

Tesis Doctoral

Tratamiento de imágenes de radar de apertura sintética mediante filtros stack

Buemi, María Elena

2012

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Buemi, María Elena. (2012). Tratamiento de imágenes de radar de apertura sintética mediante filtros stack. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Cita tipo Chicago:

Buemi, María Elena. "Tratamiento de imágenes de radar de apertura sintética mediante filtros stack". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 2012.

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Computación

Tratamiento de imágenes de radar de apertura sintética mediante filtros stack

Tesis presentada para optar al título de
Doctor de la Universidad de Buenos Aires
en el área Ciencias de la Computación

María Elena Buemi

Director de tesis: Dr. Julio César Jacobo Berllés

Consejera de estudios: Dra. Marta Mejail

Buenos Aires, 2012

Índice general

<i>Resumen/Abstract</i>	13
1. <i>Introducción</i>	17
2. <i>Radar de Apertura Sintética</i>	21
2.1. Elementos del SAR	24
2.2. Geometría del SAR	27
2.3. Parámetros del Sistema	32
2.4. Coeficiente de Backscatter σ^0	33
2.4.1. Influencia de la Constante Dieléctrica	34
2.4.2. Influencia de la Polarización	35
2.4.3. Influencia del Ángulo de Incidencia	36
2.4.4. Detector Lineal	39
2.4.5. Detector Cuadrático	40
2.4.6. Disminución del Speckle Utilizando Varios Looks	42

2.5.	Formatos de imágenes SAR	45
2.6.	Distribución \mathcal{G}^0	50
2.6.1.	Distribución para el Speckle	51
2.6.2.	Distribución para el Backscatter	53
2.6.3.	Distribuciones para el retorno	54
3.	<i>Filtros No Lineales</i>	57
3.1.	Estimación puntual	58
3.2.	Estimación robusta en filtros no lineales	60
3.3.	Filtros basados en la mediana	62
3.3.1.	Función de distribución de probabilidad de los filtros de la mediana	64
3.4.	Filtros L	64
4.	<i>Filtros Stack</i>	66
4.1.	Notaciones y Definiciones	66
4.2.	Filtros Stack Óptimos	72
4.3.	Algoritmos para el diseño de filtros <i>stack</i> óptimos	73
4.4.	Algoritmo Adaptativo	76
5.	<i>Filtros Stack Adaptativos en procesamiento de Imágenes SAR</i>	80
5.1.	El Análisis Estadístico en las imágenes SAR	83

5.1.1.	Procesamiento de imágenes simuladas	83
5.1.2.	Reducción de ruido speckle en filtrado Stack para imágenes SAR reales	90
5.1.3.	Clasificación por Máxima Verosimilitud de imágenes reales e imágenes simuladas	93
5.2.	Conclusiones	100
6.	<i>Evaluación de medidas de calidad aplicadas a Imágenes SAR con fil- tros Stack</i>	101
6.1.	Medida de calidad universal	102
6.2.	Índice de correlación	103
6.3.	Desempeño en filtros stack	103
6.4.	Desempeño en clasificación	105
6.5.	Conclusiones	108
7.	<i>Segmentación de imágenes SAR usando level sets y competición de regiones bajo el modelo \mathcal{G}^H model</i>	112
7.1.	El modelo de imagen y la Distribución \mathcal{G}^H	114
7.2.	Segmentación de la Imagen	118
7.2.1.	Minimización basada en Level Set	119
7.3.	Experimentos y Análisis de Resultados de la Segmentación de Imágenes usando el modelo \mathcal{G}^H	121

8. *Conclusiones* 128

Índice de figuras

2.1. Imagen SAR, de una región cercana a Munich, Alemania. Se puede notar el granulado debido al ruido <i>speckle</i>	23
2.2. Geometría de formación de imágenes de radar.	28
2.3. Suma de N_s de fasores elementales de módulo y fase aleatorias. (pág. 477, Ulaby et al. 1982).	38
2.4. Tres formatos para una misma escena: compleja (real e imaginaria, arriba), amplitud (abajo izquierda) e intensidad (abajo derecha).([30], pág. 86)	50
2.5. Curvas de la distribución correspondiente al speckle para número de looks igual a: 1(sólida), 2(trazos), 3(puntos), 4(punto-trazo) y 10(punto-punto-trazo).	53
2.6. Curvas de la distribución Γ^{-1} para media unitaria y α igual a $-1,5$ (sólida), -2 (trazos), -4 (puntos), -5 (punto-trazo), -10 (punto-punto-trazo), -20 (sólida) y -100 (trazos).	55
4.1. Esquema general de filtro stack.	71

4.2. Esquema de “forzamiento” de la restricción de stacking	79
5.1. Imágenes SAR sintéticas (<i>izquierda</i>) y sus correspondientes filtradas(<i>derecha</i>)	84
5.2. Dependencia del coeficiente de variación C_V para el parámetro α , para imágenes filtradas (línea punteada) y para las imágenes no filtradas(línea sólida).	86
5.3. Curvas correspondientes a <i>skewness</i> en función del parámetro α para imágenes filtradas (línea de puntos) e imágenes sin filtradas (línea sólida).	89
5.4. Curva correspondiente a la <i>kurtosis</i> en función del parámetro α para imágenes sin filtrar.	89
5.5. Curva correspondiente a la kurtosis en función del parámetro α para la imagen filtrada.	90
5.6. Banda C del E-SAR VV 1 look de amplitud, con regiones de entrenamiento de pasturas(rectángulo superior) y bosque (rectángulo inferior).	91
5.7. a) histograma de los datos que representan pasturas, b) His- tograma de los datos que representan datos de bosque en la imagen original Figura (5.6)	91
5.8. Imagen filtrada	92
5.9. a) Histograma de pastura y b) Histograma de bosque, imagen correspondiente a la Figura (5.8) con filtro stack.	92

5.10. Imagen de entrenamiento (líneas horizontales) y regiones de prueba(líneas verticales).	95
5.11. Imágen SAR sintética con dos regiones de diferente rugosidad y su clasificada, filtrada con stack y su clasificada	96
5.12. Imagen SAR real original, su “ideal”y las correspondientes procesadas con filtro stack de 1 iteración y de 95 iteraciones.	97
5.13. Clasificación sobre imagen SAR real original y procesada con filtro stack.	98
5.14. Imagen SAR Real filtrada y clasificada con filtro de Frost y con filtro de Lee	99
6.1. Boxplots de los índices de calidad	106
6.2. Filtro stack entrenado por muestras aplicado a imagen simulada $\mathcal{G}^0(-1, 5\gamma_{-1,5,1}^*, 1)$	110
6.3. Filtro stack entrenado por muestras, aplicado a una imagen SAR real. Comparación con filtro de Frost y filtro de Lee	111
7.1. Densidad de la distribución IG (x, ω, η) , para $\eta = 1$ y $\omega = 1$ (sólida), $\omega = \sqrt{2}$ (raya), $\omega = 2$ (punteada), $\omega = 3$ (punto-rayas), $\omega = 4$ (punto-punto-rayas), $\omega = 5$ (sólida) y $\omega = 6$ (raya).	116
7.2. Densidad de la distribución IG (x, ω, η) , para $\omega = 1$ y $\eta = 0,5$ (sólida), $\eta = 1$ (raya), $\eta = 2$ (punteado) y $\eta = 3$ (punto-rayas).	117
7.3. Resultado sobre imágenes simuladas de 4 regiones adyacentes y 3 curvas iniciales.	124

7.4. Imagen simulada con fondo y 3 detalles de formas y 3 curvas iniciales.	125
7.5. Evolución de 2 curvas iniciales en imagen SAR real.	126
7.6. Imagen SAR real con 3 regiones iniciales.	127

Índice de cuadros

2.1. Bandas de frecuencia de radar	33
5.1. Valores de α y γ usados en el experimento. El parámetro γ fue ajustado a fin de mantener el valores medio igual a 1.	85
5.2. Coeficientes de variación, Skewness y Kurtosis para imágenes procesadas y sin procesar con filtro stack para $\alpha \in [-8,5, \dots, -1,5]$	87
5.3. NEL antes y después del filtrado stack	92
5.4. Matriz de confusión utilizando imágenes simuladas	94
5.5. Matriz de confusión para la imagen SAR real	100
6.1. Estadísticas de los índices de calidad de la imagen	104
6.2. Estadísticas de las matrices de confusión	108

- 7.1. Valores de los parámetros usados para generar los datos simulados en la Figura (7.3(a)) y su correspondiente estimación, calculado para las regiones segmentadas en la Figura (7.3(d)). 122
- 7.2. Valores de los parámetros usados para generar los datos simulados en la Figura (7.4(a)) y su correspondiente estimación, calculado para las regiones segmentadas en la Figura (7.4(c)). 123
- 7.3. Parámetros estimados para la distribución \mathcal{G}^H según las regiones segmentadas de la Figura (7.5) y la Figura (7.6). . . . 123

Tratamiento de imágenes de radar de apertura sintética mediante filtros *stack*

Resumen

En el tratamiento de imágenes que se apartan del modelo Gaussiano aditivo, en particular aquellas que además exhiben una baja relación señal-ruido o presentan ruido impulsivo, la aplicación de filtros lineales generalmente no da buenos resultados, siendo los problemas típicos el borronado de bordes o una pobre atenuación del ruido. Por otro lado, la aplicación de filtros no-lineales a este tipo de imágenes logra filtrar los valores de los pixels más afectados por el ruido y al mismo tiempo preservar los bordes.

Las imágenes de Radar de Apertura Sintética (Synthetic Aperture Radar, SAR en inglés) poseen un tipo de ruido llamado *speckle*, el cual no es ni Gaussiano ni aditivo, y que posee una baja relación señal-ruido. Esto hace que la aplicación de filtros no-lineales resulte atractiva para este tipo de datos.

Dentro de los filtros no lineales existe la clase de los filtros *stack* la cual es muy amplia y permite el diseño de filtros óptimos, desde el punto de vista del Error Absoluto Medio (Mean Absolute Error, MAE en inglés), y además permiten el procesamiento paralelo. Es por estas razones que esta tesis se dedica al estudio de la aplicación de esta clase de filtros a imágenes de Radar de Apertura Sintética.

Para la evaluación de la efectividad de los filtros *stack* se utilizaron imágenes SAR simuladas bajo el modelo \mathcal{G}^0 e imágenes reales. Este modelo fue adoptado debido a su buen comportamiento para diversos tipos de *target* y su tractabilidad computacional. Se recurrió a evaluaciones de parámetros estadísticos, performance en la clasificación y calidad perceptual.

También se estudió la utilización del modelo \mathcal{G}^h en segmentación de imágenes SAR utilizando conjuntos de nivel y competencia de regiones.

Palabras clave: filtros no-lineales, filtros *stack*, SAR, distribución \mathcal{G}^0 , distribución \mathcal{G}^h

Synthetic aperture radar image processing using stack filters

Abstract

In the treatment of images that do not follow the Gaussian additive model, particularly those that exhibit a low signal to noise ratio, or are affected by impulsive noise, the use of linear filters usually does not yield good results, being edge blurring or poor noise attenuation the most common problems. On the other hand, the use of non-linear filters with this type of images, filters out the values of the most noisy pixels while, preserving the edges at the same time.

Synthetic Aperture Radar (SAR) images possess a noise called speckle which is neither Gaussian nor additive, and which exhibits a low signal to noise ratio. This makes attractive the use of non-linear filters with this type of data.

Within the class of non-linear filters, the stack filters represent a wide and flexible class that allows the design of optimal filters which minimize the Mean Absolute Error, and also allow to perform parallel processing. This is the reason why this thesis is devoted to the study of the application of stack filters to SAR images.

To evaluate the effectivity of stack filtering, simulated SAR images under the \mathcal{G}^0 law and real SAR images, were used. This model has been adopted here

due to its good behavior for different types of target and its computational tractability. Evaluation of statistical parameters, classification performance and perceptual quality assessment were performed.

The suitability of the \mathcal{G}^h modeling SAR images for segmentation, using level sets and region competition, has also been studied.

Keywords: non-linear filters, stack filters, SAR, \mathcal{G}^0 distribution, \mathcal{G}^h distribution

Capítulo 1

Introducción

Los filtros lineales poseen algunas ventajas importantes: son fáciles de implementar y analizar. Si además son invariantes al desplazamiento se puede utilizar la transformada de Fourier para su análisis e implementación. Para un modelo de señal ruidosa dado, es fácil hallar una forma cerrada para el filtro lineal que minimiza el error cuadrático medio. Además, se puede demostrar que este tipo de filtro es óptimo para el caso de ruido gaussiano aditivo.

Sin embargo, cuando el ruido no se ajusta a este modelo, como en el caso del ruido *speckle*, o el ruido sal y pimienta (también llamado ruido impulsivo), la performance de los filtros lineales está lejos de ser óptima. La utilización de filtros lineales para la atenuación de este tipo de ruidos resulta en un efecto de borrono de bordes y de los pixels afectados por el ruido, ya que en ambos casos existen componentes de alta frecuencia que son atenuadas por el filtro lineal.

Todos los modelos existentes para imágenes de Radar de Apertura Sintética (Synthetic Aperture Radar, SAR) se apartan fuertemente del modelo Gaussiano aditivo siguiendo, en su gran mayoría, un modelo multiplicativo y no-Gaussiano. Este tipo de datos está afectado por un tipo de ruido llamado *speckle*, el cual es inherente al proceso de formación de la imagen en sistemas de iluminación coherente, afectando también a imágenes de sonar, laser y ultrasonido-B.

En las distribuciones características de los datos SAR, la varianza posee un valor considerable respecto del valor medio, la probabilidad de valores negativos es nula y la probabilidad de ocurrencia de valores bastante mayores que el valor medio es considerable. Como consecuencia, este tipo de imágenes posee una apariencia bastante ruidosa. La aplicación de filtros lineales en estos casos, produce dos efectos adversos: uno, el de borrar los bordes existentes en la imagen, y otro el de, no sólo no eliminar los pixels muy ruidosos sino que, por el contrario, producir una contaminación de los mismos hacia los pixels vecinos. Los filtros *stack* poseen la capacidad de eliminar los *outliers*, preservando al mismo tiempo los bordes existentes. Es por eso que en esta tesis se estudia la capacidad de los mismos para el tratamiento de imágenes SAR.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presentan las distribuciones para datos SAR. Este tipo de datos se modelan como el producto de dos variables aleatorias independientes: el backscatter X y el ruido *speckle* Y . El backscatter es una magnitud física que depende de las características geométricas y del contenido de humedad del suelo o de la cubierta vegetal, así como del ángulo de incidencia, de la frecuencia y de la

polarización de la radiación electromagnética emitida y recibida por el radar. Las distribuciones que se asignan a estas dos variables aleatorias dan origen a diversas distribuciones posibles para los datos radar, tales como Γ , \mathcal{K} , \mathcal{G}^0 y \mathcal{G}^H . Estas distribuciones dependen de tres parámetros: un parámetro de rugosidad, un parámetro de escala, y el número equivalente de looks.

En el Capítulo 3 se tratan conceptos generales de estimación robusta para luego pasar al filtro de la mediana y sus propiedades estadísticas.

En el Capítulo 4 se dan las bases de los filtros *stack*, exponiéndose conceptos centrales a este tema como: descomposición por umbrales, propiedad de *stacking*, funciones Booleanas positivas, y se demuestra que este tipo de funciones preserva la propiedad de *stacking*. Se muestra también que cada filtro *stack* queda definido por su función Booleana positiva correspondiente.

Se trata además el problema del diseño de un filtro *stack* óptimo para un modelo de señal ruidosa dado, utilizando la minimización del Error Absoluto Medio (MAE en inglés) como criterio de optimalidad.

Dado que existe una enorme cantidad de funciones Booleanas positivas, una búsqueda exhaustiva de la función óptima se torna prohibitiva para todos los casos de interés práctico. Es por esto que se recurre a algoritmos de entrenamiento en los que se genera una sucesión de funciones que converge a la función buscada. En este capítulo se exponen algunos algoritmos de este tipo.

En el Capítulo 6 se evalúan los resultados del filtrado *stack* midiendo la calidad perceptual de la imagen filtrada, y la preservación de bordes mediante la utilización de índices apropiados. Se realiza una comparación con los

resultados obtenidos para el filtro de Lee en imágenes simuladas mediante un experimento de Monte Carlo. Se realizan también comparaciones en la performance de clasificación de imágenes filtradas con éste y otros filtros.

En el Capítulo 7, se presenta la segmentación de imágenes SAR utilizando competición de múltiples regiones, tanto para imágenes simuladas como para imágenes reales utilizando la distribución \mathcal{G}^H citada más arriba.

En el último Capítulo 8 se presentan las conclusiones finales de esta tesis y líneas de investigación futuras.

Capítulo 2

Radar de Apertura Sintética

Los principios del funcionamiento del Radar de Apertura Sintética han sido objeto de numerosos estudios generando una amplia bibliografía sobre el tema, [18], [30], [38], entre otros.

El Radar de Apertura Sintética (SAR) es un dispositivo de microondas activo que permite generar imágenes de alta resolución. El mismo emite señales de microondas a intervalos regulares sobre una región de interés, recibe la parte de esta energía que es retrodispersada desde dicha región y detecta la intensidad y la distancia, es decir el retardo en el tiempo, de las señales de retorno.

El radar posee su propia fuente de energía y, por lo tanto, es independiente de la luz del sol para la iluminación. Este tipo de sistema se conoce como sistema de teledetección activo. La gran ventaja del radar sobre los sensores ópticos es la posibilidad de funcionar tanto de día como de noche y

la de atravesar las capas de nubes, lo que implica una gran disponibilidad de información.

Estos hechos, junto con la sensibilidad a la rugosidad de la superficie y al contenido de humedad del suelo, (debido a las longitudes de onda en que emite el radar), significan que el SAR es una herramienta muy poderosa en sensoramiento remoto. Dadas sus características puede distinguir diferentes tipos de cobertura de la Tierra, así como también puede detectar cambios temporales, de gran utilidad, por ejemplo, en agricultura.

Además, este sistema opera en diferentes frecuencias y polarizaciones, lo que permite obtener distintas clases de información de un mismo objeto sensado.

En los últimos años se ha generado un gran número de imágenes SAR (provenientes de diferentes sensores transportados en aviones o en satélites), razón por la cual es de suma importancia generar herramientas automáticas para poder extraer información que permitirá la interpretación y la detección de cambios en las mismas.

El sistema SAR genera imágenes que, a diferencia de las generadas por los sensores ópticos, son de difícil visualización e interpretación y ésto se debe a diversos factores que mencionaremos a continuación.

Una imagen generada por un sistema de iluminación coherente, tal como lo es el SAR, es afectada por la interferencia coherente de las señales incidente y reflejada por los dispersores. Sobre diferentes tipos de regiones extensas, como por ejemplo campos cultivados y grandes extensiones de bosque, esta interferencia causa una fluctuación en la intensidad detectada, que variará de

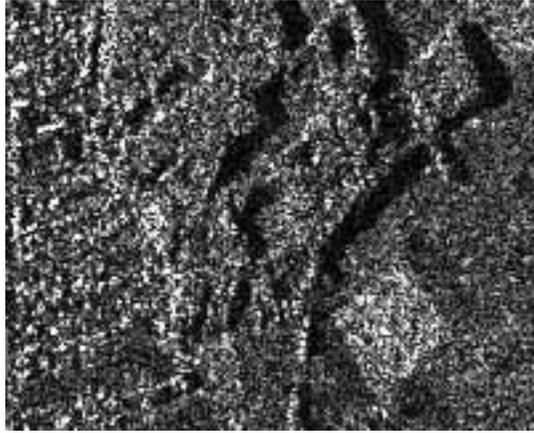


Figura 2.1: Imagen SAR, de una región cercana a Munich, Alemania. Se puede notar el granulado debido al ruido *speckle*.

celda de resolución a celda de resolución. Este efecto se denomina *speckle* y da a la imagen una apariencia granulada, como puede verse en la Figura (2.1).

Debido a la naturaleza eminentemente aleatoria del ruido *speckle* (este ruido es uno de los principales problemas del SAR), las imágenes SAR no pueden ser analizadas solamente en base a la información presente en el pixel, sino que es necesario basar este análisis en estimaciones estadísticas sobre las regiones de la imagen. Por lo tanto, para diseñar algoritmos que extraigan información de las imágenes se debe tener un amplio conocimiento del comportamiento estadístico de las mismas, en particular del comportamiento del *speckle* y su efecto en las estadísticas de la imagen. Esto implica proponer un modelo estadístico adecuado y estimar los parámetros que están involucrados en dicho modelo.

Es necesario, entonces, determinar cuál es la mejor estimación de estos parámetros a partir de los datos y deducir las distribuciones muestrales cor-

respondientes que nos permitirán tomar decisiones y lograr así discriminar las distintas regiones de la imagen.

En imágenes ópticas, ha sido comúnmente utilizada la distribución Gaussiana para modelar este tipo de datos, sus propiedades han sido muy estudiadas, desarrollándose numerosas técnicas junto con su implementación computacional para este modelo. El tratamiento del ruido, para estos datos, se hace bajo un modelo aditivo, [7] y [33].

Hacemos notar que el ruido *speckle* a diferencia del ruido de imágenes ópticas, no es gaussiano sino que se utilizan otras distribuciones que ajustan mejor estos datos, ni tampoco es aditivo sino que es multiplicativo. A raíz de lo recién mencionado, no es posible aplicar a estas imágenes el tratamiento clásico de procesamiento que se utiliza en sensores ópticos.

Otro factor a tener en cuenta es la geometría de las imágenes SAR que produce problemas para el despliegue y análisis de los datos adquiridos por este sistema.

En las siguientes secciones se tratarán los elementos básicos del SAR, su geometría y los distintos formatos de las imágenes generadas por este sistema [38] y [18].

2.1 Elementos del SAR

Las técnicas de teledetección por radar pueden proporcionar información acerca de la superficie de la Tierra en relación a: rugosidad de la misma, topografía, condiciones de humedad, vegetación, etc.

Los sistemas de Radar (*RADio Detection And Ranging*) son capaces de producir imágenes de la Tierra de alta resolución. Éstos utilizan es un dispositivo que detecta un objeto e indica su distancia y su posición. En general, la mayoría de los radares aerotransportados que producen imágenes son de vista lateral (SLAR: *Side Looking Airbone Radar*), dentro de éstos se encuentran dos tipos: radar de apertura real (RAR: *Real Aperture Radar*) y radar de apertura sintética (SAR: *Synthetic Aperture Radar*).

El mayor problema de los sensores RAR radica en su baja resolución espacial como consecuencia del escaso diámetro de la antena, donde el tamaño mínimo del objeto identificable en la imagen está en relación directa con la longitud de onda y la altura de observación y es inversamente proporcional al diámetro de la apertura. En una plataforma espacial, sería imposible lograr una buena resolución con este sistema, dado que sería preciso contar con antenas de enormes proporciones.

Se ha desarrollado una técnica muy avanzada que permite simular una antena mediante la sucesión de señales recibidas por una antena real situada a bordo de una aeronave. Esta antena se denomina apertura sintética , y se basa en el efecto Doppler que afecta a la observación cuando hay un movimiento relativo entre el objeto y el sensor.

Se requieren dos procesos para producir una imagen SAR: el sensor debe desplazarse a cierta altitud sobre la zona y registrar una sucesión de señales de cada objeto y además debe procesarse la sucesión de señales para formar una imagen reconocible. Debido a la manera en que son generadas las imágenes SAR se producen problemas para la visualización y el análisis de los datos adquiridos por este sistema. Por tratarse de un haz emitido artificial-

mente, pueden controlarse las condiciones de adquisición: ángulo, distancia, orientación, polarización, etc.

El radar, ya sea transportado en plataforma aérea o espacial, observa la superficie de la Tierra lateralmente. Este hecho, junto a las variaciones en los ángulos de emisión e incidencia de la radiación lleva a deformaciones geométricas en las imágenes de radar. Por otro lado, la señal de retorno depende del coeficiente de retrodispersión del objeto y además de la distancia de éste a la antena, lo que agregará, a lo anteriormente mencionado, más complejidad aún para la interpretación de estas imágenes.

Cuando el radar ilumina la superficie terrestre, la mayor parte de este haz emitido se dispersa cuando entra en contacto con ella. Según la naturaleza del objeto sensado, este haz se dispersará hacia la atmósfera, por ejemplo en el caso de suelo, se dispersará dentro del mismo objeto, por ejemplo si estamos en presencia de vegetación, o se reflejará especularmente, por ejemplo si se trata del agua. Para cada uno de estos casos el radar registrará una señal de retorno diferente. Es decir, la rugosidad y la geometría del terreno son factores que influyen directamente en la señal de retorno detectada por el sensor.

A continuación daremos la ecuación del radar [38] que es la relación fundamental entre las características del radar, el blanco y la señal recibida.

$$P_r = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$

donde P_r : es la potencia retrodispersada, P_t : es la potencia emitida por el radar, G : es la ganancia de la antena, λ : es la longitud de onda, R : es la distancia entre el sensor y el terreno y σ : es la sección eficaz de retrodispersión.

Un factor muy importante de esta ecuación es el coeficiente de retrodispersión σ , ya que depende de la rugosidad del material y sus condiciones dieléctricas, las cuales inciden en la intensidad de la señal de retorno (mayor rugosidad implica mayor intensidad de retorno). Por otra parte, la geometría del terreno, pendientes y orientaciones del ángulo de incidencia ejercen un efecto muy importante sobre σ (a mayor ángulo, menor pulso de retorno [38], [30] y [7]).

Otro factor importante a tener en cuenta es la polarización, es decir la orientación del campo eléctrico de la radiación transmitida y recibida. Por último teniendo en cuenta las frecuencias utilizadas en radar, al igual que en el espectro óptico, se pueden distinguir diferentes bandas. En la Tabla (2.1) se muestra las bandas de frecuencia de radar.

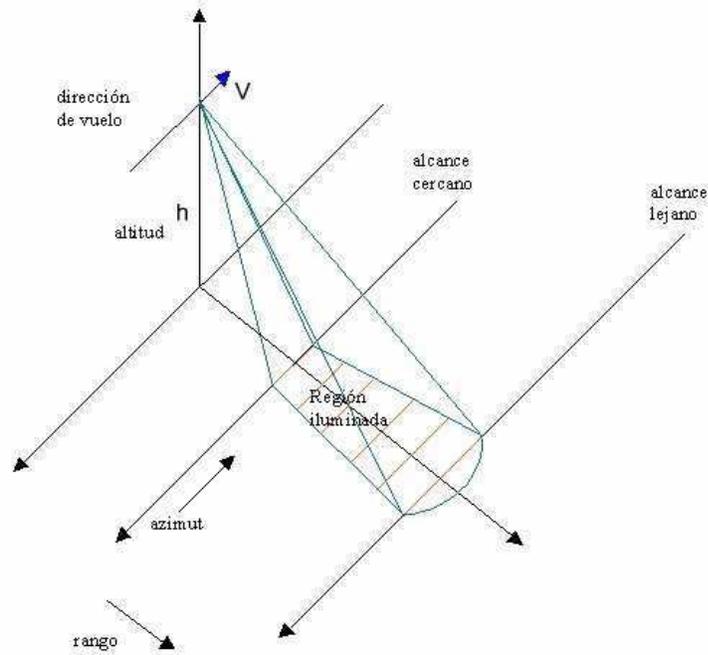
2.2 Geometría del SAR

La teoría básica de la geometría de SAR, más específicamente de un SLAR, se muestra en las Figuras (2.2(a)) y (2.2(b)). Damos a continuación las definiciones de sus elementos más importantes.

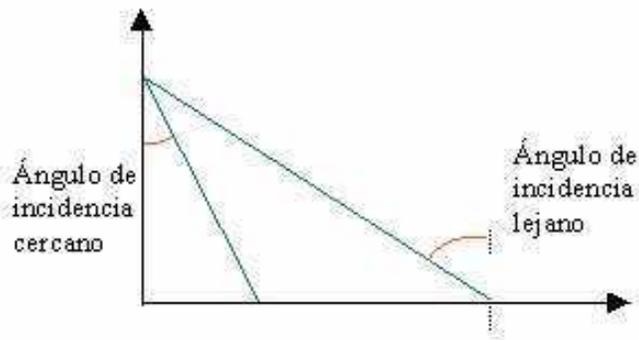
1. Visión Lateral

Una plataforma desplazándose con velocidad V y altura h lleva una antena de radar de observación lateral que ilumina la superficie de la Tierra con pulsos de radiación electromagnética.

La zona rayada en la Figura (2.2(a)) es la iluminada por la antena y la zona barrida por el radar al desplazarse es la franja cuyo ancho va



(a) Vista general



(b) Corte transversal

Figura 2.2: Geometría de formación de imágenes de radar.

desde el alcance cercano hasta el alcance lejano. El radar emite una sucesión de pulsos de radiación electromagnética y al captar la energía reflejada por la tierra obtiene una sucesión de ecos (retornos) con los que se generará la imagen.

Por qué es necesaria la visión lateral?

Los retornos provenientes de los distintos puntos en el terreno en el caso de visión vertical, arribarán al mismo tiempo, en cambio, en la visión lateral lo harán a distintos tiempos. Este hecho permite distinguirlos entre sí y calcular su distancia al radar en la dirección perpendicular a la dirección de vuelo (rango).

2. Resolución en la dirección del Rango

La dirección del rango es la perpendicular a la dirección de vuelo.

El rango de un punto sobre la tierra puede ser medido como la distancia del mismo a la trayectoria de vuelo (Rango Oblicuo: *Slant Range*) o como la proyección de esta distancia sobre la tierra (Rango de Tierra: *Ground Range*), como ilustra la Figura (2.2(b)).

Si el radar emite pulsos de duración τ , la resolución del mismo Δr_{\min} queda determinada por la fórmula:

$$\Delta r_{\min} = \frac{c\tau}{2}$$

donde c es la velocidad de la luz. Esta es la fórmula de la resolución en el rango oblicuo. La resolución en el rango de tierra es:

$$\frac{\Delta r_{\min}}{\text{sen}\theta} = \frac{c\tau}{2\text{sen}\theta}$$

donde θ es el ángulo de incidencia lejano.

3. Resolución en la dirección Azimutal.

El Radar de Apertura Sintética posee la ventaja de que la resolución azimutal es independiente de la distancia, y puede ser tan pequeña como:

$$\frac{L}{2}$$

donde L es la longitud de la antena.

Este hecho resulta paradójico a primera vista, ya que mejoramos la resolución reduciendo el largo de la antena y, por lo tanto, ensanchando el haz de radiación de la misma.

Esto ocurre porque, en el procesamiento que se le realiza a los pulsos captados por el radar, la posición de un punto sobre la tierra se determina en base a la historia de fase del mismo.

La historia de fase permite una mejor ubicación de la posición azimutal de un punto cuanto mayor sea su duración. Y esta duración es directamente proporcional al ancho del haz.

Durante el procesamiento de los pulsos captados por el radar, se sintetiza una antena de muy alta resolución. Además, durante este procesamiento, pueden sintetizarse varias pasadas sobre la misma región con un solo juego de datos.

Las imágenes generadas por dichas pasadas corresponden a antenas sintéticas que observan la región desde ángulos ligeramente diferentes entre sí. A cada una de estas imágenes se la denomina un *look*. Al promediarlas entre sí se genera una sola imagen *multilook* la cual es de mas fácil interpretación visual gracias a la reducción del fenómeno de

speckle respecto de una imagen ordinaria (de un solo *look*).

En el RAR la resolución azimutal está limitada por:

$$\frac{h\lambda}{L \cos \theta}$$

donde h es la altura de vuelo, λ la longitud de onda, y θ el ángulo de incidencia.

Vemos que para tener mejor resolución a una longitud de onda λ fija debemos reducir h y aumentar L (es decir, vuelo bajo y antena grande). Ejemplificando, si $\lambda = 5,6\text{cm}$, $h = 800\text{km}$ y $\theta = 23^\circ$, para obtener una resolución mínima de 5 mts., en el caso del SAR es necesaria una antena de 10 mts. de longitud, y en el caso del RAR es necesaria una antena de 9.8 km de longitud.

4. Ángulo de incidencia

Es el ángulo con el que incide la radiación sobre la tierra. En la geometría de formación de imágenes de radar tiene una gran influencia el relieve dado que modifica el ángulo local de incidencia.

Dependiendo de la altura del radar sobre la superficie de la tierra, el ángulo de incidencia variará desde el alcance cercano al alcance lejano, lo que a su vez influye en la geometría de la observación. Una imagen de radar por satélite proporcionará un ángulo de incidencia más uniforme a lo largo del barrido que un radar transportado en un avión.

Las sombras en las imágenes de radar indican las zonas de la superficie del terreno no iluminadas por el radar. Puesto que no se recibe ninguna señal de retorno, las sombras aparecen en tonos muy oscuros en la imagen. Las sombras siguen el sentido del alcance inclinado, por detrás

de los objetos que son verticales o que tienen laderas pronunciadas y son un buen indicador de la dirección de iluminación del radar.

Debido a que el ángulo de incidencia aumenta desde el alcance cercano al lejano, la iluminación del terreno resulta más oblicua. Por lo tanto, el sombreado se hace más pronunciado hacia el alcance lejano. Información sobre la altura del objeto sensado se puede obtener a partir de las sombras.

2.3 Parámetros del Sistema

La frecuencia de la onda electromagnética emitida por la antena del radar se denomina frecuencia de emisión. En la Tabla (2.1) puede verse la lista de rangos de frecuencia.

Polarización

La radiación emitida por el radar es polarizada, esto significa que el vector campo eléctrico tiene una dirección determinada, que puede ser vertical, horizontal (respecto del plano de la tierra) o tener ambas componentes. Al ser reflejada, la radiación experimenta, en general, una rotación del vector campo eléctrico. Entonces se debe decidir si se capta la componente horizontal del mismo, la vertical o ambas. Por lo tanto existen 4 posibilidades: HH, HV, VH y VV, donde la primera letra se refiere a la señal emitida y la segunda a la recibida.

Velocidad y pulsos/segundo

banda	límites (GHz)		límites (cm)	
P	-	0.39	30.00	100.00
L	0.39	1.55	15.00	30.00
S	1.55	3.90	7.50	15.00
C	3.90	5.75	3.75	7.50
X	5.75	10.9	2.40	3.75
Ku	10.90	36.0	1.67	2.40
K			1.10	1.67
Ka			0.75	1.10

Tabla 2.1: *Bandas de frecuencia de radar .*

De la velocidad de desplazamiento del radar y de la cantidad de pulsos por segundo que éste emita, depende el espaciamiento entre las líneas de la imagen generada.

Swath

Es el ancho de la zona barrida por el radar y corresponde al ancho de las imágenes que genera.

2.4 Coeficiente de Backscatter σ^0

El coeficiente de *backscatter* (coeficiente de retrodispersión) o también llamado *Radar Cross Section*, está definido como la razón entre la energía recibiría el sensor si la misma hubiera sido totalmente dispersada en forma isotrópica y la energía recibida por el sensor. Llamemos a la primera E_1 y a

la segunda E_2 , entonces:

$$\sigma = \frac{E_1}{E_2}$$

Usualmente se expresa el cociente anterior en decibeles, por lo que finalmente queda:

$$\sigma^0 = 10 \log \frac{E_1}{E_2}$$

2.4.1 Influencia de la Constante Dieléctrica

La constante dieléctrica de los materiales es una cantidad compleja

$$\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$$

donde la componente imaginaria ϵ'' es la responsable de la absorción de energía.

Para una onda electromagnética propagándose en un medio homogéneo, el vector campo eléctrico E en función de la distancia recorrida x está dado por la siguiente fórmula:

$$E = E_0 e^{i\sqrt{\epsilon}kx}$$

donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Si $\epsilon'' \ll \epsilon'$ podemos escribir

$$\sqrt{\epsilon} = \sqrt{\epsilon'} + \frac{i\epsilon''}{2\sqrt{\epsilon'}}$$

obteniendo

$$E = E_0 e^{-\alpha_a x} e^{i\sqrt{\epsilon'}kx}$$

donde

$$\alpha_a = \frac{\pi\epsilon''}{\lambda\sqrt{\epsilon'}}$$

y la potencia de la onda es:

$$P(x) = P(0)e^{-2\alpha_a x}$$

Se define la profundidad de penetración L_p como la longitud que debe recorrer la onda para que su potencia decaiga a $P(0)e^{-1}$, o sea:

$$L_p = \frac{1}{2\alpha_a} = \frac{\lambda\sqrt{\epsilon'}}{2\pi\epsilon''} \quad (2.1)$$

Se define la tangente de pérdidas δ como $\frac{\epsilon''}{\epsilon'}$, reemplazando este valor en la ecuación (2.1) obtenemos

$$L_p = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\epsilon'} \tan \delta} \quad (2.2)$$

De la ecuación (2.2) se desprende un hecho importante: la penetración aumenta con la longitud de onda. Por otro lado, la tangente de pérdidas δ aumenta con la humedad, por lo tanto la penetración disminuye con la humedad

2.4.2 Influencia de la Polarización

El σ^0 depende de la polarización de la onda incidente y de la componente de polarización detectada por el sensor. Una superficie queda caracterizada (para una frecuencia y un ángulo de incidencia dados) por una matriz de cuatro coeficientes de backscatter:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{HH} & \sigma_{HV} \\ \sigma_{VH} & \sigma_{VV} \end{bmatrix}$$

donde los coeficientes σ_{ID} (con $I, D = H$ o V) corresponden al caso en que la onda incidente posee una polarización I y la onda dispersada una polarización D .

Entonces, una misma zona puede dar cuatro imágenes distintas, correspondientes a los modos *HH*, *HV*, *VH* y *VV* (ver sección 2.5).

Una cubierta vegetal con elementos verticales interactuará fuertemente con un campo incidente con polarización vertical, mientras que lo hará débilmente con un campo de polarización horizontal. Por lo tanto, la penetración será mayor en el segundo caso que en el primero.

2.4.3 Influencia del Ángulo de Incidencia

El σ^0 depende del ángulo de incidencia. En las imágenes de radar, el relieve tiene gran influencia y modifica el ángulo de incidencia y transforma la superficie real en superficie proyectada sobre la imagen. Cuando el ángulo es mayor que la pendiente, la imagen muestra las distancias reales como acortadas. Y es por esto que las vertientes orientadas hacia la antena aparecen como inclinadas hacia la dirección de la misma. Con ángulos de incidencia pequeños, la distribución de pendientes influye fuertemente, mientras que con ángulos grandes lo que domina es la estructura de pequeña escala. Cada tipo de superficie puede caracterizarse por su respuesta a los distintos ángulos de incidencia (signatura angular).

Speckle

Dentro de cada pixel, existen muchos elementos dispersores, o sea, elementos del terreno sobre los cuales incide la señal. La suma de la respuesta de cada uno de ellos determina el valor de gris del pixel.

Cada una de estas respuestas es una senoidal con amplitud y corrimiento de fase dependientes del elemento retrodispersor y de la distancia del mismo al

radar.

Si variamos la distancia del radar, todos los corrimientos de fase cambiarán y el resultado será distinto.

El voltaje del i -ésimo dispersor se puede expresar como:

$$V_i e^{j(\omega t + \theta_i)} = V_i e^{j\phi_i}$$

donde V_i es su magnitud y $\phi_i = \omega t + \theta_i$ es la fase instantánea. De esta manera se puede escribir el voltaje instantáneo de la colección de N_s dispersores como:

$$V = \sum_{i=1}^{N_s} V_i e^{j\phi_i}$$

y que puede ser expresado en términos de su módulo V_e y de su fase ϕ

$$V = V_e e^{j\phi}$$

Notemos que si N_s es grande y los V_i y los ϕ_i son independientes, con ϕ_i uniformemente distribuidos entre 0 y 2π , entonces V_e posee una distribución de Rayleigh, como se verá en la siguiente sección. Consideramos

$$\begin{aligned} V_x &= V_e \cos \phi = \sum_{i=1}^{N_s} V_i \cos \phi_i \\ V_y &= V_e \sin \phi = \sum_{i=1}^{N_s} V_i \sin \phi_i \end{aligned}$$

La Figura (2.3) ilustra la suma de los fasores elementales. [38]

La magnitud del campo eléctrico total recibido por la antena es representado por la variable aleatoria E_e y es convertida por el detector en tensión. Hay dos tipos de detectores: el lineal y el cuadrático que serán tratados a continuación.

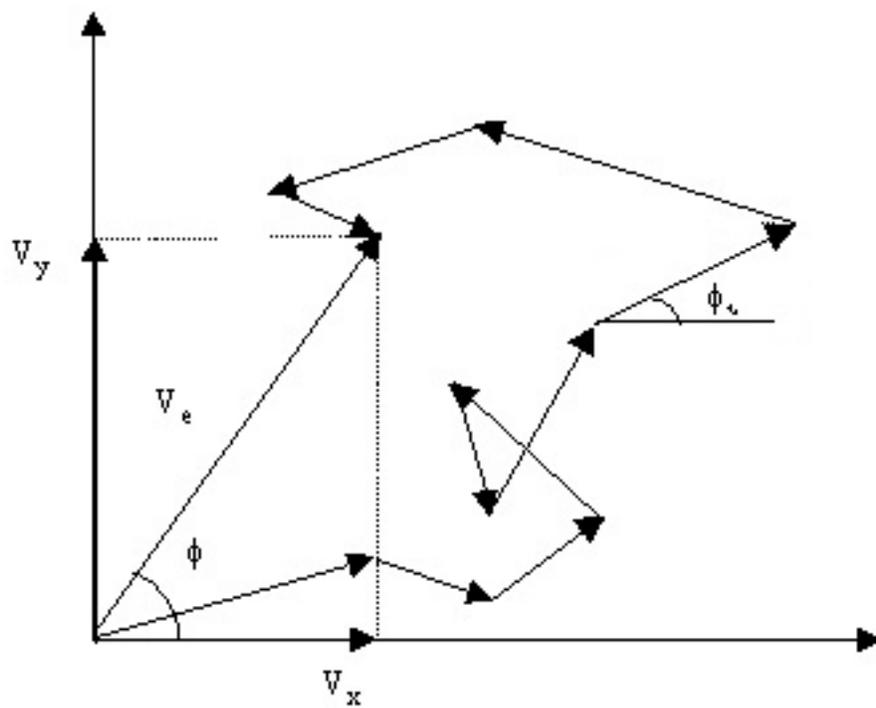


Figura 2.3: *Suma de N_s de fasores elementales de módulo y fase aleatorias. (pág. 477, Ulaby et al. 1982).*

2.4.4 Detector Lineal

La señal recibida por el radar sufre una transformación lineal y su salida es la magnitud V_e la cual es proporcional al campo eléctrico de entrada E_e , es decir $V_e = kE_e$, con k constante del sistema. Como dijimos en la sección anterior, cuando N_s es grande y los V_i y los ϕ_i son independientes, con ϕ_i uniformemente distribuidos entre 0 y 2π , podemos afirmar que V_e posee una distribución de Rayleigh, cuya función de densidad es:

$$f_{V_e}(V_e) = \frac{V_e}{s^2} e^{-\frac{V_e^2}{2s^2}}, \quad V_e \in \mathbb{R}_+$$

donde s es el parámetro estadístico de la distribución y $V_e \geq 0$. Además, la fase ϕ posee una distribución uniforme en $[0, 2\pi]$ dada por:

$$f_{\phi}(\phi) = \frac{1}{2\pi}, \quad \phi \in [0, 2\pi]$$

La media de V_e puede ser considerada como la señal que se quiere detectar (escena). Sobre esta componente existe una señal fluctuante que puede ser considerada como ruido que la contamina. Se puede demostrar fácilmente que la esperanza de V_e es:

$$E(V_e) = \overline{V_e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}s$$

y que la media de la potencia es:

$$E(V_e^2) = \overline{V_e^2} = 2s^2$$

Tendremos entonces la potencia de la componente ruido que se expresa como la varianza de V_e , la denotaremos $\overline{V_{\text{ruido}}^2}$ y está dada por la siguiente fórmula:

$$\text{Var}(V_e) = \overline{V_{\text{ruido}}^2} = \overline{(V_e - \overline{V_e})^2} = \overline{V_e^2} - (\overline{V_e})^2 =$$

$$= 2s^2 - \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}s \right)^2 = 0,429s^2$$

por lo tanto la relación señal-ruido equivalente será:

$$\text{SNR}_{\text{eq}} = \frac{(\overline{V_e})^2}{V_{\text{ruido}}^2} = \frac{\frac{\pi}{2}s^2}{0,429s^2} = 3,66$$

lo que equivale a 5.6 dB, donde este valor de SNR_{eq} es inherente a la distribución *Rayleigh*. Notar que esta relación sólo tiene en cuenta la degradación debida al speckle.

2.4.5 Detector Cuadrático

Si el detector utilizado es cuadrático en vez de lineal, como en el caso anterior, la respuesta del detector es la potencia de la tensión V_e^2 y por lo tanto, la distribución de la tensión (que es *Rayleigh*) es convertida en una distribución de potencia resultando una Exponencial. Como V_e^2 es proporcional a la potencia recibida podemos escribir:

$$P = V_e^2$$

Puede deducirse que la distribución de P tiene la siguiente función de densidad:

$$f(P) = \frac{1}{2s^2} e^{-\frac{P}{2s^2}}, P \geq 0 \quad (2.3)$$

que es una distribución Exponencial cuya esperanza es:

$$E(P) = \bar{P} = 2s^2 \quad (2.4)$$

donde $E(P)$ es la potencia media de la señal real (escena). Utilizando las ecuaciones (2.3) y (2.4) se obtiene:

$$f(P) = \frac{1}{\bar{P}} e^{-\frac{P}{\bar{P}}}, P \geq 0$$

de donde se obtiene el valor cuadrático de la potencia de la señal observada (pixel)

$$E(P^2) = \overline{P^2} = \int_0^{\infty} \frac{P^2}{\bar{P}} e^{-\frac{P}{\bar{P}}} dP = 2\bar{P}^2$$

Luego, análogamente al caso del detector lineal, se obtiene la varianza de la potencia de la señal observada:

$$E((P - \bar{P})^2) = \overline{(P - \bar{P})^2} = \overline{P^2} - (\bar{P})^2 = 2\bar{P}^2 - \bar{P}^2 = \bar{P}^2$$

y la desviación standard será:

$$\sigma_P = \sqrt{\text{Var}(P)} = \bar{P}$$

por lo tanto, la desviación standard es igual al valor medio.

Podemos concluir que:

- ambas distribuciones, Rayleigh y Exponencial, poseen un sólo parámetro.
- la desviación standard y el valor medio están relacionados y esta relación es lineal.

- si se considera una muestra aislada de una variable con distribución Rayleigh o con distribución Exponencial tiene poca probabilidad de que ésta esté cerca del valor medio.
- en el caso Exponencial, el valor que se halla a una desviación standard por debajo del valor medio es el origen de coordenadas, mas allá del cual la función vale cero. Se ve que la idea de que un porcentaje de los casos cae dentro de $\pm n$ desviaciones a partir del valor medio carece de sentido.
- \bar{V}_e y σ_{V_e} para la detección lineal y \bar{P} y σ_P para la detección cuadrática se deben obtener sobre áreas estadísticamente homogéneas de la imagen, es decir, áreas en las que el *backscatter* considerado es prácticamente constante.

2.4.6 Disminución del Speckle Utilizando Varios Looks

Durante el procesamiento de los datos recogidos por el radar, pueden obtenerse varias imágenes de una misma región, cada una de ellas representa un *look*.

Estos looks son promediados, es decir, se genera una imagen Y tal que el valor de cada uno de sus pixels se obtiene de la siguiente forma:

$$y_{i,j} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_{i,j}^k \quad (2.5)$$

donde N es la cantidad de imágenes (*looks*) a promediar, $y_{i,j}$ es el valor observado en el pixel i,j de la imagen resultante y $x_{i,j}^k$ es el módulo de los datos recogidos por el radar, que corresponden al pixel i,j del k -ésimo look. Hay que recordar que para cada *look* individual, los pixels son cantidades complejas. En la imagen Y resultante, se pierde la información de fase y su distribución ya no será Rayleigh o Exponencial sino que se aproximará a una distribución Gaussiana a medida que aumenta N .

Para dicha variable Y , la desviación standard será pequeña comparada con el valor medio, lo que remedia parcialmente los problemas inherentes al fenómeno de speckle.

Esta mejora tiene un costo: la resolución espacial disminuye.

Debido a la forma en la que son generados los diferentes looks, los $x_{i,j}^k$ para un mismo pixel i,j y diferentes looks (diferente k) resultan variables aleatorias estadísticamente independientes.

Si llamamos V_e^k al valor $x_{i,j}^k$ de un pixel i,j genérico, la ecuación (2.5) puede reescribirse como:

$$V_{e_N} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V_e^k$$

Hemos visto que:

$$\overline{V_e} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} s \quad (2.6)$$

por otro lado, la varianza de N muestras estadísticamente independientes e idénticamente distribuídas es igual a la varianza de cada una de ellas dividida por N .

$$\text{Var}(V_{e_N}) = \overline{V_{\text{ruido}_N}^2} = \frac{\overline{V_{\text{ruido}}^2}}{N} = \frac{0,429s^2}{N} \quad (2.7)$$

entonces, de las ecuaciones (2.6) y (2.7) se obtiene:

$$\overline{V_{\text{ruido}_N}^2} = \frac{2V_e^2 0,429}{\pi N}$$

y la desviación standard será:

$$\sigma_{V_{e_N}} = \sqrt{\overline{V_{\text{ruido}_N}^2}} = \frac{0,523V_e}{\sqrt{N}}$$

En síntesis, al generar una imagen multilook se reduce el fenómeno de *speckle* pero se reduce también la resolución espacial y se pierde información de fase.

Una herramienta estadística a tener en cuenta para caracterizar la relación señal ruido es el coeficiente de variación definido como la razón entre la desviación estándar y la media, $C_V = \frac{\sigma}{\mu}$. Si se considera a C_V en función del número de looks, cuando éste aumenta el valor del C_V disminuye, lo que implica que disminuye el ruido. Dado que para 1 look vale:

$$C_V = \sqrt{\frac{4 - \pi}{\pi}} = 0,5227$$

(en el caso de formato amplitud) entonces para N looks será:

$$C_{V_N} = \frac{C_V}{\sqrt{N}}$$

Entonces para la detección lineal se puede estimar el número de *looks* como el número equivalente de *looks* (*NEL*):

$$NEL = \frac{4 - \pi}{\pi} \left(\frac{1}{C_V} \right)^2$$

y para la detección cuadrática será:

$$\text{NEL} = \left(\frac{1}{C_V} \right)^2$$

2.5 Formatos de imágenes SAR

En esta sección serán descritos brevemente los formatos posibles para imágenes SAR, y será justificada la opción por el formato de amplitud multilook.

Como ya dijimos, las imágenes SAR se forman a partir de señales electromagnéticas inherentemente bidimensionales, y para cada configuración de emisión (horizontal o vertical) esas señales pueden captarse en polarización horizontal o vertical. La imagen polarimétrica σ está formada por una matriz de tamaño 2×2 tal como la que se muestra a continuación

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{\text{HH}} & \sigma_{\text{HV}} \\ \sigma_{\text{VH}} & \sigma_{\text{VV}} \end{pmatrix},$$

donde $\sigma_{i,j}$ denota la imagen compleja en la frecuencia considerada que fue enviada en la polarización $i \in \{\text{H}, \text{V}\}$ y recibida en la polarización $j \in \{\text{H}, \text{V}\}$.

Tal como se ha visto en [30], para la gran mayoría de los blancos (para todos los blancos naturales, en particular) las señales σ_{HV} y σ_{VH} son idénticas a menos del ruido térmico y, por ende, una de ellas puede desprejarse sin que haya pérdida de información. Siendo así, se puede trabajar con la matriz

reducida

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

donde σ_i , $i \in \{1, 2, 3\}$ denota HH, HV y VV en cualquier orden conveniente, y recordando que cada una de estas componentes es un vector complejo. Las propiedades estadísticas del vector \mathbf{Z} , para áreas con poca rugosidad relativa a los parámetros del sensor, fueron caracterizadas por Goodman (ver [16]) y llamadas “distribución normal compleja”.

Este formato presenta varios inconvenientes para su uso directo en las aplicaciones, siendo los más notables su nivel de ruido y el hecho de que diferentes tipos de blancos se diferencian por la varianza (conviene recordar que el sistema visual humano es menos sensible a variaciones de la dispersión —varianza— que a variaciones del brillo —media).

Una de las técnicas más empleadas para mitigar el ruido, que dificulta tanto la interpretación visual como la automática de las imágenes, es el procesamiento multilook que consiste en la reducción de la varianza del mismo a través del promedio de muestras. Estas muestras pueden obtenerse de varias maneras pero, para fines de visualización, basta imaginar que el sensor captura varias imágenes de la misma escena a intervalos infinitesimalmente pequeños de tiempo (lo suficientemente pequeños para que la señal verdadera no cambie) y que se realiza el promedio de las mismas. En la práctica, se define la matriz de covarianza

$$\mathbf{Z}^{(n)} = \frac{1}{n} \sum_{\ell=1}^n \mathbf{Z}(\ell) \mathbf{Z}^{*\Gamma}(\ell),$$

donde cada una de las \mathbf{n} observaciones (*looks*) se denota $\mathbf{Z}(\ell)$, \mathbf{Z}^* denota el complejo conjugado de \mathbf{Z} y \mathbf{Z}^\top denota la transpuesta de \mathbf{Z} .

Bajo la hipótesis de que \mathbf{Z} obedece la distribución normal compleja vale que $\mathbf{A} = \mathbf{n}\mathbf{Z}^{(\mathbf{n})}$ obedece la distribución de Wishart, de uso bastante común en análisis multivariado. Una forma bastante frecuente de organización de la matriz \mathbf{A} se muestra a seguir

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \|\sigma_{\text{HH}}(\ell)\|^2 & \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \sigma_{\text{HH}}(\ell)\sigma_{\text{HV}}(\ell) & \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \sigma_{\text{HH}}(\ell)\sigma_{\text{VW}}(\ell) \\ \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \sigma_{\text{HH}}(\ell)\sigma_{\text{HV}}(\ell) & \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \|\sigma_{\text{HV}}(\ell)\|^2 & \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \sigma_{\text{HV}}(\ell)\sigma_{\text{VW}}(\ell) \\ \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \sigma_{\text{HH}}(\ell)\sigma_{\text{VW}}(\ell) & \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \sigma_{\text{HV}}(\ell)\sigma_{\text{VW}}(\ell) & \sum_{\ell=1}^{\mathbf{n}} \|\sigma_{\text{VW}}(\ell)\|^2 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

A los datos presentados en la forma de la matriz \mathbf{A} fórmula (2.9), se los llama “polarimétricos”, y es conveniente recordar que para cada coordenada de la imagen habrá tantas matrices polarimétricas como frecuencias de trabajo disponga el sensor. Evidentemente hay redundancia en esta matriz, por lo que pueden descartarse los tres elementos que están arriba de la diagonal principal.

Aunque una imagen en formato polarimétrico retiene toda la información captada por el sensor, a la vez que presenta reducción de ruido si $\mathbf{n} > 1$, el volumen de datos puede ser prohibitivo. En algunas aplicaciones no son raras imágenes de 40000×10000 pixels, y si para cada pixel deben almacenarse seis valores reales que, en la mejor de las hipótesis, requieren cuatro bytes cada uno (en algunas situaciones llegan a almacenarse en variables de doble precisión, ocupando ocho bytes). Para esta situación serían necesarios $40000 \times$

$10000 \times 6 \times 4 = 9,6 \cdot 10^9$ bytes para una única frecuencia, siendo que la tendencia actual es trabajar con varias frecuencias simultáneamente.

Muchas veces, por limitaciones de capacidad de almacenamiento, por la alta redundancia de la información presente en las componentes de la matriz (2.9) o por limitaciones de generación y procesamiento de imágenes, es necesario descartar parte de estos datos. Cuando ésto ocurre, los candidatos a sobrevivir son los elementos de la diagonal principal y, en más de una situación, el usuario deberá conformarse con una única de estas componentes para trabajar.

Supongamos el caso de un usuario que trabajará con, digamos, la componente $\sum_{\ell=1}^n \|\sigma_{\text{HH}}(\ell)\|^2(\mathbf{u})$, donde $\mathbf{u} = (x, y)$ denota la coordenada de la imagen y que los datos le llegan en formato entero. Este formato se utiliza porque ocupa la mitad de espacio que el formato de punto flotante, ésto es, el valor observado en cada pixel estará almacenado en una variable que ocupa dos bytes y, así siendo, puede trabajarse con $2^{16} = 65536$ valores diferentes. El ojo humano apenas puede distinguir algunas decenas de tonos de gris diferentes, por lo que muchas veces es deseable reducir aún más el tamaño de la imagen con la que se trabaja. Podría pasarse directamente, por cuantización, de dos a un byte pero se perdería mucha información. Es más conveniente reducir el rango dinámico de los datos antes de hacer esta operación, y la forma más frecuente de realizarlo es aplicando la raíz cuadrada antes de la cuantización.

A los datos así procesados se los llama “en amplitud”, ocupan un único byte por pixel y se los visualiza como 256 valores de gris diferentes,

yendo de 0 (usualmente mostrado como negro) a 255 (usualmente mostrado como blanco). De esta forma, la imagen que antes ocupaba $9,6 \cdot 10^9$ bytes requerirá, en este formato, $40000 \times 10000 = 400 \cdot 10^6$ bytes, ésto es, una reducción de casi veinticinco veces. También hay imágenes que ocupan dos bytes, por ejemplo las provenientes de los satélites Radarsat(ver <http://www.asc-csa.gc.ca/eng/satellites/radarsat1/>), ESAR(ver http://www.dlr.de/hr/en/desktopdefault.aspx/tabid-2326/3776_read-5679/), entre otros.

El formato de imágenes en amplitud multilook es el más divulgado en la comunidad de usuarios de percepción remota siendo los otros (polarimétrico e intensidad) más específicos, de difícil acceso y de mucho mayor costo, por lo que quedan restringidos a aplicaciones muy particulares y/o a laboratorios de investigación especializados.

Es conveniente notar que, aunque parezca un contrasentido, no es posible pasar del formato de amplitud al formato de intensidad, puesto que la cuantización es una operación no inversible. Ésta es la razón por la cual esta tesis se concentra en el uso de modelos para datos de amplitud, sin recurrir al artificio de transformarlos al dominio de la intensidad, con lo que algunos procedimientos serían simplificados pero con lo que se incurriría, en la práctica, en la desvirtuación de las características intrínsecas de los datos.

Se muestra en la Figura (2.4) una imagen SAR con los tres formatos: complejo (parte real e imaginaria), amplitud e intensidad.

Lo que se ha visto en este capítulo nos lleva a resaltar la importancia de caracterizar los datos SAR estadísticamente, y que los modelos aquí utiliza-

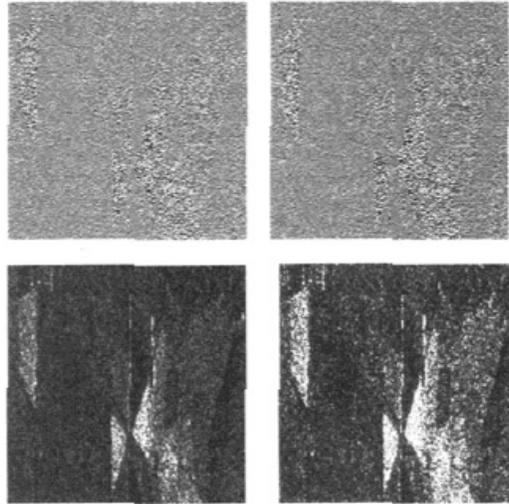


Figura 2.4: *Tres formatos para una misma escena: compleja (real e imaginaria, arriba), amplitud (abajo izquierda) e intensidad (abajo derecha).* ([30], pág. 86)

dos no son los que modelan datos de imágenes generadas a partir de sensores ópticos. Recordemos que en estos últimos los modelos que se utilizan son Gaussianos y con ruido aditivo que resultan más tratables desde el punto de vista teórico y computacional. Los modelos de SAR dependerán del *backscatter* y por lo tanto de la rugosidad y la textura de las imágenes generadas, siendo el ruido *speckle* multiplicativo, no gaussiano dependiendo de la detección utilizada y del número de looks con que fue generada la imagen.

2.6 Distribución \mathcal{G}^0

Esta sección está dedicada a introducir los modelos más usados para describir el Modelo Multiplicativo que se usa en las imágenes de Radar de

Apertura Sintética (SAR). El modelo multiplicativo considera a la imagen retornada por el SAR, a la que denominaremos Z , como una realización del campo aleatorio Z resultante del producto punto a punto de un campo de aleatorio correspondiente al backscatter X por un campo aleatorio correspondiente al speckle Y , o sea

$$Z = XY \quad (2.10)$$

Se supone la independencia de las variables aleatorias correspondientes a cada uno de los pixels de la imagen y también la independencia de los campos aleatorios X e Y . La fórmula 2.10 se puede escribir para cada pixel (i, j) , en imágenes de tamaño $M \times N$, como:

$$Z_{i,j} = X_{i,j}Y_{i,j}, \quad 0 \leq i \leq M - 1, 0 \leq j \leq N - 1$$

El formato de la imagen SAR (complejo, amplitud o intensidad) determina la distribución de las variables aleatorias $Y_{i,j}$ mientras que el número de looks determina el valor de su parámetro estadístico. Por otro lado, la heterogeneidad de la zona correspondiente a cada pixel (i, j) determina la distribución más apropiada para cada $X_{i,j}$

2.6.1 Distribución para el Speckle

El ruido speckle proviene de la adición coherente de los retornos individuales producidos por los elementos presentes en cada celda de resolución. Así por ejemplo, en una imagen capturada por el sensor de una escena de un terreno que está cubierto por vegetación, los pixels correspondientes a los retornos de cada uno de los elementos de las plantas y del suelo presentes

en el mismo se suman con su correspondiente fase (adición incoherente) y el valor de gris del pixel es el módulo del número complejo resultante. La distribución para la componente de speckle asociada a cada pixel es la $\Gamma(\mathbf{n}, 2\mathbf{n})$, donde \mathbf{n} es la cantidad de looks, o número equivalente de looks. Por lo tanto su densidad será:

$$f_Y(\mathbf{y}) = \frac{\mathbf{n}^{\mathbf{n}}}{\Gamma(\mathbf{n})} \mathbf{y}^{\mathbf{n}-1} e^{-\mathbf{n}\mathbf{y}}, \quad \mathbf{y} \geq 0. \quad (2.11)$$

donde se han omitido los índices de la variable aleatoria porque esta distribución es válida para todas las coordenadas, ya que la cantidad de looks es la misma para toda la imagen. Para el modelado de imágenes SAR el mínimo valor para \mathbf{n} es 1. Este valor corresponde a las imágenes generadas sin realizar el promedio de varios looks. Las imágenes así generadas son más ruidosas pero poseen mejor resolución azimutal y con ello, potencialmente, más información. Este parámetro \mathbf{n} puede suponerse conocido, o bien puede ser estimado en una etapa inicial del análisis de la imagen. Por esta razón, aunque en teoría debería ser un entero, en la práctica es necesario considerarlo real para el caso en el que sea estimado a partir de los datos. En la Figura (2.5) se muestran las curvas correspondiente a la distribución del speckle para diferentes valores de \mathbf{n} . Los momentos de la distribución del speckle están dados por

$$E[Y^r] = \frac{1}{\mathbf{n}^r} \frac{\Gamma(\mathbf{n} + r)}{\Gamma(\mathbf{n})} \quad (2.12)$$

donde r es el orden del momento y $\mathbf{n} \geq 1$ es el número de looks.

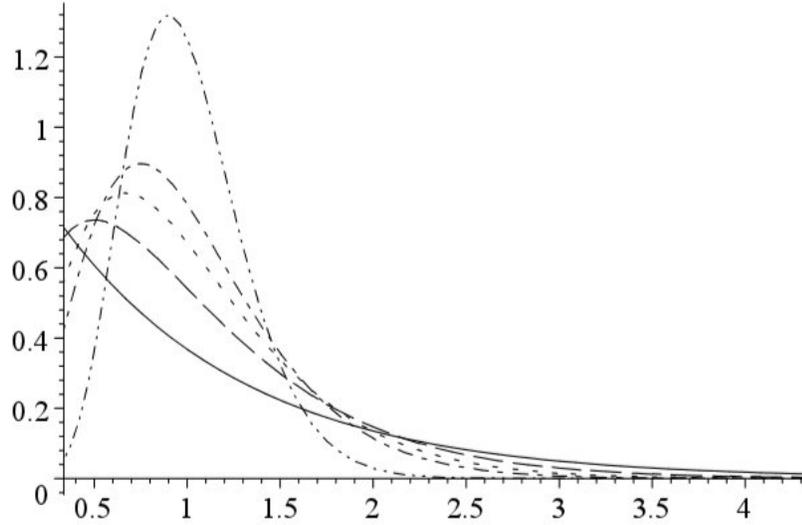


Figura 2.5: *Curvas de la distribución correspondiente al speckle para número de looks igual a: 1(sólida), 2(trazos), 3(puntos), 4(punto-trazo) y 10(punto-punto-trazo).*

2.6.2 Distribución para el Backscatter

Existen diversas alternativas para modelar la retrodispersión, es decir, existen diferentes distribuciones estadísticas para la variable aleatoria. A partir de los resultados presentados en [13] y [28] es posible considerar como modelo general para el backscatter una variable aleatoria con distribución Gaussiana Inversa Generalizada. Esta distribución es lo suficientemente general como para describir una gran cantidad de blancos, pero tiene como desventaja el llevar a distribuciones para el retorno para las cuales la estimación de parámetros es analíticamente compleja y numéricamente inestable. Dentro de

los casos particulares de esta distribución tiene interés particular para este trabajo la distribución Recíproca de Gamma. Esta distribución fue propuesta como un modelo universal para datos SAR, y nos lleva a la distribución \mathcal{G}^0 para el retorno.

La distribución Recíproca de Gamma, llamada Γ^{-1} está caracterizada por la siguiente función de densidad:

$$f_X(x) = \frac{2^\alpha}{\gamma^\alpha \Gamma(-\alpha)} x^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\gamma}{2x}\right), \quad x > 0, \quad -\alpha > 0, \quad \gamma > 0, \quad (2.13)$$

y la fórmula de los momentos viene dada por

$$\mathbb{E}[X^r] = \left(\frac{\gamma}{2}\right)^r \frac{\Gamma(-\alpha - r)}{\Gamma(-\alpha)}, \quad (2.14)$$

donde $\alpha < 0$ y $|\alpha| > r$. En la Figura (2.6) puede verse la variación de las curvas correspondientes a la función de densidad cuando varía el parámetro y la media es unitaria.

2.6.3 Distribuciones para el retorno

La distribución correspondiente al retorno Z , queda fijada por la distribución del backscatter X y por la distribución del speckle Y . Dado que $Z = XY$, y que éstas variables aleatorias son independientes, puede calcularse como

$$f_Z(z) = \int_{\mathbb{R}_+} f_{Z|Y=y}(z) f_Y(y) dy, \quad (2.15)$$

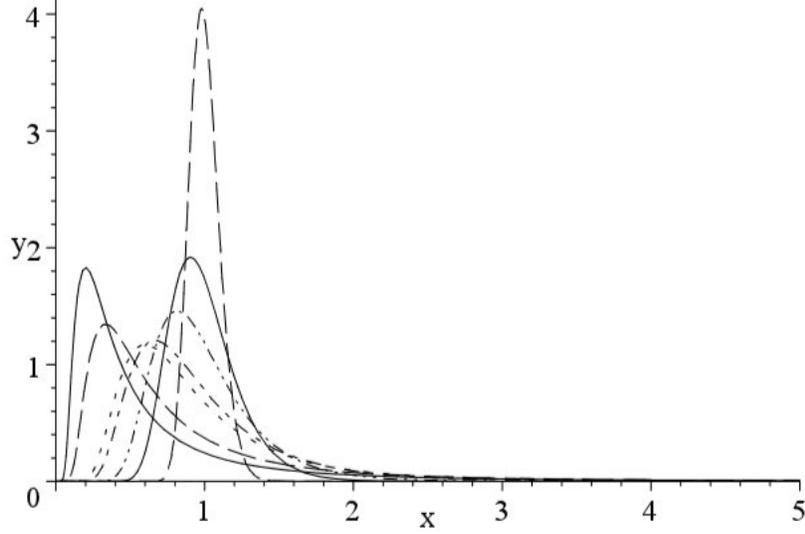


Figura 2.6: *Curvas de la distribución Γ^{-1} para media unitaria y α igual a $-1,5$ (sólida), -2 (trazos), -4 (puntos), -5 (punto-trazo), -10 (punto-punto-trazo), -20 (sólida) y -100 (trazos).*

donde $f_{Z|Y=y}$ es la densidad del retorno Z considerando $Y = y$ constante. Para la variable retorno (en formato intensidad) se tiene que $Z \sim \mathcal{G}^0$ y la función de densidad viene dada por:

$$f_Z(z) = \frac{n^n \Gamma(n - \alpha)}{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^\alpha \Gamma(-\alpha) \Gamma(n)} z^{n-1} \left(\frac{\gamma}{2} + nz\right)^{\alpha-n}, \quad x > 0 \quad (2.16)$$

con $\alpha < 0$, $\gamma > 0$ y $n \geq 1$. Dada la independencia entre el backscatter X y el speckle Y , los momentos del retorno Z se calculan como el producto de los momentos de X e Y , dados por 2.14 y 2.12 respectivamente, resultando

$$\mathbb{E}[Z^r] = \left(\frac{\gamma}{2\mathbf{n}}\right)^r \frac{\Gamma(-\alpha - r) \Gamma(\mathbf{n} + r)}{\Gamma(-\alpha) \Gamma(\mathbf{n})}, \quad (2.17)$$

recordando que estos momentos sólo serán finitos para $-\alpha > r$.

Capítulo 3

Filtros No Lineales

El procesamiento de imágenes con métodos no lineales se ha enfocado sobre el diseño y el análisis de filtros, desde la perspectiva de ser utilizados en restauración o eliminación de ruido. Se define un filtro como un operador matemático $L(\cdot)$ que satisface:

$$\mathbf{y} = L(\mathbf{x}) \tag{3.1}$$

donde cada señal de entrada \mathbf{x} se obtiene una señal de salida \mathbf{y} .

Los filtros no lineales no poseen la propiedad de superposición, o la de proporcionalidad, o ninguna de las dos, y por lo tanto, su salida no puede obtenerse mediante la convolución de la entrada con su respuesta puntual.

La transformación no lineal más simple corresponde a la transformación de x_i en y_i y que llamaremos t , la que transforma un valor de entrada en otro de salida:

$$y_i = t(x_i). \tag{3.2}$$

Entre las clases de filtros no lineales para remoción de ruido, está la clase de los filtros basados en estadísticas de orden, el más simple de estos filtros es el de la mediana. La base teórica de los filtros basados en estadísticas de orden, es la teoría de la estadística robusta. Algunos filtros que pertenecen a esta clase son: el filtro de la mediana, los filtros Stack, los filtros de la mediana híbridos, los filtros de la media α -podada (los α -Trimmed), los filtros L [1] y los filtros morfológicos, basados en características geométricas, que fueron introducidos por Matheron [26] y Serra [34]. Estos filtros son espacialmente invariantes.

3.1 Estimación puntual

Existen principios básicos que relacionan la estimación puntual y el procesamiento no lineal cuya consecuencia inmediata es que muchas estimaciones puntuales pueden considerarse filtros no lineales. Suponiendo una población normalmente distribuida con varianza σ^2 , se desea estimar el parámetro μ de dicha distribución. La estimación puntual, y su relación con el filtrado, en especial con el filtro de la media y de la mediana se constituye en motivo de estudio. Sea una muestra x_1, x_2, \dots, x_N de N variables aleatorias independientes X_1, X_2, \dots, X_N que tienen distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$. Una estimación puntual es obtener una estadística, es decir una función $T(x_1, x_2, \dots, x_N)$ que será una estimación de μ de aquellas variables aleatorias. El valor numérico de $T(\cdot)$ se denomina un estimador de μ , mientras el estadístico T es llamado estimador de μ .

Sea X una variable aleatoria en un espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) . Suponiendo que $F(\cdot)$ una función de distribución de X que depende de ciertos parámetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$. Sea $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ el vector de parámetros asociados con $F(\cdot)$ el conjunto de todos los posibles valores de los parámetros de la función de distribución $F(\cdot)$ se llama *conjunto de parámetros*. El conjunto de parámetros es notado con Θ .

Definición 1. Sean X_1, X_2, \dots, X_N variables aleatorias de $F(\cdot; \theta)$, donde $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}$ (esto es que la longitud del vector de parámetros es uno). Un estadístico $T(x_1, x_2, \dots, x_N)$ se llama *estimador puntual de θ* si $T(\cdot)$ mapea \mathbb{R}^n en Θ .

El objetivo de la estimación puntual es hallar un estimador $T(\cdot)$ que proporcione información óptima acerca de un parámetro desconocido θ de una muestra aleatoria. Para referirnos una muestra ordenada usaremos la siguiente notación $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(N)}$ esto es la estadística de orden de la muestra, en ella $X_{(k+1)}$ es la mediana muestral si $N = 2k + 1$. Si $N = 2k$, la mediana muestral está dada por $(X_{(k)} + X_{(k+)})/2$. Esto impide la convolución de la señal de entrada con la respuesta al impulso. Se han estudiado distintas familias de filtros no lineales, cada una con características que hacen de estos filtros una clase susceptible de ser formulada desde un punto de vista matemático.

3.2 Estimación robusta en filtros no lineales

Muchos filtros no lineales están basados en la estimación robusta de parámetros y en especial en las estadísticas de orden. Uno de los enfoques más importantes del análisis estadístico de los datos es el *análisis paramétrico de los datos*, éste se basa en tener una presunción acerca del modelo de los datos x . Esto es un modelo de distribución de probabilidad de los datos (por ejemplo: gaussiano, uniforme, exponencial). Frecuentemente, tales distribuciones están indexadas por un vector de parámetros θ de tamaño n , tomando valores en el producto cartesiano $\Theta = \theta_1 \times \theta_2 \times \dots \times \theta_n$. En la distribución gaussiana los parámetros son la media μ y la desviación standard σ , es decir que $\theta = [\mu, \sigma]$. La estimación de la media μ corresponde a la estimación *local*, mientras la estimación de la desviación standard σ corresponde a la estimación de *escala*. El objetivo del análisis paramétrico es encontrar un estimador de θ . Si el modelo contiene un solo parámetro el estimador es unidimensional, en otro caso si el modelo tiene un vector de parámetros θ , y ellos son estimados simultáneamente, en ese caso es un estimador multidimensional. La estimación de los parámetros estadísticos para una distribución dada puede verse dificultada por varios factores tales como: la presencia de *outliers*, el hecho que el modelo de distribución propuesto no se ajuste a los datos de la realidad. La existencia de outliers puede ser debida a: distribuciones con colas largas que pueden producir valores alejados de la media, el ruido impulsivo provocado por errores en la adquisición o transmisión, errores en la adaptación del modelo propuesto a la realidad. La presencia de outliers hace que métodos clásicos de estimación como el *Esti-*

mador de Máxima Verosimilitud no sean confiables. Así, estimadores clásicos como la media aritmética \bar{x} y de la desviación standard s obtenidos de datos numéricos que poseen desviaciones pequeñas no resultan eficientes.

Existen dos motivos para desarrollar técnicas de estimación robusta:

1. Rechazo de outliers, para prevenir malas estimaciones.
2. Desarrollo de estimadores muy eficientes ante modelos aproximados.

La *Función de Influencia (IF)* determina el efecto de los outliers en un estimador de un conjunto de datos. Dada una función unidimensional de n observaciones independientes e idénticamente distribuidas(iid), pertenecientes al espacio muestral X , subconjunto de los números reales \mathbf{R} , $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]$. Su distribución empírica(histograma) G_n está dada por [17]:

$$G_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{x_i}$$

donde δ_x es una función delta de Dirac en x . Cuando n tiende a infinito, la distribución G_n tiende a la verdadera distribución G . Un modelo paramétrico de datos consiste en una familia de distribuciones de probabilidad F_θ sobre el espacio muestral X . La función de probabilidad F_θ depende del parámetro desconocido θ cuyo espacio de parámetros es Θ . En el análisis clásico de datos paramétricos, se asume que las observaciones \mathbf{x} poseen una distribución exacta F_θ y que θ está basada en la estimación sobre los datos \mathbf{x} . La estimación robusta, asume que F_θ es una aproximación a la realidad. Así, se encuentra un estimador de θ , $T_n = T_n(x_1, \dots, x_n) = T_n(G_n)$. En adelante, los estimadores T_n que convergen a $T(G)$, se considerará,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} T_n(x_1, \dots, x_n) = T(G)$$

. Los estimadores que pueden ser reemplazados por funcionales asintóticos. $T(G)$ es el valor asintótico de $\{T_n : n \geq 1\}$ de G . Además se asume que los $T(G)$ tienen consistencia de Fisher:

$$T(F_\theta) = \theta, \theta \in \Theta \quad (3.3)$$

Esto significa que el estimador $\{T_n : n \geq 1\}$ mide asintóticamente el valor correcto del parámetro θ . Definimos la función de influencia del estimador T para la función F como:

$$IF(x; T, F) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{T((1-t)F + t\delta_x) - T(F)}{t} \quad (3.4)$$

Esta función muestra el efecto de una contaminación infinitesimal de valor x en el estimador T . Para el caso particular de la función de influencia de la mediana ésta viene dada por:

$$IF(x; T, F) = \frac{1}{2f(F^{-1}(1/2))} \text{signo}(x - F^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)) \quad (3.5)$$

3.3 Filtros basados en la mediana

La manera más simple de implementar el filtro de la mediana es a través de una ventana deslizante de tamaño impar. Así dada una ventana de tamaño $n = 2\nu + 1$, a la que pertenece el conjunto de valores ordenado $X = x_{(1)}, \dots, x_{(2\nu+1)}$, el cálculo de su mediana se nota $\text{med}(X)$ y está dado por:

$$\text{med}(X) = \begin{cases} x_{(\nu+1)} & n = 2\nu + 1 \\ \frac{1}{2}(x_{(\nu)} + x_{(\nu+1)}) & n = 2\nu \end{cases}$$

El filtro de la mediana es un caso especial de los filtros de orden *rankeado* (*ranked order filters*) en los que se extrae el k -ésimo valor de la muestra ordenada o sea

$$\text{rof}_k(x_{(1)}, \dots, x_{(n)}) = x_{(k)}.$$

Otros casos especiales de este tipo de filtros son el que extrae el máximo de la muestra

$$\text{max}(x_{(1)}, \dots, x_{(n)}) = x_{(2v+1)}.$$

y el que extrae el mínimo

$$\text{min}(x_{(1)}, \dots, x_{(n)}) = x_{(1)}.$$

Una extensión de los filtros de orden está dada por los filtros de orden ponderados, que se basan en la introducción de repeticiones para los valores presentes en la ventana. Dado un valor x , la repetición del mismo r veces se nota

$$r \diamond x = \underbrace{x, \dots, x}_{r \text{ veces}}$$

entonces, puede definirse un filtro de la mediana ponderada mediante

$$\text{medpond}(x_1, \dots, x_n) = \text{med}(a_1 \diamond x_1, \dots, a_n \diamond x_n),$$

donde los a_1, \dots, a_n son los valores enteros correspondientes a la cantidad de repeticiones de cada valor. Puede también considerarse el caso de pesos no enteros. Para este caso la definición anterior se transforma en

$$\text{medpond}(x_1, \dots, x_n) = \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n a_i |x_i - \beta|$$

Aquí los valores a_i son reales, y la *medpond* depende de los a_i .

3.3.1 Función de distribución de probabilidad de los filtros de la mediana

Las estadísticas de orden son importantes en el análisis de datos y en especial para el análisis robusto de datos contaminados. Si X_1, \dots, X_n son variables independientes e idénticamente distribuidas, con función de distribución $F(x)$, la función de distribución del r -ésimo valor de la muestra ordenada de tamaño n está dada por

$$F_r(x) = \sum_{i=r}^n \binom{n}{i} F(x)^i (1 - F(x))^{n-i}, \quad (3.6)$$

y la función de densidad está dada por

$$\begin{aligned} f_r(x) &= n \binom{n-1}{r-1} \frac{d}{dx} \int_0^{F(x)} t^{r-1} (1-t)^{n-r} dt \\ &= n \binom{n-1}{r-1} F^{r-1}(x) [1 - F(x)]^{n-r} f(x) \end{aligned} \quad (3.7)$$

El filtro de la mediana de tamaño n corresponde al caso en el que $n = 2v + 1$ y $r = v + 1$, con lo que su función de distribución es

$$F_{v+1}(x) = \sum_{i=v+1}^n \binom{n}{i} F(x)^i (1 - F(x))^{n-i}. \quad (3.8)$$

3.4 Filtros L

Los filtros L, también llamados Filtros de Estadísticas de Orden, están dados por la siguiente fórmula:

$$y_i = \sum_{j=1}^n a_j x_{(j)} \quad (3.9)$$

donde $x_{(j)}, j = 1 \dots n$ son las muestras $x_{i-v}, \dots, x_i, \dots, x_{i+v}$ luego de ser ordenadas, y los $a_j, j = 1 \dots n$ son los coeficientes del filtro. Los filtros basados en el filtro de la mediana, anteriormente descriptos, son casos especiales de este tipo de filtros. Así, el filtro de la mediana se logra haciendo

$$a_i = \begin{cases} 1 & i = v + 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

y el filtro de la media α -recortada se logra haciendo

$$a_i = \begin{cases} 1/n(1 - 2\alpha) & i = \alpha n + 1, \dots, n - \alpha n \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Dentro de la familia de los filtros no lineales basados en *estadísticas de orden*, el más simple es el filtro de la mediana y los filtros basados en ella, también lo son los filtros stack, los filtros de media con sesgo α , entre otros.

Ejemplo 1. *El filtro de la mediana aplicado a señales unidimensionales discretas con valores en el conjunto $\{0, \dots, M\} \in \mathbb{Z}$ es una función que mapea este tipo de señales en señales del mismo tipo.*

Capítulo 4

Filtros Stack

Los filtros stack constituyen una clase de filtros no lineales de ventana deslizante. Estos filtros poseen dos propiedades, una de superposición (la descomposición por umbrales), conocida como *thresholding*, y la otra propiedad, de ordenamiento, denominada *stacking* [41]. Esta sección está dedicada a la caracterización de los filtros Stack. Los filtros stack son una generalización del filtro de la mediana, como modelo de filtro de estadísticas de orden.

4.1 Notaciones y Definiciones

Diremos que una señal es M –valuada si toma valores enteros entre 0 y M .

Definición 1. El operador umbral $T^m : \{0, 1, \dots, M\} \rightarrow \{0, 1\}$ viene dado por

$$T^m(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq m \\ 0 & \text{si } x < m \end{cases}, \quad (4.1)$$

donde m es el umbral y

$$x^{(m)} = T^m(x), \quad (4.2)$$

es el valor binario resultante.

De acuerdo a esta definición, el valor de un entero no negativo $x \in \{0, 1, \dots, M\}$ puede ser reconstruido sumando los valores obtenidos al aplicar umbrales entre 0 y M . La fórmula correspondiente para realizar esta operación es:

$$x = \sum_{m=1}^M x^{(m)}. \quad (4.3)$$

El operador de umbral T^m puede extenderse fácilmente a vectores y señales de manera que, dado el vector $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, su versión umbralada por el valor m será el vector binario $\mathbf{x}^{(m)}$ dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(m)} = T^m(\mathbf{x}) &= (T^m(x_1), \dots, T^m(x_n)) \\ &= (x_1^{(m)}, \dots, x_n^{(m)}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Ejemplo 2. Sea $\mathbf{x} = [2, 1, 4, 5, 3, 2, 4, 3]$, las versiones umbraladas del mismo son

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}^{(5)} &= [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0] \\
\mathbf{x}^{(4)} &= [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0] \\
\mathbf{x}^{(3)} &= [0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1] \\
\mathbf{x}^{(2)} &= [1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1] \\
\mathbf{x}^{(1)} &= [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]
\end{aligned}$$

estos vectores constituyen la **descomposición por umbral** del vector \mathbf{x}

Definición 2. Sean $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ y $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)$ vectores binarios de longitud n , se define la relación \leq dada por

$$\mathbf{x} \leq \mathbf{y} \quad \text{si y sólo si} \quad \forall i, x_i \leq y_i. \quad (4.5)$$

Esta relación es reflexiva, antisimétrica y transitiva, generando un ordenamiento parcial sobre un conjunto de vectores binarios de longitud fija.

Definición 3. Una función Booleana $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$, donde n es la longitud de los vectores de entrada, posee la **propiedad de stacking** cuando se cumple que

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \{0, 1\}^n, \mathbf{x} \leq \mathbf{y} \Rightarrow f(\mathbf{x}) \leq f(\mathbf{y}). \quad (4.6)$$

Definición 4. Diremos que f es una función Booleana positiva si y sólo si puede ser escrita mediante una expresión que contenga solamente variables de entrada no complementadas. O sea,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{i=1}^K \bigwedge_{j \in P_i} x_j, \quad (4.7)$$

donde n es el número de argumentos de la función Booleana f , K es el número de términos de la expresión y los P_i son conjuntos de enteros en el intervalo $[1, \dots, n]$.

En lo que sigue, el producto lógico de dos variables podrá indicarse mediante la yuxtaposición de las mismas. Así, se escribirá x_1x_2 como forma alternativa a $x_1 \wedge x_2$.

Teorema 1. *Una función Booleana es positiva si y sólo si posee la propiedad de stacking.*

Demostración. (\Leftarrow)

Si $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ es una función Booleana positiva, entonces $f(1, x_2, \dots, x_n) \geq f(0, x_2, \dots, x_n)$, dado que $(1, x_2, \dots, x_n) \geq (0, x_2, \dots, x_n)$. De aquí tenemos que

$$f(1, x_2, \dots, x_n) \vee f(0, x_2, \dots, x_n) = f(1, x_2, \dots, x_n). \quad (4.8)$$

Utilizando la expansión de Shannon tenemos que

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 f(1, x_2, \dots, x_n) \vee \bar{x}_1 f(0, x_2, \dots, x_n), \quad (4.9)$$

luego, reemplazando (4.8) en (4.9) se obtiene

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= x_1 (f(1, x_2, \dots, x_n) \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \vee \bar{x}_1 f(0, x_2, \dots, x_n) \\ &= x_1 (f(1, x_2, \dots, x_n) \vee (x_1 \vee \bar{x}_1) f(0, x_2, \dots, x_n)) \\ &= x_1 (f(1, x_2, \dots, x_n) \vee f(0, x_2, \dots, x_n)) \end{aligned} \quad (4.10)$$

en esta última expresión x_1 aparece no complementada. Esto se puede aplicar recursivamente a las otras variables x_2, \dots, x_n , lográndose una expresión Booleana sin variables complementadas.

(\Rightarrow)

Dado que f es una función Booleana positiva y por lo tanto, expresable como suma lógica de variables no complementadas, esta puede ser escrita de la siguiente manera:

$$f(x_1, \dots, x_n) = x_i g_1(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \vee g_2(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n), \quad (4.11)$$

donde $x_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$, y las funciones g_1 y g_2 son funciones Booleanas positivas que no dependen de x_i . De aquí, es posible verificar que

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) &= g_2(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \\ f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) &= g_1(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \\ &\vee g_2(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n). \end{aligned}$$

Esto último, implica que

$$f(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \leq f(x_1, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n) \quad (4.12)$$

Sean ahora \mathbf{a} y \mathbf{b} dos vectores binarios de longitud n , tales que $\mathbf{a} \leq \mathbf{b}$, y sea $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_m$ una secuencia de vectores binarios tales que $\mathbf{a} \leq \mathbf{a}_1 \leq \mathbf{a}_2 \leq \dots \leq \mathbf{a}_m \leq \mathbf{b}$, y en los que la cantidad de 1s en la secuencia $\mathbf{a}, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_m, \mathbf{b}$ aumenta de a uno por vez. Entonces, debido a 4.12, es cierto que

$$f(\mathbf{a}) \leq f(\mathbf{a}_1) \leq f(\mathbf{a}_2) \dots \leq f(\mathbf{a}_m) \leq f(\mathbf{b}). \quad (4.13)$$

Por lo tanto, f la función Booleana f posee la propiedad de stacking. \square

Propiedad 1. *Si la función Booleana f es positiva, es cierto que*

$$\ell \leq m \Rightarrow f(\mathbf{x}^{(m)}) \leq f(\mathbf{x}^{(\ell)}) \quad (4.14)$$

ya que f posee la propiedad de stacking, y $\mathbf{x}^{(m)} \leq \mathbf{x}^{(\ell)}$.

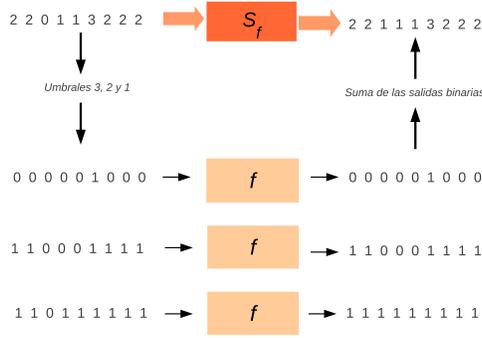


Figura 4.1: Esquema general de filtro stack.

Definición 5. Un filtro stack $S_f : \{0, \dots, M\}^n \rightarrow \{0, \dots, M\}$ es un filtro de ventana deslizante de longitud n definido por la función Booleana positiva f mediante

$$S_f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{m=1}^M f(x_1^{(m)}, \dots, x_n^{(m)}) \quad (4.15)$$

En la Figura 4.1 puede verse un ejemplo con cantidad de umbrales $m = 3$ que dan lugar a 3 señales binarias que son las entradas de los filtros definidos por la función booleana f . Las salidas de los mismos son sumadas para obtener la señal de salida del filtro S_f .

Ejemplo 2. La función Booleana correspondiente al filtro de la mediana de longitud 3 está dada por

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_3 \quad (4.16)$$

donde x_1, x_2 y x_3 son valores binarios.

Ejemplo 3. La función Booleana correspondiente a los filtros de estadísticos ordenados de orden r (r -th Ranked-order filters) y de longitud n , está dada por

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{P:|P|=n-r+1} \bigwedge_{j \in P} x_j, \quad (4.17)$$

donde los P son subconjuntos en el intervalo $\{1, \dots, n\}$. Así, la función Booleana para el filtro de estadístico ordenado de orden 3 y longitud 4 estará dada por

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 \vee x_1x_3 \vee x_1x_4 \vee x_2x_3 \vee x_2x_4 \vee x_3x_4 \quad (4.18)$$

Los filtros stack pueden implementarse sin recurrir a la descomposición por umbrales, reemplazando los operadores lógicos \vee y \wedge presentes en la función Booleana f por los operadores máx y mín, respectivamente, obteniéndose así la función S_f correspondiente. Así el filtro de la mediana de longitud 3 puede definirse mediante $\text{máx}(\text{mín}(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_2, x_3))$, con $x_1, x_2, x_3 \in 0, \dots, M$.

4.2 Filtros Stack Óptimos

El objetivo que se persigue al aplicar un filtro es el de obtener la mejor estimación de la señal original a partir de la señal ruidosa que aparece en la ventana deslizante del filtro. Para encontrar la función Booleana positiva óptima, una búsqueda exhaustiva dentro del conjunto de las mismas no es posible, debido a su gran cantidad (Dedekind) [20, 19]. Es por eso que diversos autores han desarrollado algoritmos adaptativos sin necesidad de explorar

todo el espacio de las funciones booleanas positivas que permiten encontrar dicha función óptima (y por ende el filtro óptimo) para una señal dada. El objetivo de este tipo de algoritmos es encontrar aquella función que minimiza el Error Absoluto Medio (MAE en inglés) a partir del par de señales formado por una señal ruidosa $\tilde{\mathbf{x}}$ y su versión no-ruidosa. \mathbf{x}

$$\begin{aligned}
\text{MAE}_f &= \text{E} (|\mathbf{x}_s - \mathbf{S}_f(\tilde{\mathbf{x}}_{s-N}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_s, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{s+N})|) \\
&= \text{E} \left(\left| \sum_{m=1}^M \left[\mathbf{x}_s^{(m)} - \mathbf{S}_f(\tilde{\mathbf{x}}_{s-N}^{(m)}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_s^{(m)}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{s+N}^{(m)}) \right] \right| \right) \\
&= \sum_{m=1}^M \text{E} \left(\left| \mathbf{x}_s^{(m)} - \mathbf{S}_f(\tilde{\mathbf{x}}_{s-N}^{(m)}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_s^{(m)}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{s+N}^{(m)}) \right| \right) \quad (4.19)
\end{aligned}$$

En esta fórmula la primera igualdad es la definición del MAE para el caso de los filtros *stack*, donde $\mathbf{S}_f(\tilde{\mathbf{x}}_{s-N}, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_s, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{s+N})$ es la salida del filtro \mathbf{S}_f para una ventana de longitud $2N + 1$ centrada en la posición s . La segunda igualdad proviene de la fórmula (4.3) aplicada a señales con valores en $\{0, \dots, M\}$. La tercera igualdad es el resultado de considerar que, debido a la propiedad (4.14), para una posición s dada las diferencias no nulas en la sumatoria poseen todas igual signo.

4.3 Algoritmos para el diseño de filtros *stack* óptimos

Diversos autores han propuesto algoritmos iterativos para resolver este problema. En ellos se genera una sucesión de funciones que convergen a la función Booleana positiva óptima deseada. En [22, 23] la positividad de la

función es asegurada a cada paso. En [37] se genera una sucesión de sucesiones Booleanas para luego proyectar la obtenida sobre el conjunto de funciones Booleanas positivas. En [42] la positividad es forzada periódicamente cada L iteraciones. Este problema puede ser formulado como uno de programación lineal entera cero-uno, consistente en minimizar el MAE_f , dado por

$$\text{MAE}_f = \sum_{i=1}^{2^N} \left[f(\alpha_i) \sum_{m=1}^M \pi_m(0, \alpha_i) + (1 - f(\alpha_i)) \sum_{m=1}^M \pi_m(1, \alpha_i) \right] \quad (4.20)$$

sujeto a la restricción

$$f(\alpha_i) \leq f(\alpha_j) \text{ si } \alpha_i \leq \alpha_j \quad (4.21)$$

donde

$$\begin{aligned} \pi_m(0, \alpha_i) &= \Pr \left(\mathbf{x}_s^{(m)} = 0 \wedge \left(\tilde{\chi}_{s-N}^{(m)}, \dots, \tilde{\chi}_s^{(m)}, \dots, \tilde{\chi}_{s+N}^{(m)} \right) = \alpha_i \right) \\ \pi_m(1, \alpha_i) &= \Pr \left(\mathbf{x}_s^{(m)} = 1 \wedge \left(\tilde{\chi}_{s-N}^{(m)}, \dots, \tilde{\chi}_s^{(m)}, \dots, \tilde{\chi}_{s+N}^{(m)} \right) = \alpha_i \right). \end{aligned}$$

La minimización de la ecuación 4.20 es equivalente a la minimización de

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{2^N} f(\alpha_i) C_i \\ &\text{con } C_i = \sum_{m=1}^M (\pi_m(0, \alpha_i) - \pi_m(1, \alpha_i)) \\ &\text{y } f(\alpha_i) \in \{0, 1\}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

A partir de la descripción de los filtros stack, la implementación de algoritmos de filtrado stack presenta diversos enfoques en la bibliografía, pero debido a la gran carga computacional impuesta por la cantidad de filtros binarios que deben estar disponibles en cada unidad de tiempo los filtros adaptativos cobraron importancia fundamental. La cantidad de filtros stack es muy

grande(Problema de Dedekind), y en los últimos años se han demostrado magnitudes muy elevadas. Encontrar un algoritmo para un filtro Stack óptimo es encontrar una función booleana positiva que cumpla con la condición de optimalidad y que pueda ser usada en todos los niveles de descomposición de umbral. Dado que el filtro stack está definido por una función booleana (referirse a secciones anteriores) ésta será representada por un vector \vec{v} que tiene como índices todas las entradas de la función booleana f . Como se trata de ventanas de tamaño n , la caracterización de la función será un vector de longitud 2^n .

Por otro lado, sea el conjunto de todas las secuencias de b dígitos binarios, que denominaremos B_b , el tamaño de dicho conjunto es 2^b . $\vec{\alpha}_i$, es el i -ésimo elemento del conjunto B_b tal que $f(\vec{\alpha}_i) \leq f(\vec{\alpha}_j)$ siempre que $\vec{\alpha}_i \leq \vec{\alpha}_j$. Llamaremos $\vec{v}(t) = (\vec{v}_0(t), \dots, \vec{v}_{2^b-1}(t))$ al vector de longitud 2^b en el instante t y que será denominado **vector de decisión**. De modo más general,

$$\vec{v} = (\vec{v}_0, \dots, \vec{v}_{2^n}) \quad \text{donde} \quad \vec{v}_i = \vec{v}_{\alpha_i} = f(\vec{\alpha}_i) \in \{0, 1\} \quad (4.23)$$

En [8] quedó planteado el problema del filtro óptimo sobre la clase de los filtros stack bajo el criterio del Error Medio Absoluto(MAE) que se formula como un problema de programación lineal cero-uno,

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^{2^b} C_i v_i \\ \text{sujeto a:} \quad & \vec{v}_i \leq \vec{v}_j \quad \text{si} \quad \alpha_i \leq \alpha_j \\ & v_i \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

C_i , es interpretado como el costo de $f(x)$ para decidir si $f(\alpha_i) = 1$, y cada coeficiente C_i depende de la estadística conjunta de la señal ruidosa y la

señal sin ruido. En este capítulo mostraremos algoritmos adaptativos para la construcción de filtros *stack*, uno adaptativo [22], mencionamos el algoritmo rápido de [23] y el algoritmo con enfoque paralelo, [42].

4.4 Algoritmo Adaptativo

En este trabajo aplicamos el filtro *stack* generado con el algoritmo adaptativo rápido descrito en [42]. Este algoritmo, surge a partir de los métodos propuestos en [23] y [22]. Se trata de un algoritmo rápido con alto paralelismo que lo hace implementable en distintos hardwares disponibles en la actualidad, lo que da motivo a un estudio separado. El avance tecnológico alcanzado en los últimos años hace posible su implementación para ventanas de mayor tamaño que las propuestas históricamente.

En la construcción de un filtro *stack*, consiste generar la función booleana positiva, caracterizada por el vector de decisión, siguiendo las etapas: *entrenamiento* - *checking* - *enforcing* las que se hallan bien diferenciadas entre sí. En la etapa de entrenamiento, el algoritmo comienza la construcción del vector de decisión, denominado *soft* y cuyos índices contienen valores enteros.

Repetir

Entrenamiento del vector de decisión V

para $j = 1$ **a** L **hacer** ▷ L actualizaciones por cada chequeo

para $i = 1$ **a** M **hacer** ▷ para todos los M umbrales

$$k = \sum_{j=0}^{b-1} W_j^i(n)2^j$$

$$V_k^{p^{L+j+1}} = \begin{cases} V_k^{p^{L+j}} + 1 & \text{si } S^i(\mathbf{n}) = 1 \\ V_k^{p^{L+j}} - 1 & \text{si } S^i(\mathbf{n}) = 0 \end{cases}$$

$\mathbf{n} = \text{siguiente}(\mathbf{n})$

fin para

fin para

Chequeo y cumplimiento de positividad

para $\ell = 0$ **a** $b - 1$ **hacer**

paratodos (V_i^ℓ, V_j^ℓ) tales que $j - i = 2^\ell$ **hacer**

si $V_i^\ell \geq V_j^\ell$ **entonces**

$$V_i^{\ell+1} = \left\lfloor \frac{V_i^\ell + V_j^\ell}{2} \right\rfloor$$

$$V_j^{\ell+1} = \left\lfloor \frac{V_i^\ell + V_j^\ell}{2} \right\rfloor$$

fin si

fin para

fin para

Hasta que el vector de decisión V converja, según el criterio MAE

A partir de un vector de decisión inicial V de dimensión 2^b , la señal ideal S , la señal ruidosa R y la ventana W , el vector V se actualiza a medida que la ventana deslizante W recorre toda la señal. La ventana será $W^i(\mathbf{t})$, $i = 1, \dots, M$, con $W^i(\mathbf{t}) = [W_0^i(\mathbf{t}), \dots, W_{b-1}^i(\mathbf{t})]$, y $W_j^i(\mathbf{t}) = T^i(W_j(\mathbf{t}))$, $1 \leq i \leq M$.

En un instante \mathbf{n} , $S(\mathbf{n})$, es el valor de la señal ideal S en la posición \mathbf{n} ,

la que también es descompuesta en M umbrales, dando M valores binarios $S^i(\mathbf{n}) = T^i(S(\mathbf{n}))$, $1 \leq i \leq M$ de modo que para cada \mathbf{n} y umbral M , se actualizará una sola posición k del vector V . Esta posición k proviene de considerar los contenidos de la ventana binaria $W^i(\mathbf{n})$ como un número binario, éste es $k = \sum_{j=0}^{b-1} W_j^i(s)2^j$. La actualización consistirá en un incremento o decremento de a uno por vez dependiendo del correspondiente valor binario de $S^i(\mathbf{n})$.

Sean p , $0 \leq p \leq N-b+1$, y L la cantidad de actualizaciones del vector de decisión V entre chequeos consecutivos, entonces, la $pL+1$ -ésima actualización estará dada por

$$V_k^{pL+1} = \begin{cases} V_k^{pL} + 1 & \text{si } S^i(\mathbf{n}) = 1 \\ V_k^{pL} - 1 & \text{si } S^i(\mathbf{n}) = 0 \end{cases}$$

donde $k = \sum_{j=0}^{b-1} W_j^i(s)2^j$, dejando todas las otras posiciones del vector V inalteradas.

Posteriormente, terminada la etapa de entrenamiento, se obtuvo el vector *soft*, luego, en mediante el *checking - enforcing* una función booleana asignando 1 a la posición del vector V que posea valores positivos, y 0 en otro caso. Pero aún no se obtiene la función booleana, ya que no está garantizada la propiedad de *stacking*, o sea que sea función booleana positiva. Para ello, es necesaria la etapa de *checking enforcing* sobre el vector V . Hay varios métodos para hacerlo. De ellos, exponemos el enfoque paralelo propuesto por [42]. Como ejemplo de este método, la Figura 4.2 muestra el vector de decisión correspondiente a la ventana deslizante de tamaño 3, en sucesivas etapas se comparan aquellas posiciones que poseen distancia de Hamming igual a 1 entre sí. Cuando se detecta la ausencia de la propiedad de *stack-*

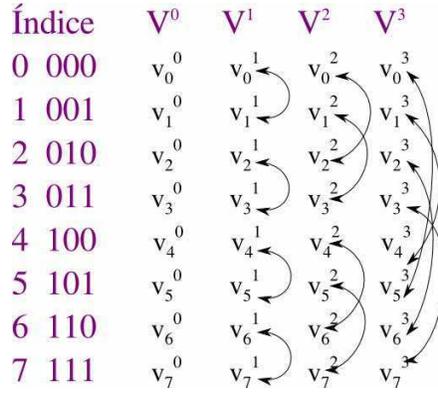


Figura 4.2: Esquema de “forzamiento” de la restricción de stacking

ing, los valores de las posiciones respectivas se actualizan de acuerdo con la siguiente regla

$$d_i^{\ell+1} = \left\lfloor \frac{d_i^\ell + d_j^\ell}{2} \right\rfloor \quad (4.25)$$

$$d_j^{\ell+1} = \left\lfloor \frac{d_i^\ell + d_j^\ell}{2} \right\rfloor \quad (4.26)$$

donde ℓ es el número de etapa, las posiciones i y j son tales que $i - j = 2^\ell$ y $d_i^\ell > d_j^\ell$. Después de una serie de etapas de entrenamiento seguido por las etapas correspondientes para verificar y hacer cumplir la propiedad de stacking, el vector de decisión V converge a su valor final, minimizando el error medio absoluto MAE. La función de booleana positiva correspondiente se obtiene mediante la umbralización del vector V con un umbral igual a cero.

Capítulo 5

Filtros Stack Adaptativos en procesamiento de Imágenes SAR

Las imágenes SAR poseen ruido *speckle*, este ruido es no gaussiano y no aditivo. Los filtros stack tienen un buen desempeño en el filtrado de imágenes con distintos tipos de ruido, preservando los bordes y los detalles. Diversos autores los han estudiado [9, 10, 22, 23, 31, 32, 36, 41], a la vez que se desarrollaron muchas implementaciones de filtros stack. Estos filtros descomponen la imagen de entrada en todos los umbrales posibles, obteniéndose una imagen binaria para cada valor de umbral. Cada imagen binaria se filtra utilizando una función Booleana evaluada en una ventana deslizante. La imagen resultante se obtiene sumando todas las imágenes binarias obtenidas. La función booleana debe ser óptima de acuerdo con el criterio de Error Absoluto Medio

(MAE), y debe preservar la propiedad llamada de *stacking*, que se describe en el capítulo 4. El método de diseño de filtros stack utilizado en esta tesis se basa en el algoritmo propuesto por Yoo *et al.* [42]. Por otra parte, las imágenes SAR son generadas por un sistema de iluminación coherente y se ven afectadas por la interferencia coherente de la retrodispersión de la señal por los elementos sobre el terreno [16]. Esta interferencia provoca fluctuaciones de la intensidad detectada que varía de pixel a pixel. Este efecto se denomina granulosidad o ruido *speckle*. El ruido *speckle*, a diferencia de ruido en las imágenes ópticas sigue una distribución no gaussiana, y además es multiplicativo. Debido a todo esto, no es posible tratar estas imágenes utilizando las técnicas clásicas apropiadas para el procesamiento de imágenes ópticas. Muchos autores han estudiado el problema de la adaptación de los métodos clásicos de procesamiento de imágenes para ser aplicados a las imágenes SAR, dando lugar a filtros tales como los de Frost y de Lee [15, 21].

El carácter multiplicativo del ruido nos lleva a modelar la imagen de SAR Z como el producto de dos imágenes aleatorias independientes: la imagen X , que representa el *backscatter* y la imagen Y , que representa el ruido *speckle*. El *backscatter* es una magnitud física que depende de la geometría y del contenido de agua de la superficie explorada, así como en el ángulo de incidencia, la frecuencia y la polarización de la radiación electromagnética emitida por el radar.

En la literatura se propusieron diferentes distribuciones estadísticas. En este capítulo utilizamos la distribución Gamma, Γ , para el *speckle*, la distribución Gamma Inversa, Γ^{-1} , para el *backscatter*, la cual resulta en la distribución \mathcal{G}^0 para el retorno [12, 13, 29]. Esta distribución depende de tres parámetros:

α que es parámetro de rugosidad, γ un parámetro de escala, y n el número equivalente de looks (ver capítulo 2).

En el presente capítulo, clasificamos una imagen en diferentes regiones de acuerdo a su grado de homogeneidad. Después de filtrar, los datos en la imagen han experimentado cambios en sus funciones de distribución estadística, ver sección (5.1). Los datos filtrados tienen una distribución estadística con la asimetría y kurtosis más próximas a las de la ley de Gauss. Clasificamos la imagen utilizando el criterio de máxima verosimilitud, considerando que la imagen filtrada tiene una distribución normal cuyos parámetros difieren según la región. Se aplicaron filtros stack adaptativos a imágenes simuladas de radar de apertura sintética, generadas de tal manera que sus datos posean diferentes grados de homogeneidad. Para esto se consideraron distintos valores del parámetro α y se calcularon los valores correspondientes del parámetro γ de manera tal que la media de los datos sea unitaria. El parámetro α corresponde a la rugosidad de los datos de la imagen, y el parámetro γ es un parámetro de escala. El parámetro α varía entre $-\infty$ y 0 , si α está muy cerca de 0 entonces los datos son extremadamente heterogéneos (por ejemplo, en imágenes reales, datos provenientes de ciudad), y cuando α se aleja del origen los datos corresponden a zonas cada vez más homogéneas (por ejemplo, datos que provienen de bosques son más homogéneos que los provenientes de ciudad y menos que los provenientes de pastura). En este capítulo se exhiben los resultados obtenidos tras la aplicación del filtro stack adaptativo a imágenes SAR como paso previo a la clasificación por máxima verosimilitud.

5.1 El Análisis Estadístico en las imágenes

SAR

Con el fin de caracterizar la localización y variabilidad de los datos se realizaron comparaciones entre el comportamiento de estadísticos tales como la media, la variabilidad y la Gaussianidad, en las imágenes sin filtrar y en las imágenes filtradas.

5.1.1 Procesamiento de imágenes simuladas

Se presentan aquí los resultados del trabajo experimental basado en la generación de un conjunto de imágenes con datos que tienen distribución \mathcal{G}^0 . En primer término, se hizo variar el parámetro α entre $-8,5$ y $-1,5$, con el parámetro γ ajustado a fin de conservar valor medio igual a 1. Dado que un filtro stack se construye con una imagen *ideal*, ésta se obtuvo de calcular los valores medios como se detalló en la sección 4.4. Se generaron 15 imágenes de tamaño 100×100 , con una distribución \mathcal{G}^0 con los valores de α y γ , que figuran en la Tabla (5.1), las cuales fueron procesadas con un filtro entrenado con ventanas deslizantes de 5×5 . En las imágenes de la Figura (5.1) se muestran los resultados obtenidos de acuerdo a la Tabla (5.1). Las Figuras (5.1(a)), (5.1(c)) y (5.1(e)) corresponden a las imágenes originales y las Figuras (5.1(b)), (5.1(d)) y (5.1(f)) a sus imágenes filtradas.

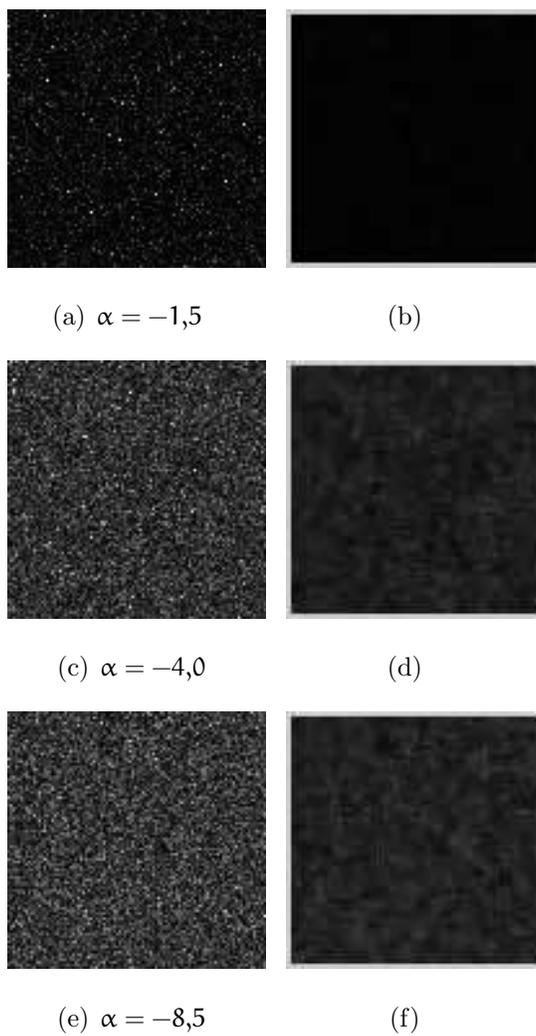


Figura 5.1: *Imágenes SAR sintéticas (izquierda) y sus correspondientes filtradas(derecha)*

α	γ
-1.5	1.00
-2.0	1.62
-2.5	2.25
-3.0	2.88
-3.5	3.51
-4.0	4.15
-4.5	4.78
-5.0	5.42
-5.5	6.05
-6.0	6.69
-6.5	7.32
-7.0	7.96
-7.5	8.60
-8.0	9.23

Tabla 5.1: Valores de α y γ usados en el experimento. El parámetro γ fue ajustado a fin de mantener el valores medio igual a 1.

El coeficiente de variación se define como la razón entre la desviación estándar y la media

$$C_V = \frac{\sigma}{\mu}, \quad (5.1)$$

y es por lo tanto, inversamente proporcional a la relación señal ruido. La Tabla (5.2) exhibe los valores de C_V para imágenes no filtradas y filtradas, donde se observa que imágenes filtradas exhiben C_V más bajos que los valores

de C_V de las no filtradas. Por ejemplo: para $\alpha = -1,5$ los valores de C_V son 1,02 y 0,32 para la ruidosa y la filtrada, respectivamente; para $\alpha = -8,5$ los valores de C_V son 0,57 y 0,21 para la ruidosa y la filtrada, respectivamente. Por lo tanto se aprecia que los valores del coeficiente de variación para la imágenes filtradas son menores que los correspondientes a las imágenes sin filtrar, eso indica que los datos se volvieron más homogéneos, es decir que el speckle disminuyó. También se ve que los coeficientes de variación en ambos casos, para las imágenes sin filtrar y filtradas, disminuyen cuando α disminuye. En la Figura (5.2) pueden verse las curvas correspondientes a los coeficientes de variación en función del parámetro α . La línea punteada corresponde a las imágenes filtradas y la línea sólida a las no filtradas.

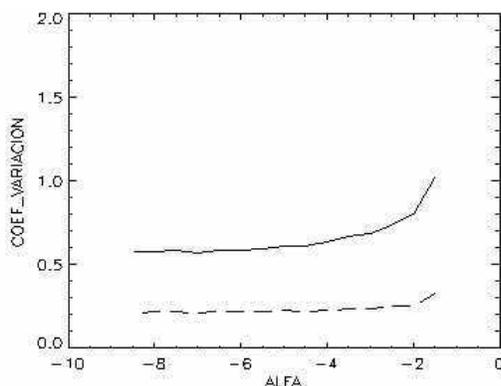


Figura 5.2: Dependencia del coeficiente de variación C_V para el parámetro α , para imágenes filtradas (línea punteada) y para las imágenes no filtradas (línea sólida).

α	Coeficiente de Variación		Skewness		Kurtosis	
	Sin Filtrar	Filtradas	Sin Filtrar	Filtradas	Sin Filtrar	Filtradas
-1.5	1.02	0.32	5.79	0.54	81.58	1.05
-2.0	0.80	0.25	2.71	0.45	14.79	0.79
-2.5	0.73	0.25	2.17	0.35	9.90	0.33
-3.0	0.68	0.24	2.06	0.40	10.27	0.22
-3.5	0.66	0.23	1.79	0.39	7.36	0.85
-4.0	0.63	0.23	1.56	0.28	5.14	0.11
-4.5	0.61	0.22	1.30	0.28	3.10	0.31
-5.0	0.61	0.22	1.18	0.33	2.43	0.14
-5.5	0.59	0.22	1.15	0.32	2.35	0.12
-6.0	0.59	0.22	1.15	0.26	2.79	0.29
-6.5	0.58	0.21	1.03	0.32	1.93	0.23
-7.0	0.57	0.21	0.97	0.38	1.39	0.32
-7.5	0.58	0.21	0.99	0.31	1.66	0.23
-8.0	0.57	0.22	0.96	0.38	1.36	0.29
-8.5	0.57	0.21	0.90	0.28	0.99	0.28

Tabla 5.2: *Coeficientes de variación, Skewness y Kurtosis para imágenes procesadas y sin procesar con filtro stack para $\alpha \in [-8,5, \dots, -1,5]$*

En el estudio del comportamiento normal de los datos el cálculo y análisis de *skewness* y de *kurtosis*, que se definen, respectivamente, como:

$$SK = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^3}{(N-1)s^3} \quad (5.2)$$

$$K = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^4}{(N-1)s^4} - 3 \quad (5.3)$$

donde, Y_1, Y_2, \dots, Y_N son datos univariados, \bar{Y} es la media, s es la desviación standard, y N es el tamaño de la muestra. La *skewness* SK para una distribución normal es cero y cualquier conjunto de datos simétrico, debería tener *skewness* cerca de cero. La *kurtosis* K para una distribución normal es 3. Las distribuciones de los datos de las imágenes originales son modificadas al filtrarlas. Si consideramos el *skewness* y la *kurtosis* como medidas de asimetría y de comparación de los datos con la función de densidad, podemos decir, teniendo en cuenta estos coeficientes, que los datos se comportan, después de filtrados, de manera más parecida a una gaussiana. Este hecho puede verse en la Tabla (5.2) donde se muestran, para cada valor de α , el *skewness* y la *kurtosis*, respectivamente.

En la Figura (5.3), la Figura (5.4) y la Figura (5.5) se muestran las variaciones de *skewness* y de *kurtosis* con respecto al parámetro α . Puede notarse que cuanto más heterogéneos son los datos sin filtrar, es decir, para α muy cercano a 0, los valores de *skewness* y de *kurtosis* crecen.

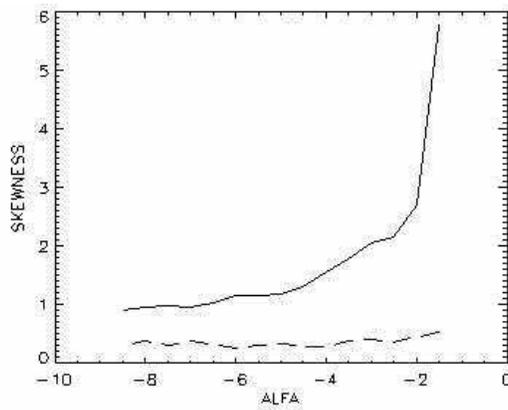


Figura 5.3: *Curvas correspondientes a skewness en función del parámetro α para imágenes filtradas (línea de puntos) e imágenes sin filtradas (línea sólida).*

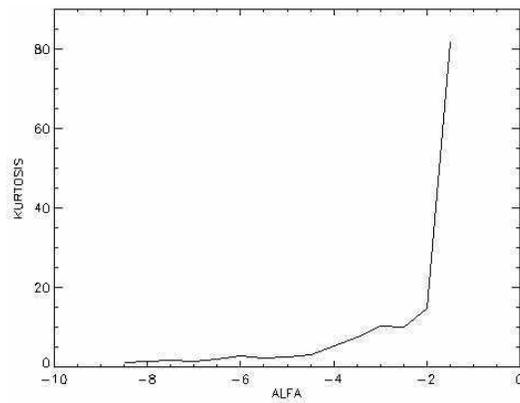


Figura 5.4: *Curva correspondiente a la kurtosis en función del parámetro α para imágenes sin filtrar.*

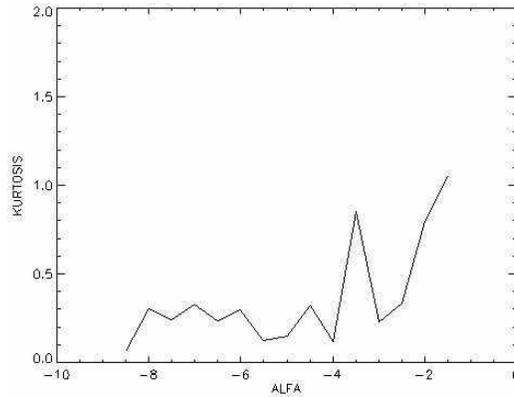


Figura 5.5: *Curva correspondiente a la kurtosis en función del parámetro α para la imagen filtrada.*

5.1.2 Reducción de ruido speckle en filtrado Stack para imágenes SAR reales

A fin de evaluar la reducción de ruido speckle, se utiliza la imagen de 1 look de amplitud banda C VV de datos SAR adquirida por el E-SAR del DLR en la zona de Gilching, Alemania (ver Figura (5.6)). En esta imagen, podemos observar parcelas con diferentes tipos de cultivos, grandes zonas cubiertas por bosques y edificios sobre ciudad, y una zona de césped que rodea la pista de aterrizaje en el centro de la imagen. Las regiones indicadas en la Figura (5.6) corresponden a un lado a pasturas y del otro a bosques. El primero es un ejemplo de datos muy homogéneos, y el otro de datos heterogéneos. En la Figura (5.7) los histogramas de los dos ámbitos citados se muestran. Aquí podemos ver la diferencia de varianza para los dos casos. El filtro stack fue entrenado con los dos tipos tipos de coberturas. Figura (5.8) muestra el resultado de la imagen filtrada y Figura (5.9) muestra el histogra-



Figura 5.6: *Banda C del E-SAR VV 1 look de amplitud, con regiones de entrenamiento de pasturas (rectángulo superior) y bosque (rectángulo inferior).*

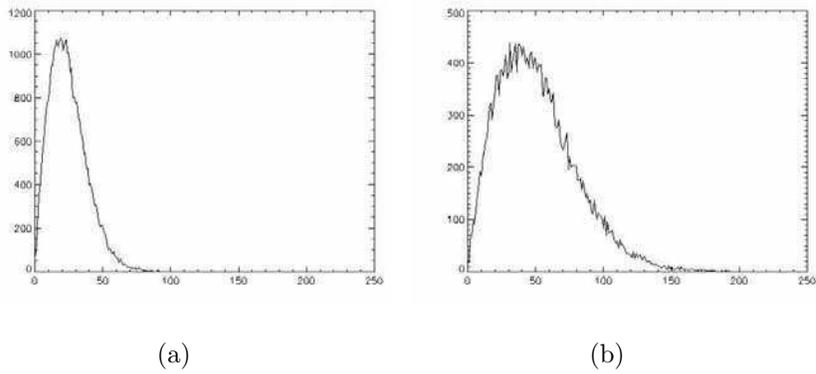


Figura 5.7: *a) histograma de los datos que representan pasturas, b) Histograma de los datos que representan datos de bosque en la imagen original Figura (5.6)*

ma de las mismas áreas posterior al procesamiento. El Número Equivalente de Looks antes y después del filtrado, para ambas áreas, se observan en la Tabla (5.3). Estos resultados, en los que las varianzas disminuyen tras el

Figura 5.8: *Imagen filtrada*

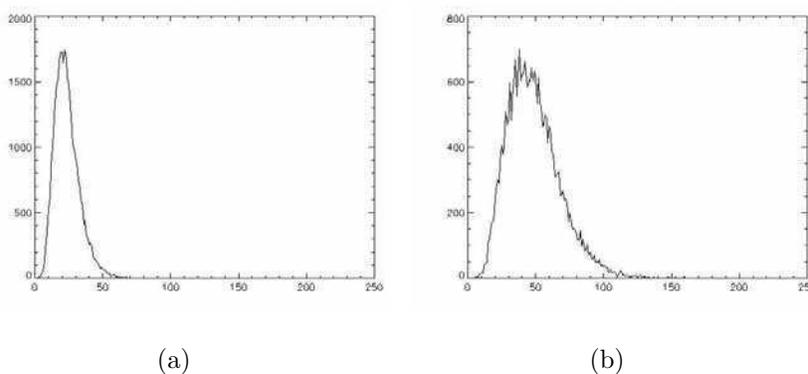


Figura 5.9: a) *Histograma de pastura* y b) *Histograma de bosque, imagen correspondiente a la Figura (5.8) con filtro stack.*

Tabla 5.3: *NEL antes y después del filtrado stack*

	original	filtrada
Pasturas	0,88	1,88
Bosque	0,85	1,75

proceso de filtrado, son consistentes con el aumento de los respectivos NEL. En consecuencia la disminución del speckle en las imágenes filtradas permite una mejor clasificación.

5.1.3 Clasificación por Máxima Verosimilitud de imágenes reales e imágenes simuladas

Para hacer este estudio se generaron cien imágenes de tamaño 128×128 . Estas imágenes tiene dos regiones: una que simula datos homogéneos (por ejemplo pasturas) y otra simulando datos heterogéneos (por ejemplo, ciudad). Los datos de la primera región se hallan descritos por la distribución $\mathcal{G}^0(-8, 5, 1, 1)$, y los datos de la segunda región por la distribución $\mathcal{G}^0(-1, 5, 1, 1)$. Para ilustrarlo, la Figura (5.11(a)) permite visualizar estas dos regiones. En la Figura (5.11(b)) se muestra la clasificación por máxima verosimilitud de la Figura (5.11(a)). En la Figura (5.11(c)) se observa la imagen filtrada, y en la Figura (5.11(d)) se observa la imagen filtrada clasificada por máxima verosimilitud. En Tabla (5.4) se exhibe la matriz de confusión donde las líneas impares corresponden a las imágenes no filtradas y las pares a la imágenes filtradas. Los datos deben leerse de la siguiente manera: R_i/R_j significa el porcentaje de pixels que pertenecen a la región R_j pero fueron clasificados en la región R_i . I_k y F_k corresponden a las imágenes originales y a las filtradas respectivamente. En estos valores puede observarse la mejora en la clasificación de las filtradas respecto de las no filtradas.

En otra experiencia se generaron 10 imágenes de 128×128 , con dos regiones diferenciadas por el α usado como parámetro para su generación. Las observaciones realizadas sobre el comportamiento de la imágenes procesadas con filtro stack y tras la clasificación por máxima verosimilitud. En la Figura (5.11) se ejemplifica con una imagen y su clasificada antes y después de procesada. En las filas impares figuran la cantidad de pixels clasificados correspondientes

imágenes sin filtrar y en fila inmediata inferior la filtrada correspondiente. En la Figura (5.12) se muestra la imagen original, *ideal* y las imágenes re-

Tabla 5.4: *Matriz de confusión utilizando imágenes simuladas*

Image	R_1/R_1	R_2/R_1	R_2/R_2	R_1/R_2
I ₀	71.46	28.54	89.27	10.73
F ₀	93.57	6.43	94.60	5.41
I ₁	70.69	29.31	89.55	10.45
F ₁	93.35	6.65	94.60	5.39
I ₂	72.51	27.49	89.59	10.41
F ₂	93.48	6.52	94.57	5.43
I ₃	71.94	28.05	89.66	10.34
F ₃	92.43	7.57	94.60	5.41
I ₄	71.58	28.42	89.05	10.95
F ₄	92.21	7.79	94.58	5.42
I ₅	71.67	28.33	89.72	10.28
F ₅	93.10	6.90	94.48	5.52
I ₆	71.09	28.91	89.46	10.53
F ₆	93.35	6.65	94.59	5.41
I ₇	70.76	29.24	88.49	11.51
F ₇	92.87	7.13	94.57	5.43
I ₈	71.53	28.47	89.53	10.47
F ₈	91.99	8.01	94.59	5.41
I ₉	71.81	28.19	89.37	10.63
F ₉	91.76	8.24	94.52	5.48

sultantes de aplicar el filtro stack una vez y 95 veces, respectivamente. La Figura (5.12(c)) y la Figura (5.12(d)) exhiben el resultado luego de procesar con filtro stack con 1 y 95 iteraciones, respectivamente. La clasificación en una imagen SAR real se observa en la Figura (5.13), en tanto la misma procesada con filtro stack con 1, 40 y 95 iteraciones se muestran en las Figuras (5.13(b)), 5.13(c) y 5.13(d). La Figura (5.14) muestra las imágenes filtradas por el filtro de Frost y el filtro de Lee, junto con las imágenes clasificadas correspondientes.

En la Tabla (5.5) se muestra la matriz de confusión para el filtro stack de los métodos basados en 1, 40 y 95 repeticiones, para filtro de Frost y para filtro de Lee(las procesadas con filtros stack se basan en las regiones de formación y las regiones de prueba presentado en la Figura (5.10)). Estos dos filtros(Frost y Lee) fueron seleccionados como medio de comparación de la eficacia de la metodología propuesta.

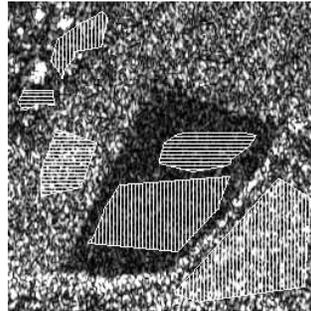
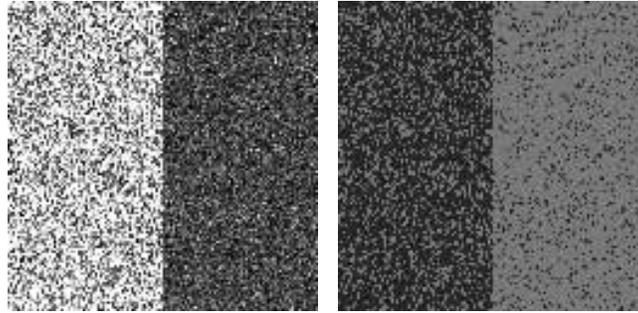
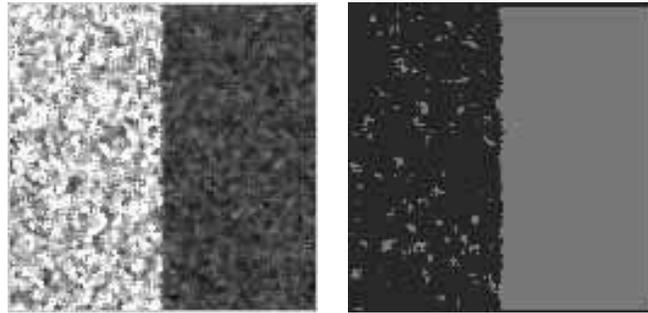


Figura 5.10: *Imagen de entrenamiento (líneas horizontales) y regiones de prueba(líneas verticales).*



(a) Imagen simulada

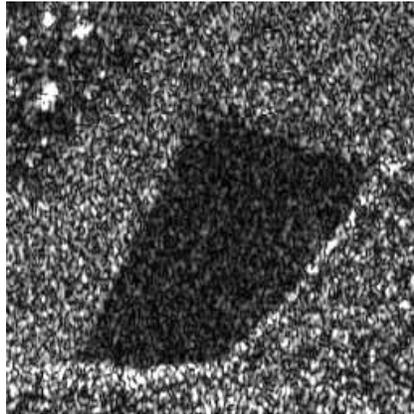
(b) Imagen 5.11(a) clasificada



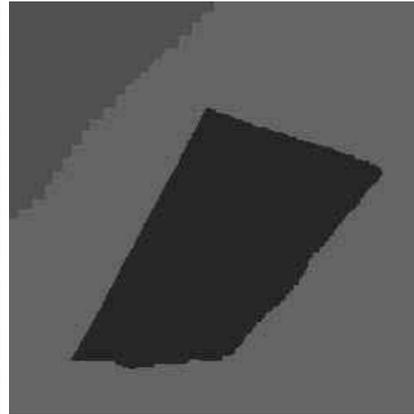
(c) Imagen filtrada con stack

(d) Imagen 5.11(c) filtrada con stack clasificada

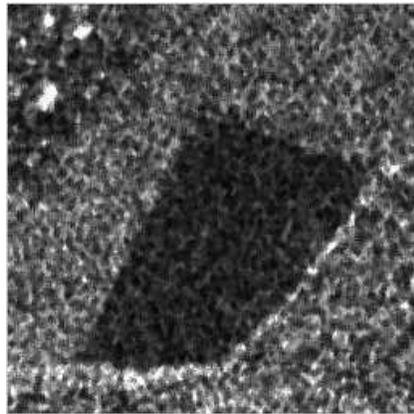
Figura 5.11: *Imágen SAR sintética con dos regiones de diferente rugosidad y su clasificada, filtrada con stack y su clasificada*



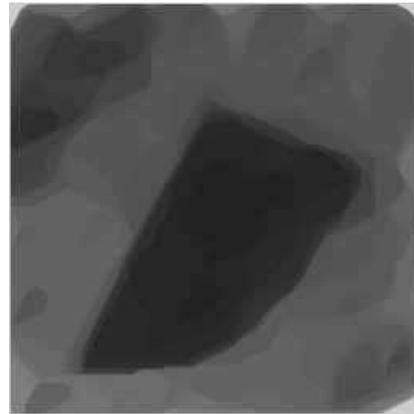
(a) Imagen SAR real



(b) Imagen "ideal"

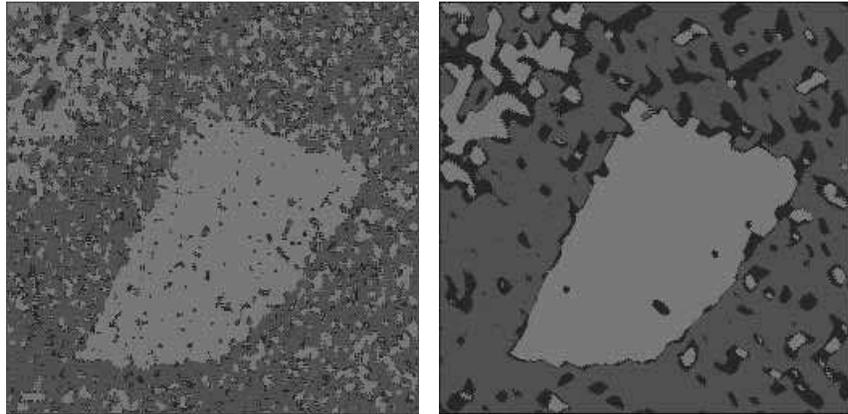


(c) Imagen procesada con filtro stack con una iteración



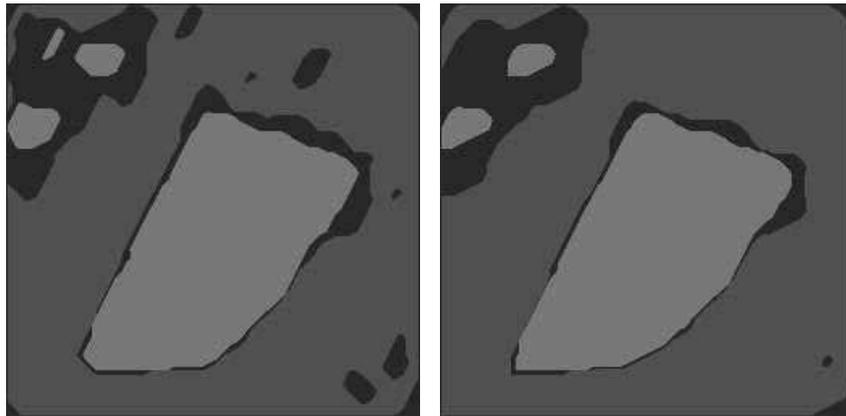
(d) Imagen procesada con filtro stack con 95 iteraciones

Figura 5.12: *Imagen SAR real original, su "ideal" y las correspondientes procesadas con filtro stack de 1 iteración y de 95 iteraciones.*



(a) imagen SAR real original

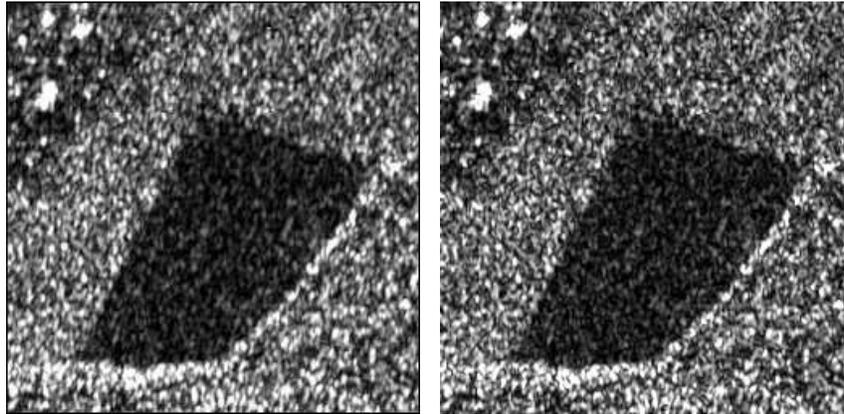
(b) Imagen SAR real procesada con filtro stack con una iteración



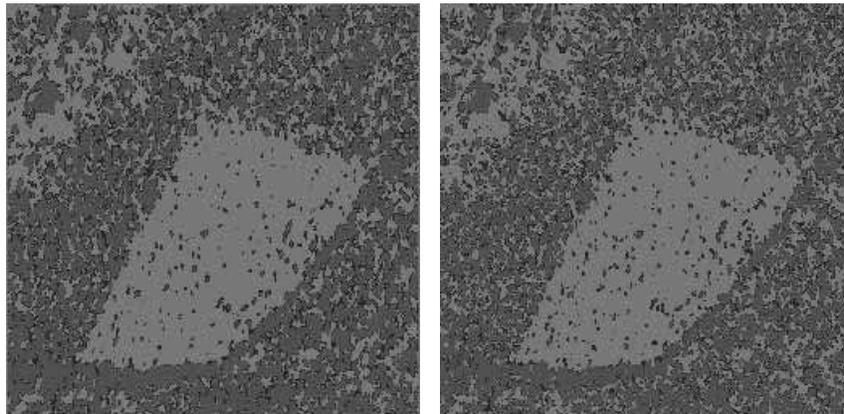
(c) Imagen SAR real procesada con filtro stack con 40 iteraciones

(d) Imagen SAR real procesada con filtro stack con 95 iteraciones

Figura 5.13: *Clasificación sobre imagen SAR real original y procesada con filtro stack.*



(a) Imagen SAR real procesada con filtro de Frost (b) Imagen SAR real procesada con filtro de Lee



(c) Imagen 5.14(a) clasificada (d) Imagen 5.14(b) clasificada

Figura 5.14: *Imagen SAR Real filtrada y clasificada con filtro de Frost y con filtro de Lee*

Tabla 5.5: *Matriz de confusión para la imagen SAR real*

	R_1/R_1	R_2/R_1	R_3/R_1	R_1/R_2	R_2/R_2	R_2/R_3	R_1/R_3	R_2/R_3	R_3/R_3
Stack 1it	14.35	36.10	49.55	12.82	64.65	22.53	5.32	3.82	90.86
Stack 40it	62.81	22.42	14.77	10.40	89.09	0.51	4.65	1.24	94.11
Stack 95it	63.01	25.03	11.96	6.43	93.20	0.37	4.26	1.70	94.04
Frost	16.55	31.02	52.43	17.71	55.54	26.74	6.36	3.47	90.17
Lee	16.38	30.70	52.93	17.24	52.72	30.04	7.19	3.60	89.21

5.2 Conclusiones

En este capítulo hemos evaluado el efecto del filtro stack en la reducción de ruido speckle y en la performance en la exactitud de la clasificación. Se utilizaron imágenes reales y simuladas y se contrastaron las performances entre los resultados de aplicar el filtro stack adaptativo repetidas veces con los filtros de Lee y Frost. Los resultados obtenidos muestran el buen desempeño de estos filtros en imágenes SAR.

Capítulo 6

Evaluación de medidas de calidad aplicadas a Imágenes SAR con filtros Stack

La buena performance de los filtros Stack con diferentes tipos de degradación, es conocida porque preserva bordes y detalles. A su vez la evaluación de la calidad para señales visuales es uno de los problemas básicos y difíciles en el campo de procesamiento de imágenes y de video, en muchas situaciones prácticas, como el proceso de evaluación, implementación, optimización (por ejemplo, la codificación de vídeo). Además, como para evaluar la calidad de la imagen juega un papel central en la mayoría de la configuración (si no todos los algoritmos) y los sistemas de procesamiento visual. Ejemplos de la dependencia tecnológica en la evaluación de calidad visual son: adquisición de la señal, la síntesis, la mejora, marcas de agua, compresión,

transmisión, almacenamiento, recuperación, reconstrucción, autenticación, y la presentación (por ejemplo, visualización e impresión). La evaluación objetiva de la calidad de las imágenes y de video se pueden clasificar en dos tipos de tablas: la señal de las medidas de la fidelidad, y la percepción métricas de calidad visual (PVQMs). Las medidas de fidelidad de la señal se refieren a las tradicionales: MAE (media error absoluto), MSE (error cuadrático), SNR (relación señal-ruido), PSNR (peak SNR), o similares. A pesar de que son simples, bien definidos, con claro significado físico y ampliamente aceptados, pueden ser un pobre predictor de la calidad visual percibida, especialmente cuando el ruido no es aditivo. Algunos indicadores se han utilizado para estimar la calidad de imagen entregada después de la transmisión sobre la base de parámetros de red tales como el rendimiento [24]). En este capítulo se estudia la performance de los filtros stack sobre imágenes SAR, mediante la evaluación de la calidad de las imágenes filtradas a través de la utilización de índices de calidad de imagen como el índice de calidad universal Q y el índice de correlación β y por la medición de la precisión de la clasificación de las imágenes resultantes con la clasificación de máxima verosimilitud gaussiana (GMLC).

6.1 Medida de calidad universal

Las medidas tradicionales de evaluación de calidad a menudo suelen dar información errónea acerca del desempeño de algunos procedimientos. Aquí los índices de calidad usados en la evaluación de las imágenes filtradas son el Índice Universal de Bovik [40] y una medida de correlación, β . El

índice universal de Bovik Q está dado por la ecuación(6.1)

$$Q = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \frac{2\overline{XY}}{\overline{X}^2 + \overline{Y}^2} \frac{2\sigma_X \sigma_Y}{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}, \quad (6.1)$$

donde $\sigma_X^2 = (N - 1)^{-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \overline{X})^2$, $\sigma_Y^2 = (N - 1)^{-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \overline{Y})^2$, $\overline{X} = N^{-1} \sum_{i=1}^N X_i$ y $\overline{Y} = N^{-1} \sum_{i=1}^N Y_i$. El rango dinámico del índice Q es $[-1, 1]$, donde 1 es el mejor valor. Para evaluar el índice de la señal entera, se calculan los índices locales Q_i para cada pixel usando una ventana cuadrada, y luego aquellos resultados son promediados para producir la calidad del total de la imagen, Q.

6.2 Índice de correlación

La medida de correlación está dada por

$$\beta = \frac{\sigma_{\nabla^2 X \nabla^2 Y}}{\sigma_{\nabla^2 X}^2 \sigma_{\nabla^2 Y}^2}, \quad (6.2)$$

donde $\nabla^2 X$ y $\nabla^2 Y$ son el laplaciano de las imágenes X e Y, respectivamente. El índice de correlación indica una mayor preservación de bordes cuando es más cercano a la unidad.

6.3 Desempeño en filtros stack

En la Tabla 6.1 se muestran la medida de correlación β y el índice de calidad Q. Se comparan imágenes filtradas con Lee y Stack en imágenes SAR. Para ello, se llevó adelante un experimento Monte Carlo que consistió en

Tabla 6.1: *Estadísticas de los índices de calidad de la imagen*

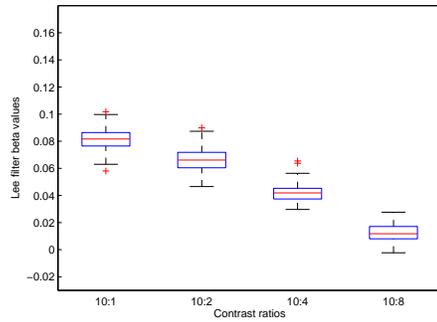
Índice β				
	Filtro Stack		Filtro Lee	
contraste	$\bar{\beta}$	s_{β}	$\bar{\beta}$	s_{β}
10:1	0.1245	0.0156	0.0833	0.0086
10:2	0.0964	0.0151	0.0663	0.0079
10:4	0.0267	0.0119	0.0421	0.0064
10:8	-0.0008	0.0099	0.0124	0.0064
Índice Q				
	Filtro Stack		Filtro Lee	
contraste	\bar{Q}	s_Q	\bar{Q}	s_Q
10:1	0.0159	0.0005	0.0156	0.0004
10:2	0.0154	0.0005	0.0148	0.0004
10:4	0.0124	0.0008	0.0120	0.0006
10:8	0.0041	0.0013	0.0021	0.0006

la generación de 1.000 réplicas independientes de imágenes SAR sintéticas de 1-look, midiéndose en cada una de ellas las relaciones de contraste. Las imágenes consisten en dos regiones separadas por una frontera recta vertical. Cada muestra corresponde a un contraste diferentes, que van desde 10:1 a 10:8. Esto se hizo con el fin de estudiar el efecto de la relación de contraste en los índices de calidad considerados. Se puede observar que, de acuerdo con los resultados obtenidos por los índices β , el filtro stack presenta un mejor desempeño en alto contraste, es decir, 10:1 y 10:2, mientras que el filtro de Lee muestra el comportamiento opuesto. Se observa que los resultados del

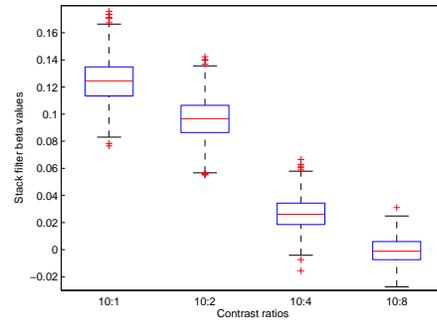
índice Q son ligeramente mejores para el filtro stack sobre toda la gama de relaciones de contraste. Es de notar la pequeña variación de estas estimaciones, en comparación con los valores medios obtenidos. La Figura (6.1) muestra los boxplots las observaciones de la Tabla (6.1). De los boxplots de los índice β , se puede observar que, el filtrado de Lee tiene un menor grado de variabilidad con el contraste y que ambos son casi simétricos. Los plots del índice Q muestran un mejor desempeño para el filtro stack para todas las mediciones realizadas. La imagen resultado de aplicar el filtro stack 95 veces y el resultado de la imagen filtrada con filtro de Lee. Los resultados presentados son los valores medios obtenidos del experimento Monte Carlo involucrando diferentes contrastes.

6.4 Desempeño en clasificación

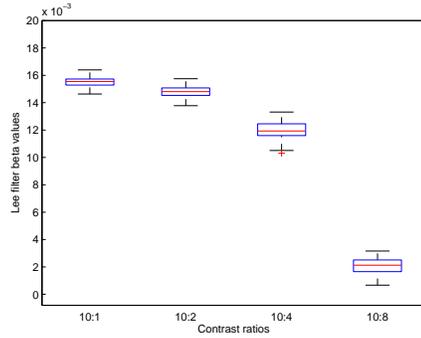
La igualdad de los resultados de la clasificación se obtiene mediante el cálculo de la matriz de confusión, después de la clasificación de máxima probabilidad de Gauss (GMLC). La Figura (6.2(a)), a la izquierda, presenta una imagen 128×128 píxeles, simulado con dos regiones: las muestras de los $\mathcal{G}^0(-1, 5\gamma_{-1,5,1}^*, 1)$ y de la $\mathcal{G}^0(-10, \gamma_{-10,1}^*, 1)$ leyes forman las mitades izquierda y derecha, respectivamente, donde $\gamma^* \mathbf{G}_{\alpha,n}$ denota el parámetro de escala que, para rugosidad dado α y el número de looks n de una ley promedio unitario. De esta manera, la Figura (6.2(a)) presenta datos que son difíciles de clasificar: áreas muy heterogénea y homogénea con la misma media, con el más bajo posible relación señal-ruido ($n = 1$). Las Figuras (6.2(b)) y (6.2(c)) muestran el resultado de aplicar el filtro stack una vez y 95 veces, respectiva-



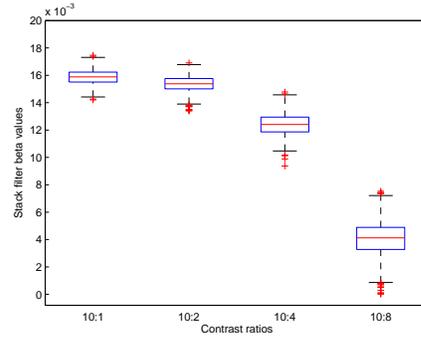
(a) Valores de β , filtro de Lee



(b) Valores de β , filtro Stack



(c) Valores de Q , filtro de Lee



(d) Valores de Q , filtro Stack

Figura 6.1: *Boxplots de los índices de calidad*

mente. La Figura (6.3) compara la salida del filtro Stack propuesto respecto de la salidas de dos filtros muy usados en procesamiento de imágenes SAR: filtro de Lee y filtro de Frost. La Figura (6.3(a)) presenta los datos originales, y las regiones de interés usadas para estimar la función booleana. En este caso, otra vez, la media de cada región es utilizada como imagen “ideal”. Las Figuras 6.3(b), 6.3(c) y 6.3(d) presentan el resultado de aplicar los filtros Frost, Lee y Stack (una y 22 iteraciones) a los datos SAR. El la-

do derecho de las figuras presentadas previamente corresponden a GMLC. El filtro stack proporciona mejores resultados que las técnicas de despeckling clásicas. La Tabla (6.2) presenta los principales resultados a partir de la matriz de confusión. Los resultados más importantes de las matrices de confusión para la clasificación con máxima verosimilitud gaussiana (GMLC) incluyen los resultados presentados en [4] en el cual se usa el filtro *clásico* para la imagen completa. Esto muestra el porcentaje de pixels que fue etiquetado como el perteneciente a la región R_i y que fue correctamente clasificado como perteneciente a la región R_i , para $1 \leq i \leq 3$. Llamamos “None” a la fila correspondiente a los resultados en la imagen original, sin filtrar, con filtro “Stack k con muestras” denominamos a nuestra propuesta de construir filtros stack óptimos mediante muestras, aplicadas k veces, con filtro “Stack k” la construcción clásica aplicada k veces, y “Frost” y “Lee” los filtros clásicos usados para ruido speckle. Esto pone de manifiesto la superioridad de los filtros stack (en los enfoques clásico y con regiones de interés) sobre filtros de speckle, aunque los filtros stack por muestras de interés requieren de más de una iteración para superar en performance a estos últimos. En los experimentos llevados a cabo en esta tesis, el entrenamiento de filtros *stack* utilizando regiones de entrenamiento demandó un tiempo dos órdenes de magnitud menor que el tiempo correspondiente a entrenar con la imagen total y ambos filtros producen resultados comparables al ser aplicados. Esto indica que el uso de entrenamiento por regiones de interés puede ser una solución competitiva para este tipo de imágenes.

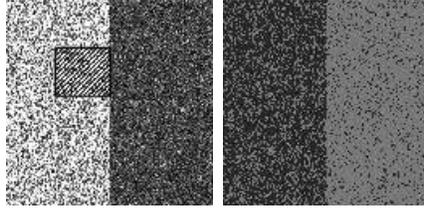
Tabla 6.2: *Estadísticas de las matrices de confusión*

	R_1/R_1	R_2/R_2	R_3/R_3
Sin Filtrar	13.40	48.16	88.90
Stack 1 por muestras	9.38	65.00	93.19
Stack 22 por muestras	63.52	74.87	96.5
Stack 1	14.35	64.65	90.86
Stack 40	62.81	89.09	94.11
Stack 95	63.01	93.20	94.04
Frost	16.55	55.54	90.17
Lee	16.38	52.72	89.21

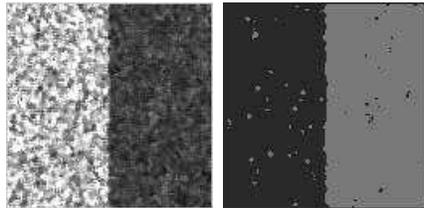
6.5 Conclusiones

En este capítulo, se muestra el efecto del filtro Stack sobre imágenes SAR. Se consideraron dos puntos de vista: el de la performance sobre clasificación, y el de la calidad de la percepción. Para el segundo enfoque, se realizó un experimento Monte Carlo con imágenes SAR sintéticas de 1-look, para realizarlo se generaron gran cantidad de imágenes ruidosas. En este caso, se comparó el filtro de Lee con el filtro stack de una pasada sobre imágenes con distintos grados de contraste. Los resultados del índice β muestran que el filtro stack se desempeña mejor que el filtro de Lee. Los resultados del índice Q se muestran ligeramente mejores en el caso de los filtros stack que sobre la imágenes filtradas con filtro de Lee. La evaluación de calidad no es conclusi-

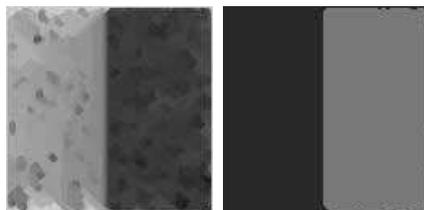
va pero indica el potencial de los filtros stack en procesamiento de imágenes SAR para el análisis visual. Los resultados de clasificación y de percepción de calidad sugieren que los filtros stack son una herramienta promisoría en el procesamiento y el análisis de imágenes SAR.



(a) Imagen simulada y region de entrenamiento(izquierda), clasificada GMLC(derecha)

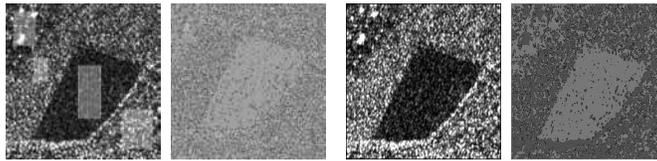


(b) Imagen con filtro stack, una iteración (izquierda), clasificada GMLC(derecha)

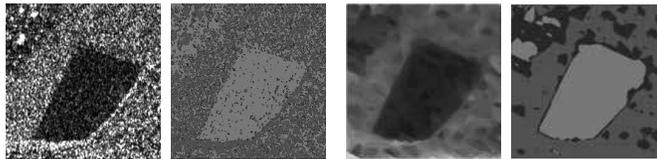


(c) Imagen con filtro stack, con 95 iteraciones, clasificada GMLC(derecha)

Figura 6.2: *Filtro stack entrenado por muestras aplicado a imagen simulada $\mathcal{G}^0(-1, 5\gamma_{-1,5,1}^*, 1)$.*



(a) Imagen SAR real y muestras de (b) Imagen con filtro de Frost
 entrenamiento (izquierda), clasificada (izquierda), clasificada por máxima
 por máxima verosimilitud (derecha) verosimilitud (derecha)



(c) Imagen con filtro de Lee (izquier- (d) Imagen con filtro *filtro stack* 20
 da) y clasificada por máxima verosimil- iteraciones (izquierda), clasificada por
 itud (derecha) máxima verosimilitud (derecha)

Figura 6.3: *Filtro stack* entrenado por muestras, aplicado a una imagen SAR real.
 Comparación con filtro de Frost y filtro de Lee

Capítulo 7

Segmentación de imágenes SAR usando level sets y competición de regiones bajo el modelo \mathcal{G}^H model

Las imágenes de radar de apertura sintética(SAR) son difíciles de segmentar dado su ruido característico, el ruido speckle, el mismo que es multiplicativo, no gaussiano, tiene baja tasa señal-ruido. Este capítulo usa la distribución \mathcal{G}^H para modelar los datos SAR de las diferentes regiones de la imagen. Se estiman los parámetros estadísticos y se utilizan para aplicar un algoritmo de segmentación basado en competición de regiones. Aplicamos este algoritmo para segmentar imágenes simuladas y SAR reales y evaluamos la precisión de los resultados obtenidos. Una serie de dispositivos emplean

iluminación coherente, como el Radar de Apertura Sintética(SAR), sonar, laser y ultrasonido generan imágenes que poseen ruido speckle. Esta clase de ruido no aditivo, no gaussiano presenta dificultades para extraer información de los datos, por lo que se requiere de técnicas especializadas para hacer frente a esas imágenes. La segmentación de imágenes consiste en identificar los límites que separan las diferentes regiones, un procesamiento de imágenes de alto nivel se basa en hallar los límites precisos y exactos, entre otras características. Encontrar los límites entre regiones de diferente rugosidad es una tarea difícil cuando los datos están contaminadas por ruido speckle. Los datos del speckle pueden ser modelados estadísticamente utilizando la familia de distribuciones \mathcal{G} [14], dado que estas leyes de probabilidad son capaces de describir los datos observados mejor que otras leyes, especialmente en el caso de áreas rugosas y extremadamente rugosas. Como un caso de interés, en las imágenes SAR estas situaciones son comunes cuando escanean regiones urbanas o bosques de relieve ondulado, y para ellos el modelo clásico de las distribuciones Γ y \mathcal{K} no tienen un buen rendimiento [14, 27]. Bajo el modelo \mathcal{G} , las regiones con diferentes grados de rugosidad pueden ser caracterizadas por parámetros estadísticos. Por lo tanto, esta información estadística puede ser usada para encontrar los límites entre las regiones con diferentes rugosidades. Aquí utilizamos métodos de competencia de regiones bajo el modelo \mathcal{G}^H . Reemplazamos la hipótesis de ruido gaussiano en el funcional de la competición de regiones [43] bajo la hipótesis de ruido con distribución \mathcal{G}^H . La minimización del funcional resultante se lleva a cabo a través del formalismo de establecer el conjunto de nivel [35].

7.1 El modelo de imagen y la Distribución

\mathcal{G}^H

El modelo de imágenes SAR como producto de dos variables aleatorias independientes: el backscatter X , cantidad física que depende de la geometría y las características electromagnéticas de la superficie detectada, y el otro correspondiente al ruido speckle Y , el ruido típico de los dispositivos de iluminación coherente.

$$Z = X \cdot Y \quad (7.1)$$

Modela el retorno Z en cada pixel bajo el modelo multiplicativo. Para datos monopolarizados, el ruido speckle Y se modela como una variable aleatoria con distribución $\Gamma(\mathbf{n}, \mathbf{n})$, donde \mathbf{n} es el número de looks, su densidad está dada por:

$$f_Y(y) = \frac{\mathbf{n}^{\mathbf{n}}}{2^{\mathbf{n}}\Gamma(\mathbf{n})} y^{\mathbf{n}-1} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{n}y\right), y > 0. \quad (7.2)$$

También para este tipo de datos, se considera que el backscatter X obedece a Ley Gaussiana Inversa Generalizada, notada $\mathcal{N}^{-1}(\alpha, \lambda, \gamma)$ [11].

$$f_X(x) = \frac{(\lambda/\gamma)^{\alpha/2}}{2K_{\alpha}(\sqrt{\lambda\gamma})} x^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\lambda x + \frac{\gamma}{x}\right)\right), x > 0. \quad (7.3)$$

Los valores de los parámetros estadísticos γ , λ y α están restringidos a $\gamma > 0$ y $\lambda \geq 0$ cuando $\alpha < 0$, $\gamma > 0$ y $\lambda > 0$ cuando $\alpha = 0$, y $\gamma \geq 0$ y $\lambda > 0$ cuando $\alpha > 0$. La función K_{α} es la función de Bessel modificada de 3er. tipo.

El backscatter X puede mostrar diferentes grados de rugosidad y considerando esta característica, esto podría seguir modelos diferentes.

Para áreas suavizadas, tales como pasturas y muchos tipos de cultivos, una

distribución \mathcal{C} constante es un modelo adecuado para X . Para áreas homogéneas y también para áreas moderadamente heterogéneas, la distribución Γ es un buen modelo, y la distribución correspondiente para los datos SAR Z es la distribución \mathcal{K} .

Con el fin de modelar un rango amplio de objetivos, que van desde zonas rugosas a extremadamente rugosas, pueden utilizarse las distribuciones Gamma recíproca Γ^{-1} [14] y Gaussiana Inversa $IG(\gamma, \lambda)$. Esto a su vez da lugar a las distribuciones \mathcal{G}^H para el retorno Z , respectivamente. Estas distribuciones tienen la ventaja adicional de su tratabilidad matemática, en comparación con los \mathcal{K} de distribución. En este trabajo, proponemos el uso de la Inversión de la distribución gamma para modelar el backscatter X . Esta ley estadística es el resultado de lo que $\alpha = -1/2$ en la distribución gaussiana inversa generalizada $\mathcal{N}^{-1}(\alpha, \lambda, \gamma)$ por lo que se convierte en el $IG(\gamma, \lambda)$ distribución. La función de densidad de esta distribución está dada por la ecuación (Eq. 7.4).

$$f_X(x) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi x^3}} \exp\left(-\frac{(\sqrt{\lambda}x - \sqrt{\gamma})^2}{2x}\right), \quad x > 0, \quad (7.4)$$

con $\lambda, \gamma > 0$. Los parámetros γ y λ pueden ser usados para definir una nuevo par de parámetros ω and η , dados por $\omega = \sqrt{\gamma\lambda}, \eta = \sqrt{\gamma/\lambda}$ así fórmula (7.4) puede reescribirse como

$$f_X(x) = \sqrt{\frac{\omega\eta}{2\pi x^3}} \exp\left(-\frac{1}{2}\omega\frac{(x-\eta)^2}{x\eta}\right), \quad x > 0. \quad (7.5)$$

Entonces $X \sim GI(\omega, \eta)$, y es posible ver que los momentos correspondientes están dados por

$$\mathbb{E}[X^r] = \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} \exp(\omega)\eta^r K_{r-\frac{1}{2}}(\omega). \quad (7.6)$$

donde $K_{r-\frac{1}{2}}(\omega)$ es la función Bessel de tercer tipo. Dado que el orden de esta función es $r - \frac{1}{2}$ con r un número entero, hay una fórmula cerrada que permite que sea evaluada con facilidad. En la Figura (7.1) pueden verse las curvas correspondientes a la densidad para $\eta = 1$ y varios valores de ω . Puede observarse que la varianza aumenta a medida que el parámetro ω se acerca a 0.

En la Figura (7.2) pueden verse las curvas correspondientes a la densidad para $\omega = 1$ y varios valores de η . Se observa que la curva se aplana a medida que el valor del parámetro aumenta. Este último comportamiento es el típico exhibido por los parámetros de escala.

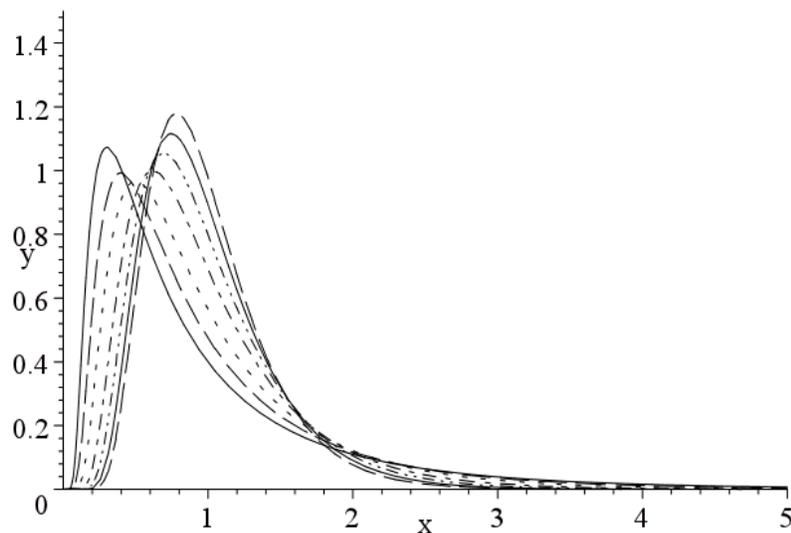


Figura 7.1: Densidad de la distribución IG (x, ω, η), para $\eta = 1$ y $\omega = 1$ (sólida), $\omega = \sqrt{2}$ (raya), $\omega = 2$ (punteada), $\omega = 3$ (punto-rama), $\omega = 4$ (punto-punto-rama), $\omega = 5$ (sólida) y $\omega = 6$ (raya).

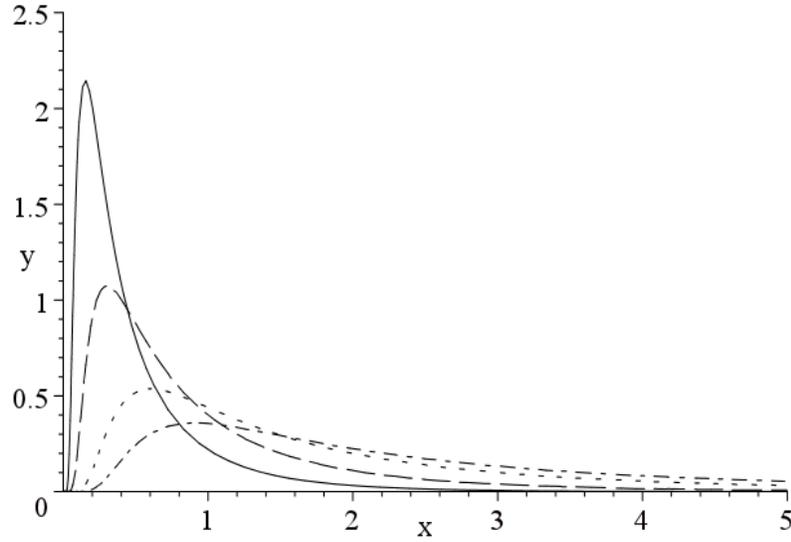


Figura 7.2: Densidad de la distribución $IG(x, \omega, \eta)$, para $\omega = 1$ y $\eta = 0,5$ (sólida), $\eta = 1$ (raya), $\eta = 2$ (punteado) y $\eta = 3$ (punto-raya).

$$f_{\mathcal{G}^H}(z) = \frac{n^n}{\Gamma(n)} \sqrt{\frac{2\omega\eta}{\pi}} \exp(\omega) \left(\frac{\omega}{\eta(\omega\eta + 2nz)} \right)^{n/2+1/4} \cdot z^{n-1} K_{n+1/2} \left(\sqrt{\frac{\omega}{\eta}(\omega\eta + 2nz)} \right), \quad (7.7)$$

con $\omega, \eta, z > 0$ y $n \geq 1$, respectivamente.

Los momentos de la distribución \mathcal{G}^H son:

$$E_{\mathcal{G}^H}(Z^r) = \left(\frac{\eta}{n} \right)^r \exp(\omega) \sqrt{\frac{2\omega}{\pi}} K_{r-1/2}(\omega) \frac{\Gamma(n+r)}{\Gamma(n)}, \quad (7.8)$$

y son usados para estimar parámetros estadísticos.

7.2 Segmentación de la Imagen

Sea una imagen $I : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$ imagen definida sobre $\Omega \subseteq \mathfrak{R}^2$. El objetivo del proceso de segmentación es encontrar una familia de regiones $\mathcal{R} = \{\mathbf{R}_i\}_{i=1\dots N}$ tal que:

- Cada región es un subconjunto del dominio de la imagen $\mathbf{R}_i \subseteq \Omega$.
- Las regiones son pares disjuntos $\mathbf{R}_i \cap \mathbf{R}_j = \phi \ \forall i \neq j$.
- Cubre el dominio de la imagen $\cup_{i=1}^N \mathbf{R}_i \subseteq \Omega$.
- Los puntos de cada región comparten algunas características de la imagen.

Zhu & Yuille [43] propusieron que los valores de intensidad de los puntos de cada región sean consistentes con los generados por parte de una familia de distribuciones de probabilidad pre-especificada $P(I(\vec{x}) : \vec{\alpha}_i)$, donde $\vec{\alpha}_i$ son los parámetros de la distribución para la región \mathbf{R}_i . En [43] el problema de la segmentación de imágenes se plantea como la minimización de la energía funcional:

$$E^{ZY}(\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_N, \vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_N) = \sum_{i=1}^N \left(- \int_{\mathbf{R}_i} \log P(I(\vec{x}) : \vec{\alpha}_i) d\vec{x} + \frac{\mu}{2} \oint_{\partial \mathbf{R}_i} ds \right) \quad (7.9)$$

siendo $\partial \mathbf{R}_i$ la frontera de la región \mathbf{R}_i . Las regiones que minimizan el funcional son de la familia ideal de regiones \mathcal{R} . En primer lugar, es la suma del costo de codificar la intensidad de todo pixel (\vec{X}) a los lados de la región

\mathbf{R}_i de acuerdo a su distribución, por lo tanto $P(I(\vec{x}) : \vec{\alpha}_i)$ está dado por la Ecuación (7.7) y $\vec{\alpha}_i = (\omega_i, \eta_i)$.

7.2.1 Minimización basada en Level Set

Aunque el funcional Ec.(7.9) describe el problema con bastante precisión, su minimización es muy difícil. Los métodos basados en conjuntos de nivel son una manera de resolver este problema. Los métodos tiene un conjunto de propiedades interesantes. En primer lugar, los conjuntos de nivel pueden describir la segmentación. En segundo lugar, no es necesario discretizar los contornos de los objetos. Los métodos basados en conjuntos de nivel [35] consisten en reducir al mínimo los funcionales como la Ec.(7.9) ha sido tratada en múltiples trabajos [39, 6, 3, 25]. La mayoría de ellos utilizan más de una función de conjuntos de nivel para representar a las regiones. La principal dificultad es que la evolución de las funciones necesitan estar acopladas para mantener las restricciones de las regiones disjuntas. En el caso de dos regiones esta limitación está implícitamente satisfecha.

En [39] Chan y Vese extendieron el trabajo de [5] para tratar el caso de multiples regiones utilizando solamente $\log N$ funciones de conjuntos de nivel. Cuando el número de regiones es potencia de 2, este modelo respeta implícitamente la restricción de que las regiones son disjuntas. Sin embargo, cuando el número de funciones de conjuntos de nivel no es potencia de 2, este modelo presenta dos problemas. El primer problema es que los bordes de las regiones son sumados dos veces; el segundo es que se generan regiones vacías.

Diferente es el enfoque que se propone en [25] donde $N - 1$ se utilizan las funciones de nivel

$$\{\Phi_i\}_{i=1\dots N-1}$$

se utilizan para representar N regiones. En el trabajo que definen las regiones

$$\mathbf{R}_{\Phi_i} = \{x \in \Omega | \Phi(x) > 0\}$$

y la segmentación deseada está dada por la familia

$$\mathcal{R} = \{\mathbf{R}_{\Phi_1}, \mathbf{R}_{\Phi_1}^c \cap \mathbf{R}_{\Phi_2}, \mathbf{R}_{\Phi_1}^c \cap \mathbf{R}_{\Phi_2}^c \cap \mathbf{R}_{\Phi_3}, \dots, \mathbf{R}_{\Phi_1}^c \cap \dots \cap \mathbf{R}_{\Phi_{N-1}}^c\}$$

que satisface la restricción de partición, por definición. Las ecuaciones de movimiento propuestas son:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}(\vec{x}, t) = \|\nabla \Phi_1(\vec{x}, t)\| \left(P(I(\vec{x}) : \alpha_1) - \psi_1(\vec{x}) + \mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi_1(\vec{x}, t)}{\|\nabla \Phi_1(\vec{x}, t)\|} \right) \right) \\ \vdots \\ \frac{\partial \Phi_j}{\partial t}(\vec{x}, t) = \|\nabla \Phi_j(\vec{x}, t)\| \left(P(I(\vec{x}) : \alpha_j) - \psi_j(\vec{x}) + \mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi_j(\vec{x}, t)}{\|\nabla \Phi_j(\vec{x}, t)\|} \right) \right) \\ \vdots \\ \frac{\partial \Phi_{N-1}}{\partial t}(\vec{x}, t) = \|\nabla \Phi_{N-1}(\vec{x}, t)\| \left(P(I(\vec{x}) : \alpha_{N-1}) - \psi_{N-1}(\vec{x}) + \mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi_{N-1}(\vec{x}, t)}{\|\nabla \Phi_{N-1}(\vec{x}, t)\|} \right) \right) \end{array} \right. \quad (7.10)$$

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial t}(\vec{x}, t) = \|\nabla \Phi_j(\vec{x}, t)\| \left(P(I(\vec{x}) : \alpha_j) - \psi_j(\vec{x}) + \mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi_j(\vec{x}, t)}{\|\nabla \Phi_j(\vec{x}, t)\|} \right) \right) \quad (7.11)$$

con $1 \leq j \leq N - 1$, y donde $\psi_j(\vec{x})$ está dada por:

$$\begin{aligned}
\psi_j(\vec{x}) &= P(I(\vec{x}) : \alpha_{j+1}) \chi_{R_{\Phi_{j+1}}}(\vec{x}) \\
&+ P(I(\vec{x}) : \alpha_{j+2}) \chi_{R_{\Phi_{j+1}}^c \cap R_{\Phi_{j+2}}}(\vec{x}) \\
&\dots \\
&+ P(I(\vec{x}) : \alpha_{N-1}) \chi_{R_{\Phi_{j+1}}^c \cap \dots \cap R_{\Phi_{N-2}}^c \cap R_{\Phi_{N-1}}}(\vec{x}) \\
&+ P(I(\vec{x}) : \alpha_N) \chi_{R_{\Phi_{j+1}}^c \cap \dots \cap R_{\Phi_{N-2}}^c \cap R_{\Phi_{N-1}}^c}(\vec{x})
\end{aligned}$$

El último enfoque es simple y fácil de implementar. Esto fue utilizado satisfactoriamente en segmentación de imágenes SAR en [2]. Este es el enfoque que fue adoptado en este trabajo.

7.3 Experimentos y Análisis de Resultados de la Segmentación de Imágenes usando el modelo \mathcal{G}^H

El algoritmo propuesto ha sido probado en imágenes simuladas y SAR reales. En la Figura (7.3) y Figura (7.3) se muestran los resultados de dos imágenes simuladas, en las Figura (7.3(a)) y la Figura (7.4(a)), de izquierda a derecha, los contornos iniciales, su evolución y los resultados finales. Aquellas imágenes fueron generadas usando la distribución \mathcal{G}^H . Los parámetros usados para generar cada una de las regiones y la estimación de parámetros correspondientes a las imágenes segmentadas son mostradas en la Tabla (tab:00). El porcentaje de pixels correctamente clasificado en la primer imagen es

	Figura (7.3)			
Región color	η	ω	η -estimados	ω -estimados
Fondo	2.75	57.60	2.47	55.8
Rosa	3.1	10.5	2.88	10.57
Amarillo	1.08	2.25	1.13	2.20
Azul	10.0	5.0	7.07	4.90

Tabla 7.1: *Valores de los parámetros usados para generar los datos simulados en la Figura (7.3(a)) y su correspondiente estimación, calculado para las regiones segmentadas en la Figura (7.3(d)).*

97,05 % y en la segunda imagen es 96,89 %. Los resultados obtenidos por la segmentación de imágenes simuladas son similares en rendimiento a aquellas obtenidas por [2]. Los resultados para dos imágenes SAR reales con diferentes números de regiones se muestran en la Figura (7.5)(a) a (d) y la Figura (7.6)(e) a (f).

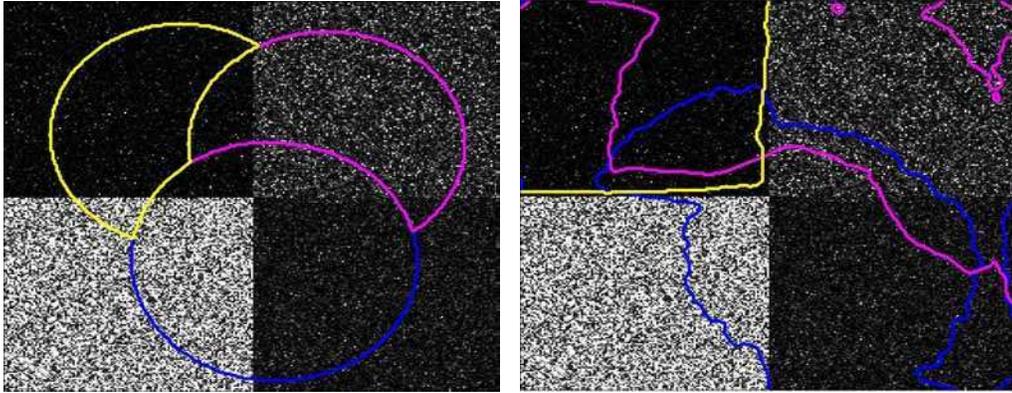
Los resultados presentados se basan en la idea de que la caracterización de regiones en imágenes SAR al uso de los parámetros estadísticos de la distribución \mathcal{G}^H es muy usado y puede ser incorporado satisfactoriamente en un esquema basado en segmentación basado en conjuntos de nivel.

	Figura (7.4)			
Región color	η	ω	η -estimate	ω -estimate
Fondo	13.4	7.4	13.62	7.37
Rosa	1.95	67.60	1.33	56.97
Amarillo	8.1	15.50	7.71	15.14
Azul	1.43	3.16	1.51	3.15

Tabla 7.2: Valores de los parámetros usados para generar los datos simulados en la Figura (7.4(a)) y su correspondiente estimación, calculado para las regiones segmentadas en la Figura (7.4(c)).

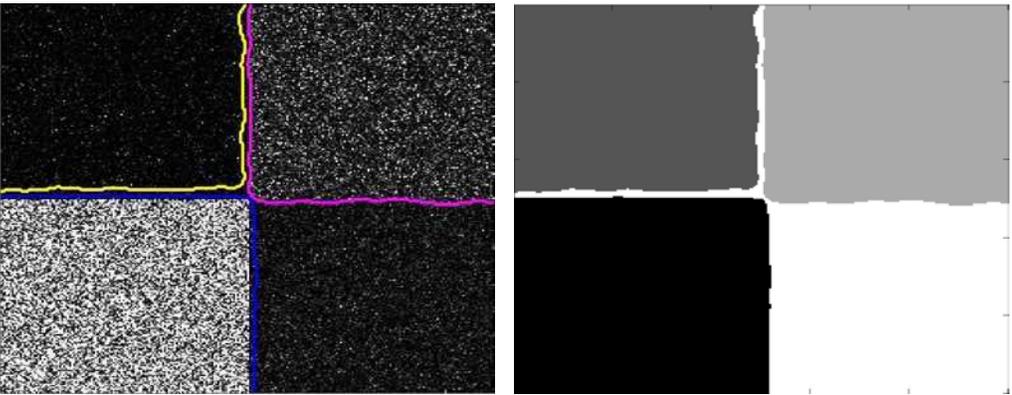
	Figura (7.5)		Figura (7.6)	
Región color	η	ω	η	ω
Fondo	2.60	3.38	1.06	2.09
Rosa	12.93	2.95	3.21	17.46
Amarillo	66.85	3.08	46.54	0.62
Azul	—	—	9.14	2.35

Tabla 7.3: Parámetros estimados para la distribución \mathcal{G}^H según las regiones segmentadas de la Figura (7.5) y la Figura (7.6).



(a) Curva inicial

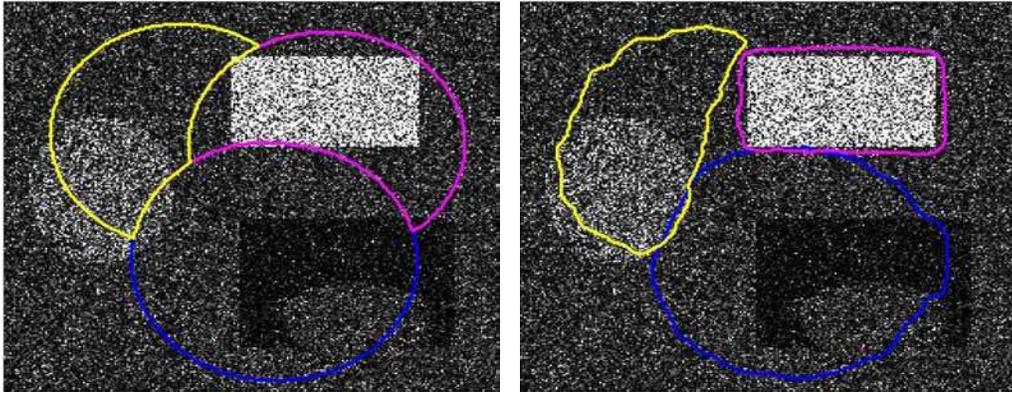
(b) Posición de las curvas en la iteración 11



(c) Posición final de las curvas

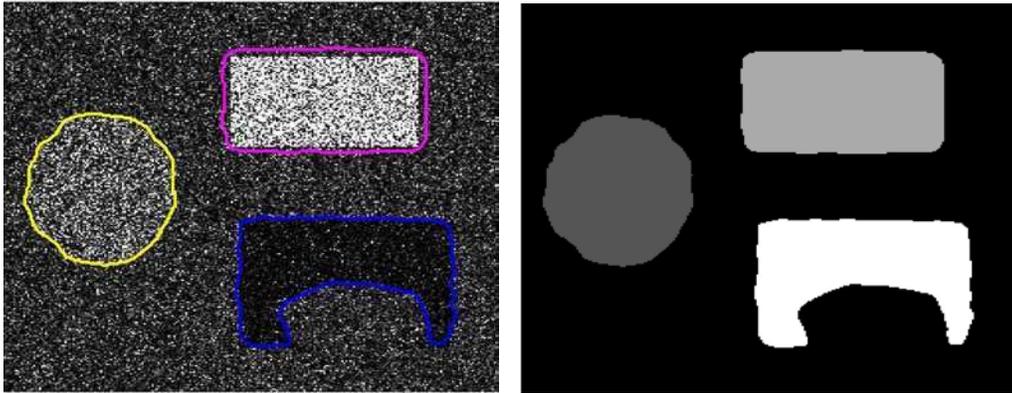
(d) Segmentación y contornos

Figura 7.3: *Resultado sobre imágenes simuladas de 4 regiones adyacentes y 3 curvas iniciales.*



(a) Curva inicial

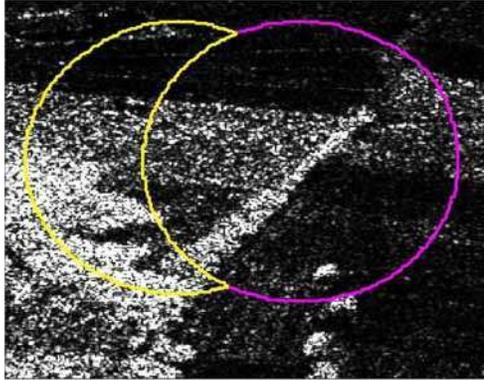
(b) Posición de las curvas en la iteración 11



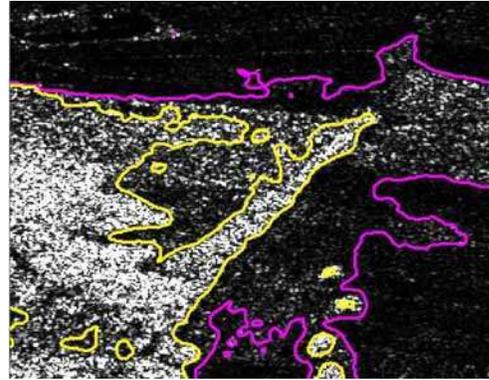
(c) Posición final de las curvas

(d) Regiones segmentadas, sus correspondientes contornos se muestran con el mismo nivel de color

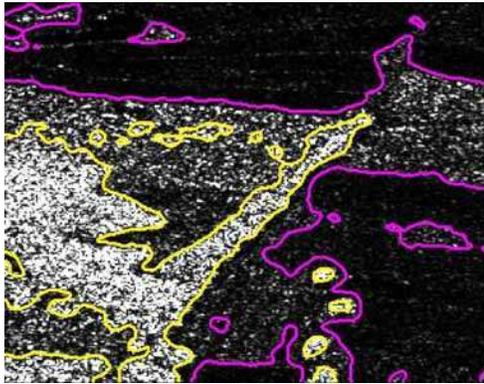
Figura 7.4: *Imagen simulada con fondo y 3 detalles de formas y 3 curvas iniciales.*



(a) curva inicial



(b) Posición de las curvas en la iteración 11

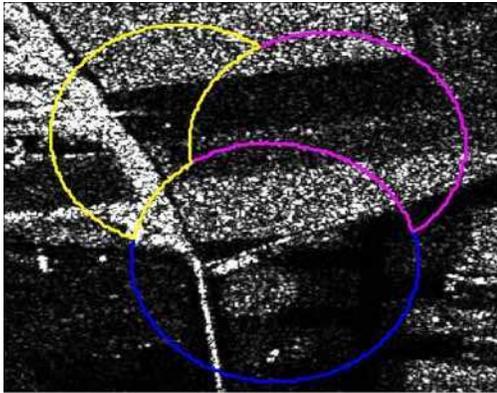


(c) Posición final de las curvas

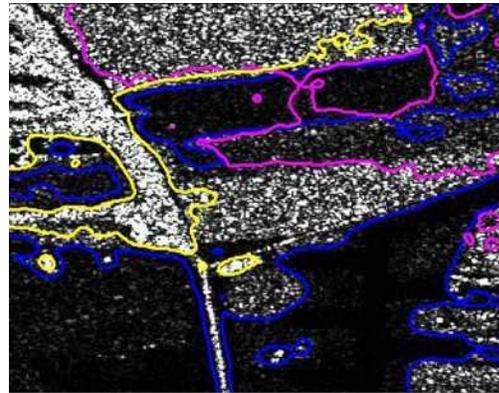


(d) segmentación resultante

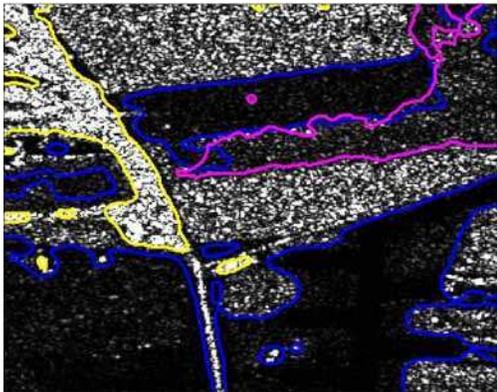
Figura 7.5: *Evolución de 2 curvas iniciales en imagen SAR real.*



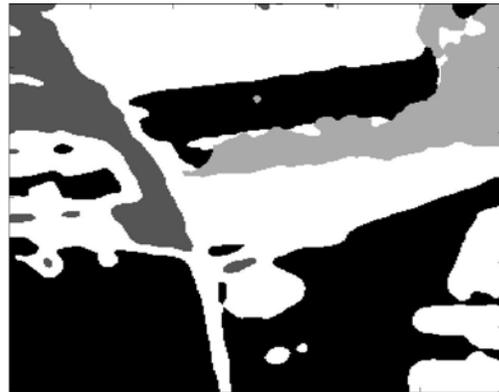
(a) 3 curvas iniciales



(b) Posición de las curvas en la iteración 11



(c) Posición final de la evolución de las curvas



(d) Resultado de la segmentación

Figura 7.6: *Imagen SAR real con 3 regiones iniciales.*

Capítulo 8

Conclusiones

En esta tesis se estudió la efectividad de aplicar filtros *stack* adaptativos para el tratamiento de imágenes de Radar de Apertura Sintética. La efectividad de este tipo de filtros fue evaluada mediante la estimación de parámetros estadísticos de las imágenes filtradas, mediante la performance de la clasificación de las mismas y también se utilizaron medidas de calidad perceptual tales como el índice de calidad universal Q y el índice β para la preservación de bordes.

También se estudió la segmentación de imágenes SAR utilizando conjuntos de nivel y competición de regiones. Aquí los datos SAR fueron modelados mediante la distribución \mathcal{G}^H . Para las experiencias se utilizaron diversas imágenes simuladas y una imagen real y se segmentaron según la cantidad de regiones iniciales, cuatro y tres, obteniéndose resultados satisfactorios para las segmentaciones realizadas. Con esto se comprobó la utilidad de la distribución \mathcal{G}^H en este método de segmentación.

En la evaluación de los filtros *stack*, los parámetros estadísticos utilizados fueron, por un lado el coeficiente de variación y el número equivalente de looks, con el objetivo de evaluar la capacidad de reducción del ruido *speckle* y por otro lado *skewness* y *kurtosis* para evaluar la Gaussianidad de los datos filtrados. Para esto se realizó un experimento de Monte Carlo con imágenes simuladas según la distribución \mathcal{G}^0 y 1-look, utilizando diferentes valores de rugosidad. Se evidenció una significativa reducción en el ruido de las imágenes filtradas y una mayor Gaussianidad de las mismas.

La performance de clasificación de las imágenes filtradas con filtro *stack* fue contrastada con la obtenida con imágenes filtradas con los filtros Frost y Lee. Para esto se utilizó una imagen real de agricultura. En esta experiencia se pudo comprobar la buena performance del filtro *stack*, particularmente al aplicarlo en forma iterada, y también se pudieron apreciar las ventajas de entrenar el filtro en zonas de entrenamiento vs. entrenar con la imagen total, ya que, con el primer enfoque se obtuvo un filtro de performance comparable a la del segundo pero reduciendo significativamente los tiempos de entrenamiento.

Para la evaluación de la calidad perceptual de las imágenes filtradas, se realizó un experimento de Monte Carlo con imágenes simuladas según la distribución \mathcal{G}^0 y 1-look con dos regiones de diferente brillo y para distintos valores de contraste entre ambas regiones, realizándose una comparación con el filtro Lee. Los resultados para el índice β de preservación de bordes mostraron una mejor performance para el filtro *stack* en los casos de alto contraste, mientras que los resultados para el índice Q evidenciaron una performance ligeramente mejor para el filtro Lee.

De los resultados anteriores puede concluirse que los filtros *stack* son una herramienta útil en el tratamiento de imágenes de Radar de Apertura Sintética.

Lic. María Elena Buemi
Doctoranda

Dr. Julio César A. Jacobo Berles
Director

Bibliografía

- [1] J. Astola and P. Kuosmanen. *Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering*. CRC Press, Boca Raton, 1997.
- [2] I. B. Ayed, A. Mitiche, and Z. Belhadj. Multiregion level-set partitioning of synthetic aperture radar images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 27(5):793–800, 2005.
- [3] T. Brox and J. Weickert. Level set segmentation with multiple regions level set segmentation with multiple regions. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 15(10):3213–3218, 2006.
- [4] M. E. Buemi, M. Mejail, J. Jacobo, and J. Gambini. Improvement in sar image classification using adaptive stack filters. In *Proceedings of the XX Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing, SIBGRAPI '07*, pages 263–270, Washington, DC, USA, 2007. IEEE Computer Society.
- [5] T. F. Chan and L. A. Vese. Active contours without edges. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 10(2):266–277, 2001.

- [6] G. Chung and L. Vese. Energy minimization based segmentation and denoising using a multilayer level set approach. *Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 439–455, 2005.
- [7] E. Chuvieco. *Fundamentos de teledetección espacial*. Ediciones Rialp, Madrid, 1996.
- [8] E. J. Coyle and J.-H. Lin. Stack filters and the mean absolute error criterion. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 36:1244–1254, August 1988.
- [9] D. Dellamonica Jr., P. J. S. Silva, C. Humes Jr., N. S. T. Hirata, and J. Barrera. An exact algorithm for optimal mae stack filter design. *IEEE Transactions on Image Processing*, 16(2):453–462, Feb. 2007.
- [10] D. Diaz and J. L. Paredes. FPGA implementation of a new family of stack filters. In *Proceedings of the Fifth IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems*, volume 1, pages 152–157, 3-5 Nov. 2004.
- [11] A. C. Frery, A. Correia, C. D. Renno, C. Da C. Freitas, J. Jacobo-Berlles, K. L. P. Vasconcellos, M. Mejail, and S. J. S. Sant’anna. Models for synthetic aperture radar image analysis. In *Proceedings of IGARSS 1999*, 1999.
- [12] A. C. Frery, A. H. Correia, C. D. Rennó, C. C. Freitas, J. Jacobo-Berlles, M. E. Mejail, and K. L. P. Vasconcellos. Models for synthetic aperture radar image analysis. *Resenhas (IME-USP)*, 4(1):45–77, 1999.

- [13] A. C. Frery, H.-J. Müller, C. C. F. Yanasse, and S. J. S. Sant'Anna. A model for extremely heterogeneous clutter. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 35(3):648–659, 1996.
- [14] A. C. Frery, H.-J. Müller, C. C. F. Yanasse, and S. J. S. Sant'Anna. A model for extremely heterogeneous clutter. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 35(35(3)):648–659, 1997.
- [15] V. S. Frost, J. A. Stiles, K. S. Shanmugan, and J. C. Holtzman. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 4:157–166, mar 1982.
- [16] J. W. Goodman. Some fundamental properties of speckle. *Journal of the Optical Society of America*, 66:1145–1150, 1976.
- [17] F. Hampel, E. Ronchetti, P. Rousseeuw, and Stahel W. *Robust statistics*. John Wiley, 1986.
- [18] J. Jacobo. Radar de apertura sintética. *Reporte Técnico*, 1999.
- [19] A. D. Korshunov. Monotone boolean functions. *Russian Mathematical Surveys*, 58(5):929, 2003.
- [20] A. D. Korshunov and I. Shmulevich. On the distribution of the number of monotone boolean functions relative to the number of lower units. *Discrete Mathematics*, pages 463–479, 2002.
- [21] J.-S. Lee. Refined filtering of image noise using local statistics. *Computer Graphics and Image Processing*, 15(4):380–389, April 1981.

- [22] H.-J. Lin, T. M. Sellke, and E. J. Coyle. Adaptive stack filtering under the mean absolute error criterion. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Process*, 38:938–954, June 1990.
- [23] J.-H. Lin and Y. T. Kim. Fast algorithms for training stack filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 42(3):772–781, 4 1994.
- [24] W. Lin and C. C. Jay Kuo. Perceptual visual quality metrics: A survey. *J. Vis. Comun. Image Represent.*, 22(4):297–312, May 2011.
- [25] A.-R. Mansouri, A. Mitiche, and C. Vazquez. Multiregion competition: A level set extension of region competition to multiple region image partitioning. *Computer Vision and Image Understanding*, 101(3):137–150, March 2006.
- [26] G. Matheron. *Random sets and integral geometry*. Wiley series in probability and mathematical statistics. Probability and mathematical statistics. Wiley, 1975.
- [27] M. E. Mejail, A. C. Frery, J. Jacobo-Berlles, and O. H. Bustos. Approximation of distributions for SAR images: proposal, evaluation and practical consequences. *Latin American Applied Research*, 31:83–92, 2001.
- [28] M. E. Mejail, J. Jacobo-Berlles, A. C. Frery, and O. H. Bustos. Parametric roughness estimation in amplitude SAR images under the multiplicative model. *Revista de Teledetección*, 13:37–49, 2000.
- [29] M. E. Mejail, J. Jacobo-Berlles, A. C. Frery, and O. H. Bustos. Classification of SAR images using a general and tractable multiplicative model. *International Journal of Remote Sensing*, 24(18):3565–3582, 2003.

- [30] C. Oliver and S. Quegan. *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*. Artech House, 1998.
- [31] J.L. Paredes and G.R. Arce. Stack filters, stack smoothers, and mirrored threshold decomposition. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(10):2757–2767, Oct. 1999.
- [32] M. K. Prasad. Stack filter design using selection probabilities. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(3):1025–1037, Mar 2005.
- [33] J. A. Richards. *Remote sensing digital image analysis : an introduction / John A. Richards*. Springer-Verlag, Berlin ; New York :, 2nd rev. and enlarged ed. edition, 1993.
- [34] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, Inc., Orlando, FL, USA, 1983.
- [35] J. A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods: Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*. Cambridge University Press, 2007.
- [36] G. Shi, W. Dong, and Z. Liu. Design and implementation of stack filter based on immune memory clonal algorithms with hybrid computation. In *48th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, pages 1159–1162 Vol.2, 7-10 Aug. 2005.
- [37] Ioan Tăbuș. *Training and Model based Approaches for Optimal Stack and Boolean Filtering with Applications in Image Processing*. PhD thesis, 1995.

- [38] R. K. Moore F. T. Ulaby and A. K. Fung. *Microwave remote sensing: active and pasive*. Radar remote sensing and surface scattering and emission Theory. Addison-Wesley Publishing Company, London, 1982.
- [39] L. A. Vese and T. F. Chan. A multiphase level set framework for image segmentation using the mumford and shah model. *International Journal of Computer Vision*, 50:271–293, 2002.
- [40] Zhou Wang and A.C. Bovik. A universal image quality index. *Signal Processing Letters, IEEE*, 9(3):81–84, mar 2002.
- [41] P. D. Wendt, E. J. Coyle, and N. C. Gallanher Jr. Stack filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 34:898–911, 8 1986.
- [42] J. Yoo, K. L. Fong, J.-J. Huang, E. J. Coyle, and G. B. Adams III. A fast algorithm for designing stack filters. *IEEE Transactions on Image Processing*, 8(8):772–781, 8 1999.
- [43] Song C. Zhu and Alan Yuille. Region competition: Unifying snakes, region growing, and bayes/mdl for multiband image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18:884–900, 1996.