw Hill,  
New York (1954). Third Edition.
- 7) ECKERT y DRAKE : "Heat and Mass Transfer", Wiley, New York  
(1957).
- 8) JAKOB y HAWKINS : "Elements of Heat Transfer", Wiley, New  
York (1957).
- 9) JOHNSTONE y THRING : "Pilot Plants, Models, and Scale-up  
Methods in Chemical Engineering", Mc Graw-Hill, New York (1957).
- 10) REYNOLDS : Proc. Manchester Lit. Phil. Sec. (1874).
- 11) RAYLEIGH, LORD : Brit. Aeronaut. Research Comm (1917).
- 12) STANTON : Brit. Aeronaut. Reserch Comm. (1917).
- 13) PRANDTL : Physik 11 : 1072 (1910).
- 14) KARMAN, T. VON : Trans. ASME, 61:705 (1939).
- 15) COLBURN, A.P. : Trans.A.I.ChE, 29: 174 (1933).
- 16) CHILTON y COLBURN : Ind. Eng.Chem 26 :1183 (1934).
- 17) MARTINELLI, R.C. : Trans ASME, 69 : 947 (1947).
- 18) SMITH-EPSTEIN : A.I.Ch.E. Journal, Vol. 3, Nº 2 (Junio 1957).
- 19) SEBAN y SHIMAZAKI : Trans. ASME, 73:803 (1951).
- 20) DEISSLER : Trans. ASME, 73: 101 (1951).

