

Tesis Doctoral

Efectos de la cromodinámica cuántica en la física del bosón de Higgs

Mazzitelli, Javier

2016-07-22

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Mazzitelli, Javier. (2016-07-22). Efectos de la cromodinámica cuántica en la física del bosón de Higgs. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Cita tipo Chicago:

Mazzitelli, Javier. "Efectos de la cromodinámica cuántica en la física del bosón de Higgs". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 2016-07-22.

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires



Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

Efectos de la cromodinámica cuántica en la física del bosón de Higgs

Tesis presentada para optar al título de Doctor de la
Universidad de Buenos Aires en el área Ciencias Físicas por
Javier Mazzitelli

Director de Tesis: Daniel de Florian

Consejero de Estudios: Fernando Lombardo

Lugar de Trabajo: Departamento de Física, FCEyN, UBA

Resumen

A lo largo de la presente tesis hemos llevado a cabo el cálculo de las correcciones predichas por la cromodinámica cuántica para distintas secciones eficaces que son relevantes para la caracterización del bosón de Higgs descubierto en el LHC, hasta el momento compatible con aquel del modelo estándar. En particular, hemos analizado la producción de uno y dos bosones de Higgs a través del mecanismo de fusión de gluones, principal canal de producción en el LHC. En todos los casos, trabajamos en el límite en que la masa del quark top es grande, a través del cual se obtiene un Lagrangiano de interacción efectivo entre el bosón de Higgs y gluones.

Para la sección eficaz correspondiente a la producción de un bosón de Higgs, uno de los procesos más relevantes en el LHC, hemos obtenido expresiones aproximadas a tercer y cuarto orden, mejorando los resultados disponibles anteriormente, y observando una reducción de las incertezas teóricas respecto de órdenes anteriores.

En el caso de la producción de dos bosones de Higgs, cuyo interés reside en la posibilidad de medir en el futuro la auto-interacción del bosón de Higgs y por lo tanto el potencial escalar del modelo estándar, hemos calculado las correcciones a segundo orden, obteniendo la predicción más precisa disponible hasta el momento. Además, hemos considerado la emisión de gluones soft a todo orden en la expansión perturbativa, a través de la denominada resumación de umbral, alcanzando de esta forma resultados aún más confiables. Nuestras predicciones, incluidas en el informe anual del *Higgs Cross Section Working Group* del LHC, son utilizadas por las colaboraciones experimentales ATLAS y CMS.

Palabras clave: Bosón de Higgs, Cromodinámica Cuántica, LHC, Cálculos Perturbativos, Fusión de Gluones

Effects of quantum chromodynamics in the physics of the Higgs boson

Abstract

In this Thesis we have carried on the calculation of the corrections predicted by quantum chromodynamics for different cross sections which are relevant for the characterization of the Higgs boson discovered at the LHC, so far compatible with that of the standard model. In particular, we have analysed the production of one and two Higgs bosons through the gluon fusion mechanism, which is the main production channel at the LHC. We worked in the large top-quark mass limit, in which an effective Lagrangian arises for the interaction between the Higgs boson and the gluons.

For the cross section corresponding to the production of a single Higgs boson, one of the most relevant processes at the LHC, we have obtained approximate expressions for the third and fourth order corrections, improving the previously available results, and observing a reduction of the theoretical uncertainties with respect to previous orders.

For the case of the double Higgs production, which gives the opportunity to measure in the future the Higgs self-interaction and therefore the scalar potential of the standard model, we have obtained the second order corrections, reaching the most precise prediction available for the moment. Furthermore, we have considered the all-orders soft gluon emission, through the so called threshold resummation, obtaining even more reliable results. Our predictions, which are included in the annual report of the LHC Higgs Cross Section Working Group, are used by the experimental collaborations ATLAS and CMS.

Keywords: Higgs Boson, Quantum Chromodynamics, LHC, Perturbative Calculations, Gluon Fusion

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Resultados experimentales del LHC | 3 |
| 2. QCD perturbativa | 11 |
| 2.1. $SU(3)$ de color | 11 |
| 2.2. Running coupling y libertad asintótica | 14 |
| 2.3. Factorización del corto y largo alcance | 15 |
| 2.4. Correcciones radiativas | 17 |
| 2.4.1. Regularización dimensional | 18 |
| 2.4.2. Divergencias en emisiones reales | 19 |
| 2.4.3. Límite soft | 20 |
| 2.4.4. Contratérminos colineales | 23 |
| 2.5. Ecuaciones de evolución | 25 |
| 3. Producción de un bosón de Higgs más allá del NNLO | 29 |
| 3.1. Introducción | 29 |
| 3.2. Restricciones obtenidas a partir del kernel físico | 32 |
| 3.3. Resultados fenomenológicos | 40 |
| 3.4. Conclusiones | 53 |

| | |
|---|------------|
| 4. Producción de dos bosones de Higgs a NNLO | 55 |
| 4.1. Introducción | 55 |
| 4.2. Cálculo de las correcciones virtuales a 2 loops | 62 |
| 4.2.1. Reduccion de integrales de Feynman | 62 |
| 4.2.2. Resultados a 2 loops | 66 |
| 4.2.3. Fenomenología soft-virtual | 73 |
| 4.3. Cálculo completo a NNLO | 75 |
| 4.3.1. Descripción del cálculo | 75 |
| 4.3.2. Sección eficaz a NNLO | 80 |
| 4.3.3. Fenomenología a NNLO | 82 |
| 4.4. Conclusiones | 85 |
| 5. Resumación de umbral para la producción de dos bosones de Higgs | 87 |
| 5.1. Resumación de umbral | 87 |
| 5.2. Formalismo y resumación a NNLL | 95 |
| 5.3. Fenomenología a NNLL | 101 |
| 5.4. Conclusiones | 108 |
| Conclusiones | 111 |
| Apéndice A | 115 |
| Apéndice B | 127 |
| Apéndice C | 133 |
| Apéndice D | 137 |
| Referencias | 141 |

Capítulo 1

Introducción

El modelo estándar (SM) de partículas elementales es una teoría altamente predictiva que, desde su desarrollo a partir de la mitad del siglo XX, ha cosechado muchos éxitos a través de numerosas y precisas comprobaciones experimentales. Se trata de una teoría de gauge que describe las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes entre las partículas subatómicas. Las partículas elementales del modelo que han sido directa o indirectamente observadas consisten en 12 fermiones de espín $\frac{1}{2}$ y sus respectivas antipartículas, organizados en tres familias leptónicas y tres familias de quarks, y bosones de gauge de espín 1 mediadores de las tres fuerzas: el fotón para el electromagnetismo, 8 gluones mediando la fuerza fuerte, y los bosones masivos Z y W^\pm para la interacción débil.

Debido a las restricciones provenientes de las simetrías de gauge que definen al modelo, con este contenido de partículas no es posible agregar términos que describan las masas de las mismas en el lagrangiano. Esta dificultad es salvada en el modelo estándar mediante el denominado mecanismo de Higgs [1–3]. A través del mismo, las masas de las partículas surgen a partir de la interacción con un doblete de partículas escalares, luego de la denominada ruptura espontánea de simetría. Como consecuencia, aparece en el modelo un bosón escalar, denominado comunmente bosón de Higgs, cuyo acoplamiento con el resto de las partículas es proporcional a las masas de estas. La masa de este bosón, M_H , aparece luego de utilizar este mecanismo como un nuevo parámetro libre de la teoría.

El bosón de Higgs fue propuesto en el año 1964. Luego de casi medio siglo de búsqueda, las colaboraciones ATLAS y CMS del *Large Hadron Collider* (LHC) del CERN han descu-

bierto en 2012 un bosón de Higgs, que por el momento es compatible con aquel del modelo estándar [4, 5]. La masa de esta nueva partícula, determinada por una medición combinada de ambas colaboraciones [6], es de $M_H = 125,09 \pm 0,21$ (est.) $\pm 0,11$ (sist.) GeV. Sus acoplamientos, con la precisión que han sido medidos hasta este momento, no presentan desviaciones significativas respecto de lo predicho en el modelo estándar.

A medida que el LHC colecte una mayor cantidad de eventos, las incertezas estadísticas disminuirán considerablemente, dando lugar a mediciones muy bien determinadas de diversos observables. Para poder obtener información certera a partir de ellas, es necesario que los cálculos teóricos sean a su vez lo suficientemente precisos. En particular, dado que el LHC es un colisionador de hadrones, es fundamental el entendimiento profundo de la cromodinámica cuántica (*Quantum Chromodynamics*, o QCD), que describe las interacciones entre quarks y gluones. Para estos fines, los cálculos perturbativos al orden más bajo (o LO, por *leading order*) en la constante de acoplamiento fuerte α_S son completamente insuficientes, pues las correcciones al orden siguiente (*next-to-leading order*, o NLO) pueden ser del orden del 100 %, e incluso aquellas correspondientes al NNLO (*next-to-next-to-leading order*) alcanzan para algunos procesos valores del orden del 20 %. Aún a este orden, en ocasiones la incerteza de las predicciones teóricas no es satisfactoria, haciendo deseable poder avanzar aún más en la expansión perturbativa.

En esta tesis presentaremos diversos cálculos de precisión relacionados con la física del bosón de Higgs que serán relevantes para las mediciones del LHC. Por un lado trabajaremos en el cálculo de la sección eficaz total de producción de un bosón de Higgs vía el mecanismo de fusión de gluones a través de un loop de un quark pesado. Este mecanismo es el principal canal de producción de bosones de Higgs en el LHC, y por lo tanto es vital contar con predicciones certeras. En particular, calcularemos parte de las correcciones a tercer y cuarto orden en la expansión perturbativa, y analizaremos su impacto fenomenológico, mejorando los resultados a NNLO disponibles anteriormente [7–9].

Por otro lado, estudiaremos la sección eficaz correspondiente a la producción de dos bosones de Higgs. Este proceso, aún no observado en el LHC debido a la alta luminosidad requerida para hacerlo, es actualmente la única forma de acceder a una medición del auto-

acoplamiento de este bosón, y por ende a los parámetros del potencial escalar que genera el mecanismo de ruptura de simetría. Se trata por lo tanto de uno de los principales objetivos del LHC en los próximos años. En esta tesis realizaremos los cálculos de las correcciones a NNLO para la sección eficaz total de producción de dos bosones de Higgs vía fusión de gluones, nuevamente mejorando las predicciones a NLO disponibles anteriormente [10]. Además, incluiremos las contribuciones dominantes de los términos de ordenes superiores en la expansión perturbativa, a través de la denominada resumación de umbral.

La presente tesis se encuentra organizada de la siguiente manera. En el capítulo 2 haremos un breve resumen acerca de los conceptos relevantes de QCD perturbativa. Luego, en el capítulo 3 describiremos el cálculo de las predicciones para la producción de un bosón de Higgs más allá del NNLO. En los capítulos 4 y 5 nos abocaremos a la producción de pares de bosones de Higgs. En el primero de ellos describiremos el cálculo a NNLO de la sección eficaz total, mientras que en el capítulo 5 desarrollaremos la resumación de umbral, mejorando aún más las predicciones del capítulo anterior. Finalmente, presentaremos nuestras conclusiones.

Para finalizar este capítulo introductorio, haremos a continuación un breve resumen del estado de los resultados experimentales del LHC relacionados con el bosón de Higgs allí descubierto.

1.1. Resultados experimentales del LHC

Tal como se mencionó anteriormente, en el año 2012 las colaboraciones ATLAS y CMS han descubierto una nueva partícula de alrededor de 125 GeV en el LHC [4, 5]. Los principales canales de decaimiento involucrados en dicho descubrimiento fueron $H \rightarrow \gamma\gamma$ y $H \rightarrow ZZ^*$. Actualmente, la mayor cantidad de eventos acumulados permite estudiar otros canales de decaimiento, como así también tratar de distinguir distintos canales de producción. Por completitud, se muestran en las figuras 1.1 y 1.2 los resultados teóricos del modelo estándar para las secciones eficaces correspondientes a los diferentes mecanismos de producción, y las contribuciones relativas de los distintos canales de decaimiento. Se

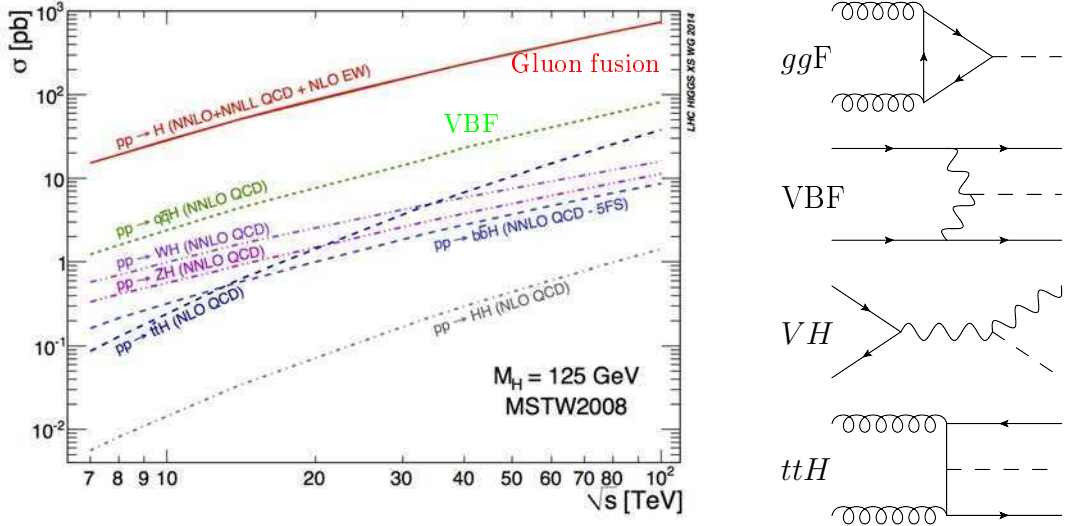


Figura 1.1: Secciones eficaces correspondientes a los distintos mecanismos de producción del bosón de Higgs en un colisionador de protones, en función de la energía de centro de masa del mismo. Los principales canales de producción, ilustrados por los diagramas a la derecha, son fusión de gluones (*gluon fusion*), fusión de bosones vectoriales débiles (VBF), producción asociada con un bosón débil y producción con un par de quarks top-antitop.

puede observar que el principal canal de producción es la fusión de gluones, siendo aproximadamente un orden de magnitud mayor que la contribución siguiente. En la figura 1.1 se muestran también diagramas de Feynman representativos de los cuatro mecanismos de producción más importantes.

La determinación más precisa de la masa de este bosón de Higgs ha sido llevada a cabo en 2015 con los datos combinados de ATLAS y CMS en los canales $H \rightarrow \gamma\gamma$ y $H \rightarrow ZZ \rightarrow 4\ell$, recolectados con energías de centro de masa de 7 y 8 TeV, y el valor obtenido es de $M_H = 125,09 \pm 0,21$ (est.) $\pm 0,11$ (sist.) GeV [6]. En la figura 1.3 se muestra un gráfico que resume esta medición, mostrando separadamente los resultados correspondientes a los dos canales estudiados, y distinguiendo también las mediciones de cada colaboración. Los resultados combinados para cada canal son consistentes a 1σ , mientras que las cuatro mediciones individuales lo hacen a 2σ [6].

Los resultados más recientes, combinando las mediciones de ambos experimentos, para la producción y el decaimiento del bosón de Higgs y las restricciones a sus acoplamientos se encuentran en la Ref. [11]. Dicha combinación se basa en el análisis de cinco canales de producción: fusión de gluones (ggF), fusión de bosones vectoriales débiles (VBF), pro-

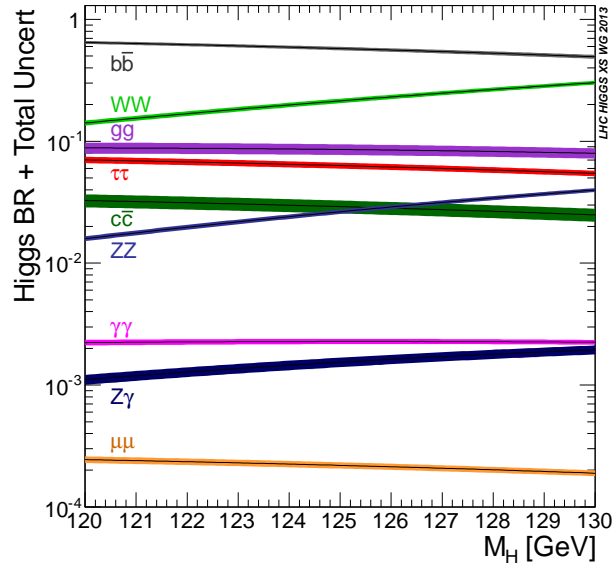


Figura 1.2: Fracciones de decaimiento del bosón de Higgs en función de su masa, junto con las correspondientes incertezas teóricas.

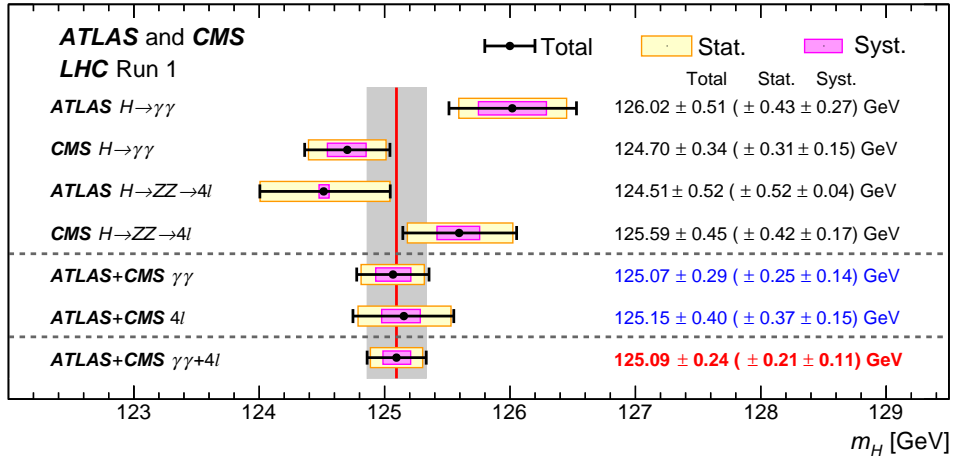


Figura 1.3: Resumen de la medición de la masa del bosón de Higgs a partir de los resultados de las colaboraciones ATLAS y CMS, y su combinación. Se muestran también las incertezas sistemáticas, estadísticas y totales. La línea vertical roja y el área sombreada gris representan el valor central e incerteza de la medición combinada, respectivamente.

ducción asociada con un bosón W o Z (denotadas WH y ZH , respectivamente) y con un par de quarks top-antitop (ttH). Los canales de decaimiento incluidos en el análisis son $H \rightarrow ZZ, WW, \gamma\gamma, \tau\tau, bb$ y $\mu\mu$. Las luminosidades integradas utilizadas son de aproximadamente 5 fb^{-1} a $\sqrt{S} = 7 \text{ TeV}$ y 20 fb^{-1} a $\sqrt{S} = 8 \text{ TeV}$.

Uno de los parámetros más utilizados para caracterizar al bosón de Higgs es el denominado *signal strength* μ , definido como el cociente entre la cantidad de eventos medidos y los esperados según el modelo estándar. Para un canal específico de producción y decaimiento $i \rightarrow H \rightarrow f$ tenemos que

$$\mu_i = \frac{\sigma_i}{(\sigma_i)_{\text{SM}}} \quad \text{y} \quad \mu^f = \frac{\text{BR}^f}{(\text{BR}^f)_{\text{SM}}}, \quad (1.1)$$

en donde σ_i y BR^f representan la sección eficaz de producción para $i \rightarrow H$ y la fracción de decaimiento para $H \rightarrow f$, respectivamente. Por definición, $\mu_i = \mu^f = 1$ para el modelo estándar. Dado que producción y decaimiento no pueden ser medidos en forma separada, sólo el producto de μ_i y μ^f puede ser extraído del experimento.

La forma más simple, aunque más restrictiva, de parametrizar a estas variables es suponer que todos los valores de μ_i y μ^f son iguales para todos los canales de producción y decaimiento. En tal caso, tenemos simplemente un parámetro global μ que reescala las predicciones del modelo estándar. Esta parametrización provee la prueba más simple de compatibilidad con el modelo estándar. El ajuste de las mediciones combinadas de ATLAS y CMS dan como resultado el valor

$$\mu = 1,09_{-0,10}^{+0,11}, \quad (1.2)$$

compatible con el valor correspondiente al modelo estándar en menos de 1σ . Las incertezas estadísticas son de $_{-0,07}^{+0,07}$, mientras que la incerteza sistemática total es de $_{-0,08}^{+0,09}$, cuya mayor contribución proviene de la incerteza teórica en la determinación de la sección eficaz de producción a través de fusión de gluones.

La compatibilidad de los resultados experimentales con el modelo estándar puede ser chequeada en una forma menos dependiente de un modelo particular si se relajan las suposiciones acerca de los valores que pueden tomar los parámetros μ_i y μ^f . En particular,

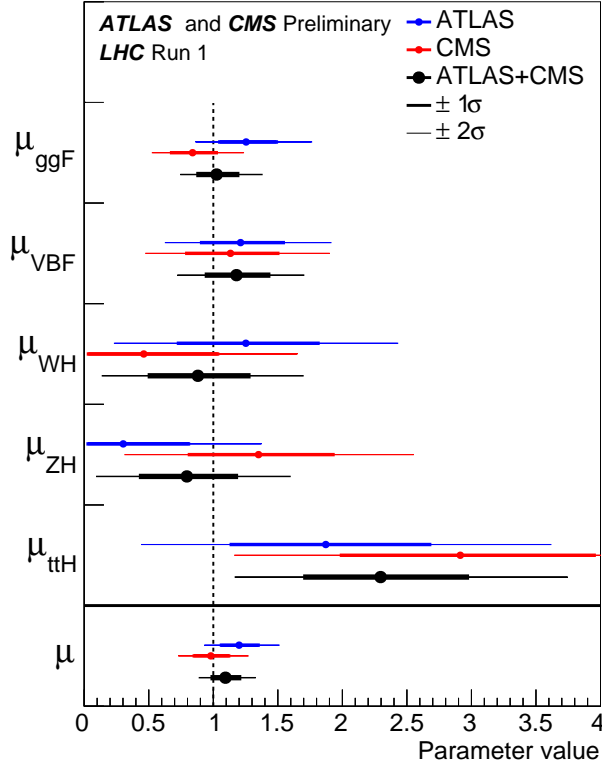


Figura 1.4: Resultados del ajuste de los signal strengths para los distintos canales de producción, suponiendo $\mu^f = 1$ para los decaimientos. Se muestra también el resultado para el μ global.

es posible realizar un ajuste individual de los parámetros μ_i suponiendo que $\mu^f = 1$ para todos los canales de decaimiento, y viceversa. Los resultados que se obtienen de este modo para μ_i (μ^f) se muestran en la figura 1.4 (1.5).

Para el ajuste de los canales de producción se supuso que los parámetros μ_i son los mismos para 7 y 8 TeV. El p -valor obtenido para la compatibilidad entre los datos y el modelo estándar es del 24%. Para el decaimiento no es necesario agregar nuevas suposiciones, ya que los μ^f son independientes de la energía de colisión. El p -valor obtenido en este caso es del 60%.

Otro de los métodos comunmente utilizados para interpretar los datos del LHC es el denominado κ -framework. El mismo consiste en introducir un conjunto de variables, $\vec{\kappa}$, para parametrizar potenciales desvíos de los acoplamientos del bosón de Higgs con las partículas del modelo estándar. Un dado canal de producción o decaimiento podrá depender en general de más de un parámetro κ_j . Además de introducirse modificadores individuales para los acoplamientos a orden árbol, se introducen modificadores efectivos κ_g y κ_γ que describen

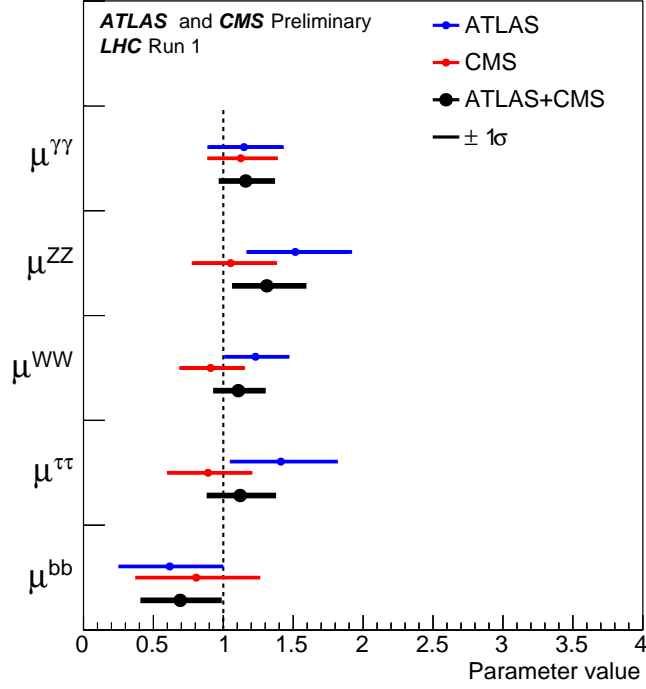


Figura 1.5: Resultados del ajuste de los signal strengths para los distintos canales de decaimiento, suponiendo $\mu_i = 1$ para la producción.

la producción a través de fusión de gluones y decaimiento a un par de fotones (siendo ambos procesos inducidos por un loop). Por otra parte, modificaciones en los acoplamientos resultan en una variación del ancho del bosón de Higgs, Γ_H . Un nuevo modificador, κ_H , definido como $\kappa_H^2 = \sum_j \text{BR}_{\text{SM}}^j \kappa_j^2$, se introduce para caracterizar esta variación. Dado que Γ_H no se encuentra restringido experimentalmente en una forma independiente del modelo utilizado con suficiente precisión, si no se introducen restricciones adicionales sólo es posible medir cocientes de estos modificadores.

En la figura 1.6 se muestran los resultados de los ajustes para los distintos modificadores introducidos. La sección eficaz para $gg \rightarrow H \rightarrow ZZ$ se encuentra parametrizada en función de $\kappa_{gZ} = \kappa_g \cdot \kappa_Z / \kappa_H$. Los diferentes parámetros λ de la figura 1.6 se definen en forma genérica como $\lambda_{AB} = \kappa_A / \kappa_B$.

Tal como se puede observar a partir del gráfico, todos los resultados son consistentes con las predicciones del modelo estándar dentro del intervalo de 2σ , excepto por λ_{bZ} y λ_{tg} que muestran una pequeña tensión respecto del valor $\lambda = 1$. El p -valor para la compatibilidad de los datos con el modelo estándar es del 13%.

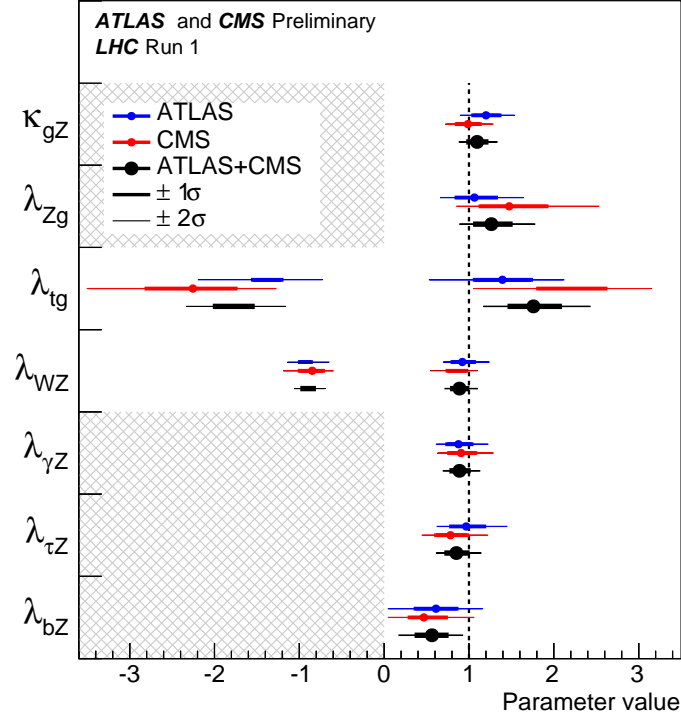


Figura 1.6: Ajuste de los cocientes de los parámetros κ introducidos para modificar los acoplamientos del bosón de Higgs a las partículas del modelo estándar. Las áreas sombreadas corresponden a los parámetros que se asumen positivos sin pérdida de generalidad.

Además de las mediciones descritas en los párrafos anteriores, también se han comenzado a investigar secciones eficaces de producción y decaimiento del bosón de Higgs diferenciales en diferentes variables [12–15]. En la figura 1.7 se muestran a modo de ejemplo las distribuciones en el impulso transversal y rapidez del bosón de Higgs, realizadas por ATLAS utilizando los canales de decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$ y $H \rightarrow ZZ \rightarrow 4\ell$ [14], junto con la predicción más precisa disponible del resultado correspondiente al modelo estándar. Se puede observar que las mediciones indican que el bosón de Higgs se produce en mayor cantidad y con un mayor impulso transversal al predicho por estos cálculos teóricos, aunque obviamente es necesaria la acumulación de una mayor cantidad de datos para confirmar esta observación.

En conclusión, podemos afirmar que las colaboraciones experimentales del LHC han realizado ya numerosas mediciones que permiten restringir los acoplamientos del bosón de Higgs, siendo por el momento los resultados compatibles con las predicciones del modelo estándar. Obviamente, a medida que se acumulen más eventos las incertezas estadísticas

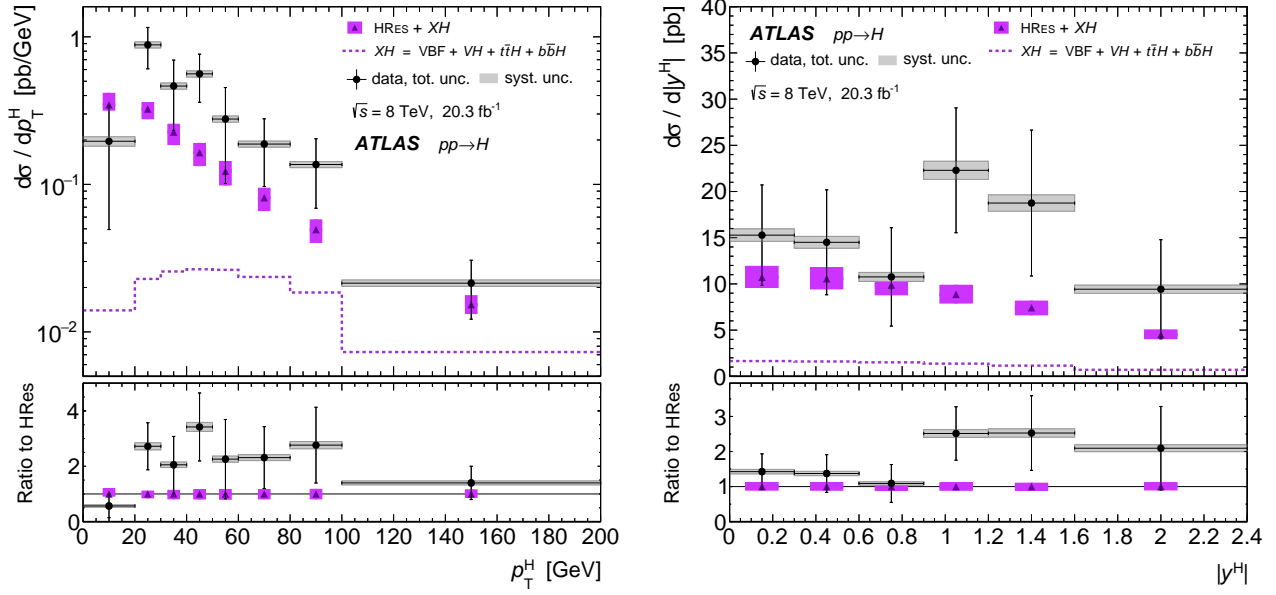


Figura 1.7: Sección eficaz diferencial en el impulso transversal (izquierda) y rapidez (derecha) para la producción inclusiva de un bosón de Higgs, a través de los canales de decaimiento $H \rightarrow \gamma\gamma$ y $H \rightarrow ZZ \rightarrow 4\ell$.

serán menores, permitiendo obtener ajustes más restrictivos. Además, la acumulación de más datos permitirá también una mejor explotación de las secciones eficaces diferenciales.

Capítulo 2

QCD perturbativa

En este capítulo haremos una breve revisión de los conceptos y herramientas de QCD perturbativa que serán necesarios a lo largo del presente trabajo, incluyendo el fenómeno de la libertad asintótica, la factorización del largo y corto alcance de los procesos hadrónicos y los orígenes de las divergencias infrarrojas en los elementos de matriz. Analizaremos también la aproximación de secciones eficaces de QCD a través del denominado límite soft, lo cual será relevante en los capítulos siguientes.

2.1. $SU(3)$ de color

En 1954 Yang y Mills construyeron una teoría análoga a la electrodinámica cuántica (*Quantum Electrodynamics*, o QED) para un sistema en el cual las partículas llevan más de una "carga" [16]. En particular, el caso de tres cargas mediadas por bosones vectoriales obedeciendo en forma exacta la simetría del grupo $SU(3)$ lleva a una teoría (QCD) que describe con éxito la interacción fuerte.

En QCD cada quark lleva una carga, denominada "color", que puede tomar tres valores diferentes: rojo (R), verde (G) o azul (B). Dicha carga es la magnitud conservada (a través del teorema de Noether) asociada con la simetría $SU(3)$. La partícula mediadora de dicha interacción es el gluón. Al ser QCD una teoría no abeliana, los gluones tienen carga de color, a diferencia de lo que ocurre en QED en la cual el fotón, si bien es mediador de la carga eléctrica, no posee carga; esto genera que existan acoplamientos entre gluones.

El Lagrangiano de QCD es el siguiente

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi_i + g_s G_\mu^a \bar{\psi}_i \gamma^\mu t_{ij}^a \psi_j - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}, \quad (2.1)$$

donde los espinores ψ_i son los campos asociados a los quarks, con el índice $i = 1, 2, 3$ referido al color de los mismos; t_{ij}^a son las ocho matrices de 3×3 generadoras de la representación fundamental de $SU(3)$, con $a = 1, \dots, 8$; G_μ^a es el campo de los gluones, γ^μ son las matrices de Dirac, g_s es la constante de acoplamiento fuerte y $G_{\mu\nu}^a$ es el tensor de campo gluónico definido como

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c, \quad (2.2)$$

en donde f^{abc} son las constantes de estructura de $SU(3)$. Los operadores de Casimir cuadráticos en la representación adjunta y fundamental son denotados por C_A y C_F respectivamente, y toman los siguientes valores

$$C_A = N_c = 3, \quad C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} = \frac{4}{3}, \quad (2.3)$$

en donde la primer igualdad corresponde al grupo $SU(N_c)$, y en la segunda ya hemos evaluado $N_c = 3$.

Los antiquarks llevan cargas opuestas a aquellas de los quarks ($\bar{R}, \bar{G}, \bar{B}$), y los gluones, de acuerdo a la representación de Gell-Mann de los generadores de $SU(3)$, pueden ser pensados como llevando los siguientes colores:

$$\begin{aligned} g_1 &= (R\bar{G} + G\bar{R})/\sqrt{2} & g_2 &= i(R\bar{G} - G\bar{R})/\sqrt{2} \\ g_3 &= (R\bar{B} + B\bar{R})/\sqrt{2} & g_4 &= i(R\bar{B} - B\bar{R})/\sqrt{2} \\ g_5 &= (G\bar{B} + B\bar{G})/\sqrt{2} & g_6 &= i(G\bar{B} - B\bar{G})/\sqrt{2} \\ g_7 &= (R\bar{R} - G\bar{G})/\sqrt{2} & g_8 &= (R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B})\sqrt{6}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

o equivalentemente, como cualquier combinación de estos ocho que genere el mismo octete.

Las reglas de Feynman asociadas al lagrangiano de QCD se muestran en la figura 2.1. Las mismas se encuentran escritas en el gauge de Feynman, con polarizaciones no físicas incluidas en el propagador gluónico, por lo que es necesario incluir los denominados *ghosts* para cancelar dichas contribuciones.

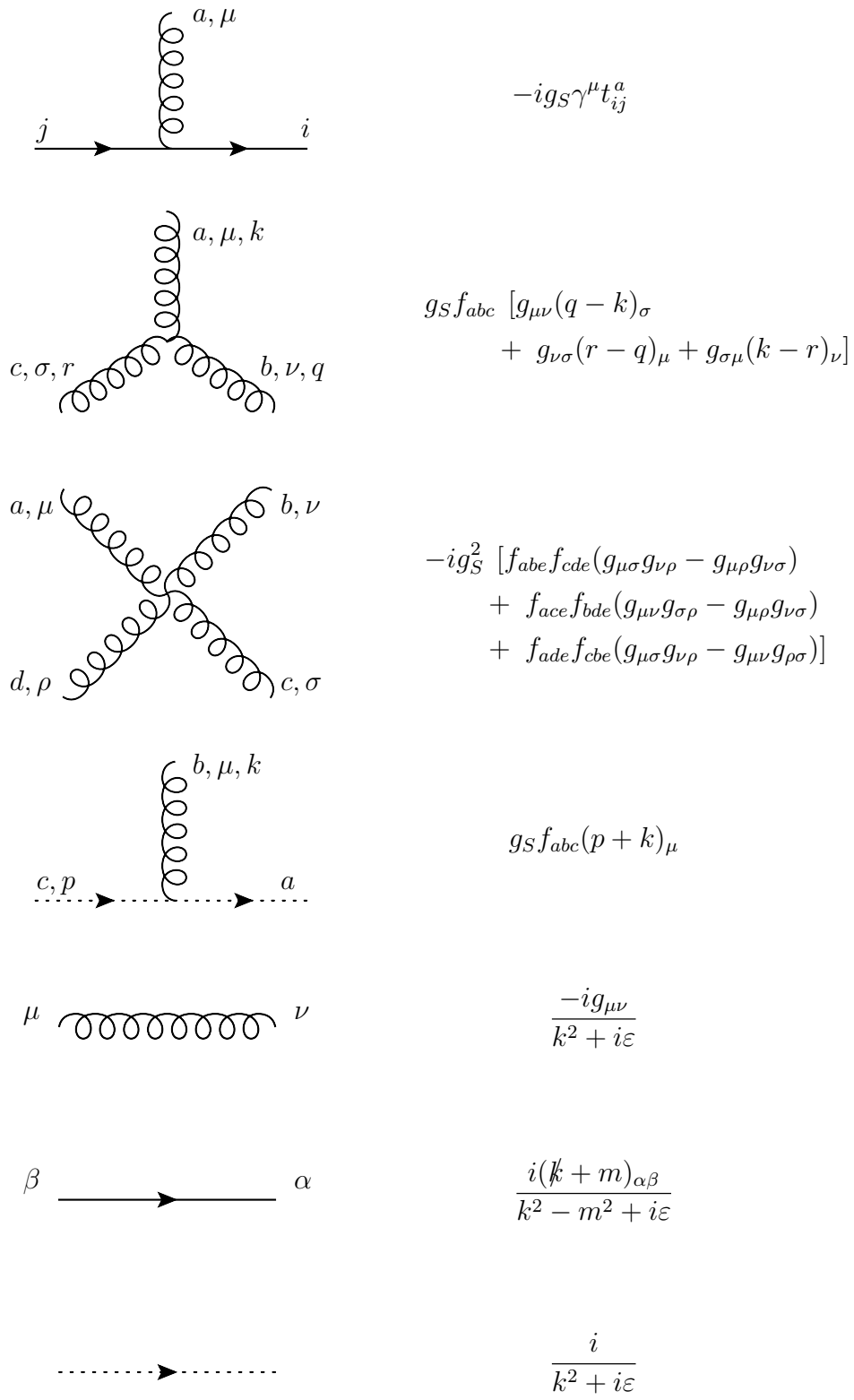


Figura 2.1: Reglas de Feynman para QCD, en el gauge de Feynman. Todos los momentos son entrantes.

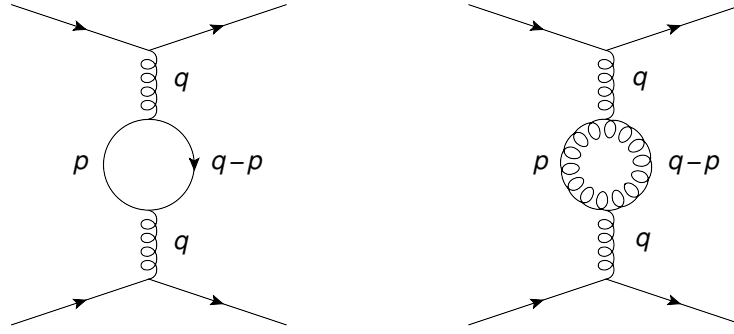


Figura 2.2: Diagramas correspondientes a las correcciones al orden más bajo del acoplamiento fuerte debidas a un par $q\bar{q}$ virtual (izquierda) y un par de gluones virtuales (derecha).

2.2. Running coupling y libertad asintótica

Supongamos que queremos determinar experimentalmente la fuerza de la interacción fuerte (por ejemplo, obtener $\alpha_0 = g_S^2/4\pi$) a través de la dispersión de dos quarks, comparando los resultados con los cálculos teóricos. Este proceso se va a ver afectado por la presencia de diagramas con loops, como los que se muestran en la figura 2.2.

Al intentar calcular los elementos de matriz correspondientes utilizando las reglas de Feynman, se puede ver rápidamente que los resultados son divergentes. Esto se debe a que, si bien en cada vértice el momento se conserva, el momento p que circula dentro del loop no se encuentra especificado, y por lo tanto debe ser integrado sobre todos los valores posibles, con $|p|$ yendo de cero a infinito. Para el caso del loop fermiónico por ejemplo, habrá una integral de la forma

$$\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \text{tr} \left\{ \gamma_\mu \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2} \gamma_\nu \frac{i(\not{p} - \not{q} + m)}{(p + q)^2 - m^2} \right\}. \quad (2.5)$$

Esta integral parece en principio tener un comportamiento divergente cuadrático, $\int |p|d|p|$ para $|p| \rightarrow \infty$. Sin embargo, debido a cancelaciones que ocurren entre los términos del integrando, se puede ver que la divergencia es sólo logarítmica.

La forma de superar este obstáculo es reconocer que la constante α_0 que aparece en el Lagrangiano (y en las reglas de Feynman) no representa la fuerza del acoplamiento que se mide experimentalmente, sino que es un acoplamiento “desnudo”, no observable y divergente. Estas divergencias se cancelan con aquellas que provienen de las correcciones debidas a loops, obteniéndose al combinarlas un acoplamiento efectivo finito α_S , que dependerá de

la escala del proceso $Q^2 = -q^2$, pues las correcciones lo hacen.

En QED, se define una carga eléctrica experimental en el límite de distancias grandes, $\alpha \equiv \alpha_{\text{eff}}(Q^2 = 0)$, cuyo valor experimental es aproximadamente $1/137$. Para QCD sin embargo, el límite $Q^2 \rightarrow 0$ es divergente, por lo que la "carga experimental" debe ser definida en una escala de energía arbitraria, $Q^2 = \mu_R^2$, denominada escala de renormalización. El valor de la constante efectiva $\alpha_S(Q^2)$ en términos de $\alpha_S(\mu_R^2)$ es, a un loop, el siguiente,

$$\alpha_S(Q^2) = \frac{\alpha_S(\mu_R^2)}{1 + \alpha_S(\mu_R^2) \beta_0 \ln(Q^2/\mu_R^2)/(4\pi)}, \quad (2.6)$$

con $\beta_0 = (11C_A - 2N_f)/3$, siendo N_f el número de sabores de quarks de la teoría. Se ve entonces que $\alpha_S(Q^2)$ tiende a cero cuando $Q^2 \rightarrow \infty$. Este comportamiento es conocido como "libertad asintótica": a distancias cortas (energías grandes) el acoplamiento entre quarks y gluones se torna débil, permitiendo cálculos perturbativos en potencias de α_S , mientras que para distancias largas crece, tomando un valor cercano a 1 para distancias del orden de 1 fermi.

Para más detalles acerca de la renormalización de teorías de gauge no abelianas, ver por ejemplo la Ref. [17].

2.3. Factorización del corto y largo alcance

El comportamiento del acoplamiento renormalizado $\alpha_S(Q^2)$ visto en la sección anterior tiene dos consecuencias importantes. En primer lugar, es presumiblemente el responsable del confinamiento de quarks y gluones dentro de los hadrones. Por otro lado, genera la imposibilidad de realizar cálculos perturbativos para distancias grandes.

A pesar de esta dificultad, en el cálculo de las secciones eficaces de procesos con hadrones en el estado inicial podemos utilizar los teoremas de factorización que nos permiten separar los comportamientos de corto y largo alcance [18]. De esta manera, el cálculo perturbativo consistirá en computar la interacción entre los constituyentes de los hadrones, que son denominados partones, mientras que el comportamiento no perturbativo será ajustado a partir de datos experimentales. La factorización puede ser entendida en forma intuitiva de la manera que veremos a continuación.

Consideremos la colisión entre dos hadrones en un experimento de altas energías. Visto desde el centro de masa del sistema ambos están moviéndose con gran velocidad (y en sentidos opuestos), y por ende se encuentran contraídos en la dirección del movimiento, de acuerdo a las transformaciones de Lorentz de la relatividad especial. Además, por la correspondiente dilatación temporal, es correcto suponer que durante el tiempo de la colisión la distribución de partones de cada hadrón se encuentra “congelada”. Los partones de cada hadrón no tienen por lo tanto tiempo para interactuar entre ellos. Podemos pensar entonces que la interacción se da entre pares de partones, uno de cada hadrón. Si el intercambio de energía entre dichos partones es suficientemente grande (es decir, si se acercan lo suficiente), dicha interacción podrá ser computada perturbativamente. La formación de los hadrones iniciales y la posterior hadronización de los fragmentos restantes ocurren respectivamente mucho antes y mucho después de la colisión, y por lo tanto se desacoplan del comportamiento a distancias cortas.

Matemáticamente, la factorización de la sección eficaz hadrónica $d\sigma^H(S)$, donde S es la energía medida desde el centro de masa, se escribe como la convolución de la sección eficaz partónica $d\sigma(\xi_i S)$, calculable perturbativamente, con las funciones de distribución partónicas (PDFs) $f_{i/h}(\xi_i)$, que describen la probabilidad de encontrar un partón i dentro del hadrón h con una fracción de momento ξ_i . La sección eficaz completa se obtiene entonces sumando sobre todos los partones e integrando sobre todas las fracciones de momento posibles:

$$d\sigma_{AB}^H(S) = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 f_{i/A}(x_1) d\sigma_{ij}(s) f_{j/B}(x_2) + \mathcal{O}\left(\frac{\Lambda_{QCD}^2}{s}\right), \quad (2.7)$$

en donde $s = x_1 x_2 S$ es la energía del centro de masa partónico. Esto se encuentra ilustrado en la figura 2.3. Las PDFs $f_{i/A}(x_1)$ y $f_{j/B}(x_2)$ no son calculables perturbativamente y deben ser obtenidas a partir de datos experimentales, pero son independientes del proceso. El segundo término de la ecuación (2.7) representa las correcciones provenientes de efectos no perturbativos, en donde Λ_{QCD} es justamente el valor de energía debajo del cual dominan dichos efectos.

Cabe mencionar que esta visión simple de la factorización de corto y largo alcance es sólo válida al orden más bajo en la expansión perturbativa; al agregar las correcciones

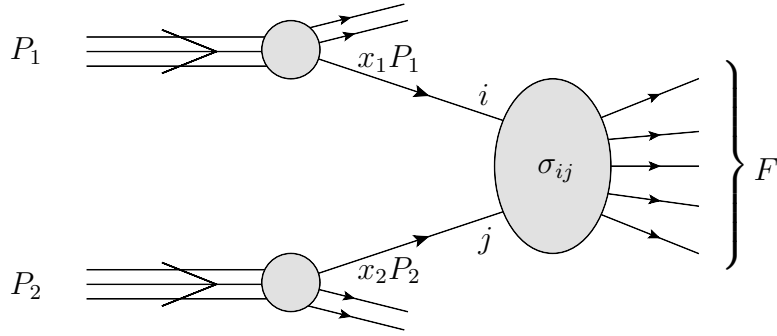


Figura 2.3: Esquema ilustrando la factorización del corto y largo alcance. Los partones i y j con fracciones del momento del protón x_1 y x_2 respectivamente participan de la dispersión perturbativa $ij \rightarrow F$ descrita por la sección eficaz partónica σ_{ij} .

de ordenes superiores existen divergencias asociadas a la emisión de radiación colineal por parte de los partones incidentes que deben ser absorbidas en la definición de las PDFs, en forma de algún modo análogo a lo que ocurre con la constante de acoplamiento y las divergencias ultravioletas. Esto se discutirá en la sección 2.4.4.

2.4. Correcciones radiativas

Comenzamos a hablar en la sección 2.2 acerca de las correcciones que hay que tener en cuenta al computar la sección eficaz de un cierto proceso al orden siguiente en teoría de perturbaciones. En dicha sección aparecían diagramas conteniendo loops de partículas. Dichas contribuciones se denominan correcciones virtuales, y son uno de los tipos de correcciones radiativas a tener en cuenta en un cálculo perturbativo. Estas correcciones pueden tener tanto divergencias ultravioletas (es decir, el elemento de matriz diverge cuando el momento p que recorre el loop tiende a infinito) como divergencias infrarrojas (diverge cuando el momento p tiende a cero).

A estas contribuciones hay que agregar aquellas correspondientes a la emisión de partículas extra en el estado final; estas son conocidas como correcciones reales (en contraposición a las anteriores, en las cuales las partículas eran emitidas y reabsorbidas formando loops), y resultan divergentes en el límite en el cual la energía de las partículas emitidas tiende a cero (límite soft) o cuando son colineales a la partícula que emite. En el límite soft o colineal, dichas partículas no pueden ser distinguidas por los detectores, con lo cual tiene

sentido sumar la sección eficaz correspondiente a producirlas con la sección eficaz en la cual no hay emisión [17]. Sin considerar ambos tipos de contribuciones (reales y virtuales) no es posible llegar a un resultado finito.

Puesto en otras palabras, al realizar un cálculo de las correcciones perturbativas nos encontraremos con divergencias ultravioletas e infrarrojas. Las primeras se encuentran asociadas al desconocimiento de la física a escalas de energía muy grandes, o equivalentemente distancias muy pequeñas, mientras que las otras surgen de computar en forma separada estados degenerados (es decir, correcciones reales y virtuales). Las primeras son tratadas mediante la renormalización descrita anteriormente, mientras que las últimas se resuelven sumando sobre todos los estados degenerados.

2.4.1. Regularización dimensional

Para poder llevar a cabo la cancelación de las distintas divergencias que aparecen en los cálculos perturbativos, es necesario en primer lugar utilizar algún método de regularización para manejar los pasos intermedios. Por ejemplo, un método simple para regular las divergencias ultravioletas consistiría en imponer un corte Λ para la energía máxima en las integrales de loop, en cuyo caso las divergencias se manifestarían en el límite $\Lambda \rightarrow \infty$. Para las divergencias infrarrojas, uno podría asignar una masa ficticia m_g al gluón, en cuyo caso las divergencias aparecerían en el límite $m_g \rightarrow 0$. Estos métodos, sin embargo, tienen dificultades a la hora de ser generalizados para cualquier proceso y a cualquier orden en teoría de perturbaciones. El método más utilizado, y el que usaremos en esta tesis, es el denominado método de regularización dimensional [19, 20], el cual no cuenta con estas desventajas.

El método consiste esencialmente en evaluar las integrales en n dimensiones en lugar de 4, es decir

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \longrightarrow \int \frac{d^n p}{(2\pi)^n}, \quad (2.8)$$

siendo n una variable compleja. Se logra de esta forma regularizar simultáneamente divergencias ultravioletas e infrarrojas, las cuales convergen para ciertos valores de $\text{Re}(n)$, siendo

posible luego realizar la continuación analítica para cualquier n complejo. La dimensión del espacio-tiempo suele escribirse en términos del parámetro ϵ , definido a partir de $n = 4 - 2\epsilon$. El límite de 4 dimensiones corresponde entonces a $\epsilon \rightarrow 0$, y las divergencias aparecerán en los cálculos intermedios como polos en ϵ , los cuales obviamente deben cancelarse en el resultado final, dando lugar a expresiones finitas para $n = 4$.

Como ya dijimos anteriormente, la constante α_0 que aparece en el lagrangiano de QCD es un acoplamiento “desnudo”(divergente), que debe ser remplazado por el acoplamiento renormalizado (finito) α_S orden a orden en teoría de perturbaciones. Utilizando el método de regularización dimensional, y el esquema de sustracción $\overline{\text{MS}}$, la relación entre ambos es la siguiente

$$\alpha_0 \mu_0^{2\epsilon} S_\epsilon = \alpha_S \mu_R^{2\epsilon} \left[1 - \frac{\beta_0}{\epsilon} \left(\frac{\alpha_S}{4\pi} \right) + \left(\frac{\beta_0^2}{\epsilon^2} - \frac{\beta_1}{2\epsilon} \right) \left(\frac{\alpha_S}{4\pi} \right)^2 + \mathcal{O}(\alpha_S^3) \right], \quad (2.9)$$

en donde $\beta_0 = 11C_A/3 - 2N_F/3$ y $\beta_1 = 34C_A^2/3 - 10C_A N_F/3 - 2C_F N_F$ son los dos primeros coeficientes de la función β de QCD (ver sección 2.5), y $S_\epsilon = (4\pi)^\epsilon e^{-\epsilon\gamma_E}$, siendo $\gamma_E = 0,5772\dots$ el número de Euler.

En la expresión anterior μ_0 es un parámetro con unidades de masa introducido en regularización dimensional para preservar la adimensionalidad del acoplamiento de QCD. Por esta razón, las reglas de Feynman de la figura 2.1 se ven ligeramente modificadas al trabajar en $n = 4 - 2\epsilon$ dimensiones, debiendo hacerse el remplazo $g_S \rightarrow g_S \mu_0^\epsilon$. Por otra parte, en n dimensiones tendremos que la métrica cumple la relación $g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = n$. Esto induce a su vez un cambio en las identidades que cumplen las matrices de Dirac, puesto que $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = -2g^{\mu\nu} I$ con $\text{tr } I = 4$. Tendremos por ejemplo que $\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma_\alpha = 2(1 - \epsilon)\gamma^\mu$. Por otro lado, las identidades para las trazas, escritas en términos de la métrica $g_{\mu\nu}$, resultan inalteradas.

2.4.2. Divergencias en emisiones reales

La razón por la cual el elemento de matriz correspondiente a las correcciones reales de un proceso es divergente cuando la energía de la partícula emitida tiende a cero es fácil de entender a partir de las reglas de Feynman.

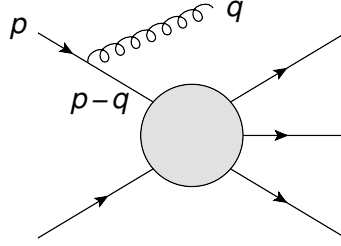


Figura 2.4: Diagrama correspondiente a la emisión de un gluón por parte de un partón del estado inicial. En este diagrama las líneas rectas simbolizan tanto quarks y antiquarks como gluones.

Consideremos la corrección correspondiente a la emisión de un gluón extra de momento q por parte de un partón de momento p que se encuentra en el estado inicial (figura 2.4). Esta emisión genera la aparición de un propagador cuyo denominador es $(p - q)^2$. En la aproximación de quarks no masivos tenemos que

$$\frac{1}{(p - q)^2} \simeq \frac{1}{2p \cdot q} = \frac{1}{2|p||q|(1 - \cos \theta)}, \quad (2.10)$$

siendo θ el ángulo entre ambas partículas. Evidentemente, tanto si $|q| \rightarrow 0$ como si $\theta \rightarrow 0$ tenemos que el cociente tiende a infinito. Estos son los orígenes de las divergencias soft y colineales respectivamente. En este argumento estamos utilizando fuertemente que la partícula que emite se encuentra en su capa de masa (on-shell), pues de otro modo $p^2 \neq 0$. El razonamiento es análogo si el partón se encuentra en el estado final. Las divergencias infrarrojas asociadas a la emisión de partículas soft aparecen entonces únicamente en aquellos diagramas en los cuales la partícula emitida se encuentra acoplada a una pata externa. El acoplamiento a una pata interna (off-shell) no genera divergencias en dicho límite¹.

2.4.3. Límite soft

Veremos ahora por qué razón el límite soft puede ser utilizado para aproximar la sección eficaz correspondiente a las correcciones reales de un proceso iniciado por hadrones.

Como vimos en la sección 2.3, la sección eficaz hadrónica se obtiene a partir de la convolución entre las PDFs y la sección eficaz partónica. En la figura 2.5 se muestran justamente las distribuciones de partones dentro del protón para una escala de energía

¹Por consideraciones cinemáticas, una partícula no masiva que se desintegra en dos o más partículas no soft debe estar necesariamente off-shell.

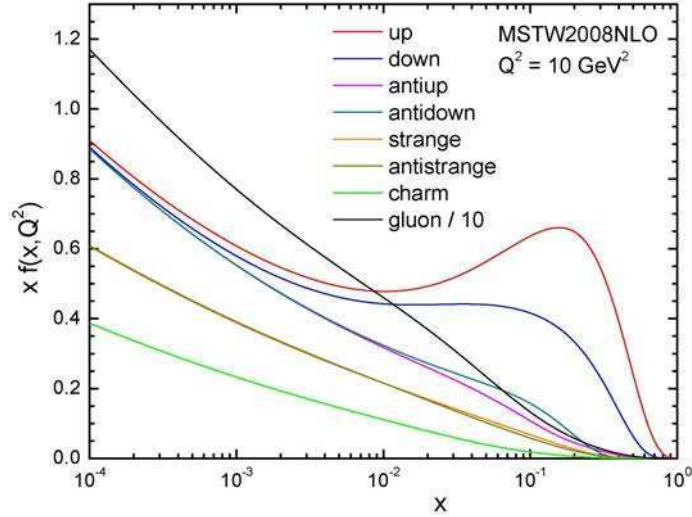


Figura 2.5: Funciones de distribución partónicas del protón para $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$, según la distribución MSTW. Observe que en el eje vertical se encuentra graficado $xf(x)$, y que la distribución de gluones se encuentra dividida por un factor 10.

de $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ según la distribución MSTW2008, con correcciones hasta NLO en este caso [21]. Se puede ver a partir del gráfico que todas las distribuciones crecen notablemente a medida que la fracción x del momento total del protón que lleva el partón tiende a cero (de hecho, en la figura 2.5 se encuentra graficado $xf(x)$, con lo cual el crecimiento para x pequeño es mucho más abrupto), siendo el más notable el caso de los gluones, que en el gráfico se encuentra dividido por un factor 10.

Esta característica de las PDFs implica que el proceso partónico ocurrirá preferentemente con la menor energía posible. Llamando S a la energía del centro de masa hadrónico, x_1 y x_2 a las fracciones de momento de los hadrones que llevan los partones y Q a la masa invariante del sistema que queremos producir, tendremos en general que

$$s \equiv x_1 x_2 S \approx Q^2, \quad (2.11)$$

en donde s es la energía del centro de masa partónico. Dicho en otras palabras, la mayor parte de las veces la energía de los partones involucrados en un cierto proceso será justo la necesaria para que dicho proceso pueda ocurrir. En estos casos, al no haber a nivel partónico energía restante, toda emisión de partículas extra debe ser necesariamente soft. Ésta es la razón por la cual resulta una buena aproximación considerar únicamente el caso en que las partículas emitidas son soft para las correcciones reales. En este límite, estas correcciones

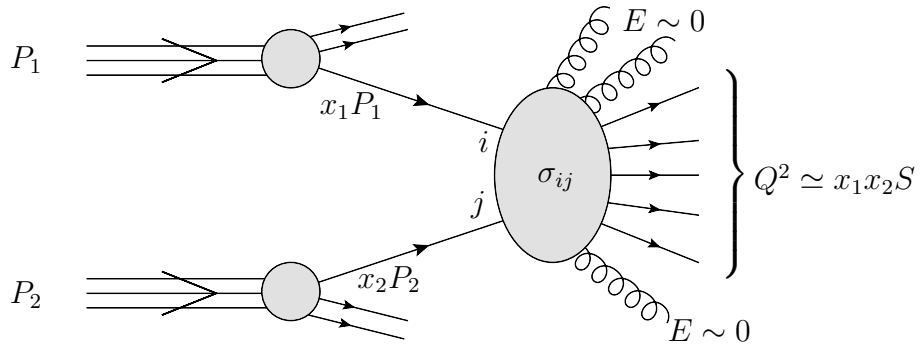


Figura 2.6: Esquema representando la producción hadrónica de un estado final de masa invariante Q , junto con la emisión de partones soft.

suelen ser llamadas correcciones de umbral, dado que están asociadas a la producción de un cierto estado final masivo cerca de su umbral de producción. Esto se encuentra ilustrado en la figura 2.6.

Los términos divergentes en el límite soft son entonces los que dominarán las correcciones reales, si bien estos son obviamente en parte cancelados por las correcciones virtuales para así obtener un resultado finito. Estos términos, luego de la cancelación de las divergencias, dan lugar a las distribuciones de la forma

$$\mathcal{D}_i(x) = \left(\frac{\ln^i(1-x)}{1-x} \right)_+ \quad (2.12)$$

en el resultado final, siendo $x = Q^2/s$, y en donde las *distribuciones plus* están definidas de la siguiente manera

$$\int_0^1 dx f(x)_+ g(x) = \int_0^1 dx f(x) (g(x) - g(1)). \quad (2.13)$$

Estas distribuciones tienen un peso importante en la región soft ($x \rightarrow 1$), y es por eso que es una buena aproximación conservar únicamente los términos divergentes.

Utilizando este límite, hemos obtenido en la Ref. [22] expresiones para la sección eficaz partónica de un proceso arbitrario sin color en el estado final hasta NNLO, dentro de lo que se denomina la aproximación soft-virtual. Estos resultados, completamente generales, dependen del proceso particular a través de los remanentes finitos de las correcciones virtuales. Las expresiones deducidas en la Ref. [22] serán de utilidad en esta tesis, especialmente en el Capítulo 5.

2.4.4. Contratérminos colineales

Como fue mencionado anteriormente, luego de combinar correcciones reales y virtuales, y de renormalizar el acoplamiento fuerte, las secciones eficaces correspondientes a colisiones hadrónicas aún contienen en general divergencias más allá del LO, asociadas al límite en el cual dos partones se vuelven colineales. Este comportamiento es bien entendido en el marco de la factorización de corto y largo alcance, y la cancelación de estas divergencias se da a través de la sustracción de los denominados contratérminos colineales.

Consideremos, como un ejemplo para ilustrar el concepto, el proceso de producción hadrónica de pares de leptones cargados. Al orden más bajo en teoría de perturbaciones, este ocurrirá a través del subproceso partónico $q\bar{q} \rightarrow \gamma/Z \rightarrow \ell^+\ell^-$. Al incluir las correcciones radiativas, tendremos por ejemplo una contribución de la forma $q\bar{q} \rightarrow \gamma/Z \rightarrow g\ell^+\ell^-$, en donde el gluón extra del estado final fue emitido por alguno de los partones incidentes. Es claro a partir de la inspección del propagador que aparece en la correspondiente amplitud, que para quarks no masivos existe una divergencia cuando el momento del gluón es colineal al de la partícula emisora.

Ahora bien, a través de la factorización descrita en la sección 2.3, hemos separado las interacciones no perturbativas que ocurren dentro del protón de aquellas interacciones con alto intercambio de momento, calculables perturbativamente. Sin embargo, la emisión de un gluón colineal a un partón del hadrón, es decir con un impulso transversal muy pequeño, es una contribución que también se encuentra incluida en las ecuaciones de evolución de las PDFs. Dicho de otra forma, la emisión de un gluón colineal contribuye tanto a la sección eficaz partónica como a la definición misma de las PDFs, y debemos de alguna forma separar las contribuciones que formarán parte de nuestro cálculo perturbativo y las que no lo harán. En esta separación aparece una nueva escala arbitraria con unidades de energía, que es la denominada escala de factorización, μ_F . Esto se encuentra representado en la figura 2.7.

La forma de interpretar entonces las divergencias colineales, es considerar que en la

$\eta_1 = x_1 z_1$ y $\eta_2 = x_2 z_2$. La equivalencia entre las ecuaciones (2.14) y (2.17) puede verse fácilmente utilizando las definiciones (2.15) y (2.16). En la ecuación (2.17) hemos indicado explícitamente la dependencia de las cantidades factorizadas con la escala de factorización.

Las funciones de transición Γ_{ab} son calculables perturbativamente, en términos de los núcleos de Altarelli-Parisi, P_{ab} (ver sección 2.5). Hasta NLO por ejemplo, y utilizando regularización dimensional y el esquema de sustracción $\overline{\text{MS}}$, tenemos que

$$\Gamma_{ab}(z) = \delta_{ab} \delta(1-z) - \frac{1}{\epsilon} \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ab}^{(0)}(z) + \mathcal{O}(\alpha_S^2), \quad (2.18)$$

en donde hemos desarrollado también el núcleo P_{ab} ,

$$P_{ab}(z, \alpha_S) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha_S}{2\pi} \right)^{i+1} P_{ab}^{(i)}(z). \quad (2.19)$$

Definiendo los desarrollos de $d\sigma$ y $d\bar{\sigma}$ de la siguiente manera,

$$d\sigma_{ab} = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha_S}{2\pi} \right)^i d\sigma_{ab}^{(i)}, \quad d\bar{\sigma}_{ab} = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha_S}{2\pi} \right)^i d\bar{\sigma}_{ab}^{(i)}, \quad (2.20)$$

obtenemos las siguientes expresiones

$$d\sigma_{ab}^{(0)}(p_1, p_2) = d\bar{\sigma}_{ab}^{(0)}(p_1, p_2) \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} d\sigma_{ab}^{(1)}(p_1, p_2) &= d\bar{\sigma}_{ab}^{(1)}(p_1, p_2) - \frac{1}{\epsilon} P_{cb}^{(0)}(z_2) d\bar{\sigma}_{ac}^{(0)}(p_1, z_2 p_2) dz_2 \\ &\quad - \frac{1}{\epsilon} P_{ca}^{(0)}(z_1) d\bar{\sigma}_{cb}^{(0)}(z_1 p_1, p_2) dz_1, \end{aligned} \quad (2.22)$$

que definen en forma implícita las secciones eficaces factorizadas a partir de las calculables perturbativamente en QCD. Cabe aclarar que en las ecuaciones anteriores α_S representa el acoplamiento fuerte renormalizado a partir de la ecuación (2.9), y que los núcleos de Altarelli-Parisi, los cuales en regularización dimensional tendrán un desarrollo no nulo en ϵ , deben ser evaluados en $\epsilon = 0$.

2.5. Ecuaciones de evolución

Hemos definido a lo largo de este capítulo dos cantidades, la constante de acoplamiento fuerte α_S y las distribuciones de partones $f_{i/h}(x)$, las cuales al realizar cálculos perturbativos adquieren una dependencia con la escala de energía en la cual se encuentran evaluadas, μ_R

y μ_F respectivamente. Si bien ninguna de ellas puede ser calculada perturbativamente, y deben ser extraídas a partir de mediciones experimentales, su dependencia con la escala de energía sí lo es, dando lugar a las ecuaciones de evolución que se detallan a continuación.

La evolución de la constante de acoplamiento fuerte está determinada por la denominada función β de QCD, definida de la siguiente manera,

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} \left(\frac{\alpha_S}{4\pi} \right) = \beta(\alpha_S) = - \sum_{l=0} \left(\frac{\alpha_S}{4\pi} \right)^{l+2} \beta_l, \quad (2.23)$$

en donde los coeficientes perturbativos a uno y dos loops, los cuales ya fueron mencionados anteriormente, son $\beta_0 = 11C_A/3 - 2N_F/3$ y $\beta_1 = 34C_A^2/3 - 10C_A N_F/3 - 2C_F N_F$. En la actualidad, se conocen los coeficientes de su expansión hasta cuatro loops [23, 24].

Las ecuaciones de evolución para las distribuciones de partones suelen denominarse DGLAP, por Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi, quienes las dedujeron en forma independiente en los años 1972 [25] y 1977 [26, 27]. Las mismas consisten en un conjunto de ecuaciones acopladas, que pueden escribirse de la siguiente forma compacta,

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} f_{i/h} = P_{ij} \otimes f_{j/h}, \quad (2.24)$$

siendo $P_{ij}(z)$ el usualmente denominado núcleo de Altarelli-Parisi, o bien función de partición colineal (en inglés, *splitting function*), y en donde la suma sobre j se encuentra sobrentendida. Este núcleo también puede ser expandido perturbativamente, siendo el cálculo más preciso existente a tres loops [28, 29].

Finalmente cabe resaltar que, luego de la renormalización y la sustracción de divergencias colineales, la sección eficaz partónica también adquiere una dependencia explícita con las escalas de renormalización y factorización. Ahora bien, dado que estas escalas son arbitrarias, y son introducidas por razones técnicas para poder llevar a cabo los cálculos perturbativos, es evidente que la sección eficaz hadrónica, en el caso ideal en que sea computada a todo orden en teoría de perturbaciones, debe ser independiente de ellas, es decir que

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} \sigma_\infty^H = 0, \quad (2.25)$$

en donde con la notación σ_∞^H queremos remarcar que se trata de la sección eficaz a todo

orden en α_S . En general no contaremos con un resultado de este tipo, sino con su aproximación perturbativa a orden k , y en tal caso de la ecuación (2.25) se desprende que

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} \sigma_k^H = \mathcal{O}(\alpha_S^{k+1}), \quad (2.26)$$

en donde aquí σ_k^H representa la sección eficaz hadrónica calculada hasta orden α_S^k .

La ecuación (2.26) tiene dos consecuencias importantes. En primer lugar se desprende que del lado izquierdo de la ecuación, que dependerá de α_S , las PDFs y la sección eficaz partónica, los términos de orden α_S^k o menor deben anularse. Dado que conocemos la evolución de α_S y las PDFs a través de las ecuaciones (2.23) y (2.24), esto nos permite obtener la dependencia de la sección eficaz partónica con las escalas μ_R y μ_F . Por esta razón, muchas veces por simplicidad se brindan los resultados correspondientes a un valor específico de μ_R y μ_F , que resultan más compactos, ya que luego su dependencia puede ser calculada sin mayores dificultades.

La segunda consecuencia es que, obviamente, la sección eficaz hadrónica calculada a un orden fijo k en teoría de perturbaciones no será completamente independiente de las escalas de renormalización y factorización, sino que existe una dependencia remanente comenzando a partir de un orden más al alcanzado en el cálculo. Si contáramos con las contribuciones de orden $k+1$, parte de esta dependencia se cancelaría, comenzando recién al orden siguiente, $k+2$. Por lo tanto, esta dependencia con las escalas de alguna forma nos permite tener una idea del orden de magnitud que deben tener las contribuciones de órdenes superiores aún no calculadas, ya que estas deben cancelar esta dependencia. Es por esta razón que la dependencia de la sección eficaz hadrónica con las escalas μ_R y μ_F es utilizada para cuantificar el tamaño de los órdenes superiores, y brindar así una incerteza teórica debida a la ausencia de los mismos en la predicción.

El valor central elegido para estas escalas, y el rango en que se varían para estimar la incerteza teórica, es en principio arbitrario. Supongamos por simplicidad que nuestro problema tiene una única escala Q , la masa invariante del estado final. Nuestra sección eficaz partónica entonces tendrá una dependencia con las escalas de renormalización y

factorización a través de términos de la forma

$$\ln \frac{\mu_R^2}{Q^2}, \quad \ln \frac{\mu_F^2}{Q^2}, \quad \ln \frac{\mu_R^2}{\mu_F^2}, \quad (2.27)$$

en donde obviamente el último puede escribirse en términos de los primeros dos. Si se eligen valores de μ_R y μ_F muy diferentes a Q , estos logaritmos tomarán valores muy grandes, generando términos que pueden potencialmente arruinar la convergencia de la serie perturbativa. Por esta razón, en un caso como este se eligen típicamente valores para la escala central μ_0 cercanos a Q . Luego las escalas son variadas en un cierto rango, que por razones históricas suele ser $[\mu_0/2, 2\mu_0]$. Finalmente, en ocasiones se impone también la restricción $1/2 \leq \mu_R/\mu_F \leq 2$, para evitar que los logaritmos del cociente entre las escalas tomen valores grandes.

Obviamente, este procedimiento para estimar la incerteza teórica es mas bien cualitativo, y no garantiza que el cálculo a orden $k + 1$ se encuentre incluido en las bandas de error de la predicción a orden k . Esta subestimación de los errores suele ocurrir comúnmente para el orden más bajo en la expansión perturbativa, debido a que en ocasiones las correcciones a NLO pueden ser muy grandes, y además en muchos casos la dependencia con μ_R es nula a LO.

Capítulo 3

Producción de un bosón de Higgs más allá del NNLO

En este capítulo abordaremos el cálculo de la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs en el LHC. El descubrimiento de esta nueva partícula escalar es sin dudas el mayor logro del LHC, y la obtención de una predicción teórica precisa es de vital importancia para poder testear el modelo estándar. En la sección 3.1 haremos una introducción, describiendo el estado del arte del cálculo de la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs en el LHC. En la sección 3.2 describiremos las predicciones que se obtienen para los términos aún desconocidos de la sección eficaz a través del denominado kernel físico, y en la sección 3.3 mostraremos los resultados fenomenológicos correspondientes. Finalmente, en la sección 3.4 presentaremos las conclusiones de este capítulo.

3.1. Introducción

Luego del descubrimiento de un nuevo bosón realizado por las colaboraciones ATLAS y CMS [4, 5] en el LHC, es necesario contar con predicciones teóricas precisas para poder determinar si en efecto esta partícula es, tal como parece hasta ahora, el bosón de Higgs del modelo estándar. En particular, para estudiar sus propiedades y así poder distinguir entre el modelo estándar y otros escenarios de nueva física, es importante proveer cálculos muy precisos de la cantidad de bosones de Higgs que se esperan observar, y de sus diversas distribuciones.

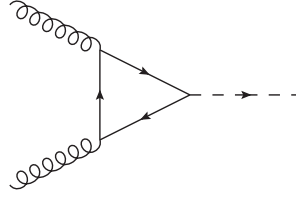


Figura 3.1: Diagrama de Feynman correspondiente al proceso denominado fusión de gluones, dando lugar a un bosón de Higgs via un loop de un quark pesado.

El principal mecanismo de producción del bosón de Higgs del modelo estándar en el LHC es el denominado fusión de gluones. El diagrama de Feynman correspondiente al cálculo a LO se muestra en la figura 3.1. Este proceso se encuentra mediado por un loop de un quark pesado. La principal contribución proviene del quark top, dado que este es quien se acopla más fuertemente al bosón de Higgs. Las correcciones correspondientes al desarrollo perturbativo de QCD para la sección eficaz inclusiva han sido calculadas a NNLO en la teoría efectiva [7–9] basadas en el límite en que la masa del quark top es grande, $m_t \gg m_H$, y más tarde para $m_H \lesssim 2m_t$ en la teoría completa [30–32]. El gran tamaño de las correcciones de QCD a este orden y en los ordenes anteriores [33–36], debido principalmente a las grandes contribuciones provenientes del límite $z \rightarrow 1$, en donde z es el cociente al cuadrado entre la masa del bosón de Higgs m_H y la energía de centro de masa partónico $\sqrt{\hat{s}}$ (es decir $z = m_H^2/\hat{s}$), junto con las todavía importantes incertezas provenientes de la variación de las escalas de factorización y renormalización, han motivado diversos intentos de mejorar estas predicciones, yendo más allá del NNLO.

A next-to-next-to-next-to-leading order (N³LO) todas las denominadas distribuciones plus, $\mathcal{D}_k = [(1-z)^{-1} \ln^k(1-z)]_+$ con $0 \leq k \leq 5$, las cuales son dominantes en el umbral de producción, son conocidas en el límite de masa del top grande [37]. Recientemente, también los términos proporcionales a $\delta(1-z)$ han sido calculados [38]. Estos incluyen las correcciones virtuales a 3 loops. En el espacio de Mellin, siendo N la variable conjugada de z , los logaritmos que dominan en el umbral de producción aparecen como $\ln^k N$ con $1 \leq k \leq 2n$ al n -ésimo orden, mientras que las correcciones virtuales dan lugar a términos constantes en N . Basándose en comparaciones con lo que ocurre a órdenes anteriores, se ha demostrado que la aproximación soft-virtual (SV) en el espacio de Mellin da como

resultado predicciones confiables para la sección eficaz total de producción de un bosón de Higgs [22, 37, 39–41]. Esta aproximación consiste en mantener sólo aquellos términos que no se anulan en el límite soft $z \rightarrow 1$, que en el espacio de Mellin corresponde a $N \rightarrow \infty$. Obviamente, obtener sólo estos términos resulta mucho más sencillo que realizar el cálculo completo.

En este capítulo presentaremos resultados a N³LO y N⁴LO más allá de la aproximación soft-virtual. Para ello, utilizaremos los denominados kernels de evolución físicos (también llamados dimensiones anómalas físicas), que se obtienen a partir de la factorización estándar de QCD, luego de que las distribuciones de partones son eliminadas de la ecuación de evolución para la sección eficaz, como veremos en la próxima sección. Estos kernels físicos tienen una propiedad importante, que consiste en que al aumentar un orden en teoría de perturbaciones aparece sólo una potencia extra de $\ln(1-z)$ (esto es denominado, en inglés, *single logarithmic enhancement* [42, 43]). Esta propiedad nos permitirá establecer restricciones a la sección eficaz partónica, obteniendo las contribuciones subdominantes a N³LO del tipo $\ln^k(1-z)$ (o en el espacio de Mellin $N^{-1} \ln^k N$) para $k = 5, 4, 3$. Además, utilizando los resultados para dispersión inelástica inclusiva (DIS, por sus siglas en inglés) a través del intercambio de un bosón de Higgs, que son conocidos en forma exacta a N³LO [43], podemos también estimar en forma sistemática la magnitud de los términos restantes de $\mathcal{O}(N^{-1})$.

Basados en las contribuciones soft-virtuales, junto con los nuevos términos subdominantes de la forma $N^{-1} \ln^k N$, presentamos predicciones precisas para las correcciones a N³LO completas. Además, como un estudio adicional de la incerteza teórica restante, estudiamos el impacto numérico de las contribuciones a N⁴LO en la aproximación soft-virtual.

Cabe mencionar que luego de la publicación de este trabajo, pero antes de la finalización de la presente tesis doctoral, una expansión alrededor de $z = 1$ a N³LO con un gran número de términos, que permiten predecir el valor del cálculo a N³LO completo, ha sido realizado por Anastasiou *et al.* [44] (ver también Ref. [45]). Los resultados numéricos allí obtenidos coinciden con las predicciones presentadas en este capítulo.

3.2. Restricciones obtenidas a partir del kernel físico

Para $m_H \simeq 125$ GeV [4, 5], las correcciones perturbativas de QCD para la producción de un bosón de Higgs pueden ser evaluadas con una precisión del orden del 1% en la aproximación de masa del quark top grande, dentro de la cual el acoplamiento efectivo entre el Higgs y gluones está dado por el siguiente Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4v} C(\mu_R^2) H G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} , \quad (3.1)$$

en donde $v \simeq 246$ GeV es el valor de expectación en el vacío del Higgs y $G_{\mu\nu}^a$ denota el tensor gluónico. El denominado coeficiente de Wilson $C(\mu_R^2)$, que también puede ser desarrollado en potencias del acoplamiento fuerte, es conocido hasta N³LO [46–48]. Este lagrangiano efectivo es renormalizado en el esquema $\overline{\text{MS}}$ por el siguiente factor global,

$$Z(\alpha_S) = 1 - \frac{\beta_0}{\epsilon} \left(\frac{\alpha_S}{4\pi} \right) + \left(\frac{\beta_0^2}{\epsilon^2} - \frac{\beta_1}{\epsilon} \right) \left(\frac{\alpha_S}{4\pi} \right)^2 + \mathcal{O}(\alpha_S^3), \quad (3.2)$$

en donde $\beta_0 = 11C_A/3 - 2N_F/3$ y $\beta_1 = 34C_A^2/3 - 10C_A N_F/3 - 2C_F N_F$. La factorización de QCD permite expresar la sección eficaz hadrónica inclusiva para la producción del bosón de Higgs a una energía de centro de masa $E_{cm} = \sqrt{S}$ de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \sigma(S, m_H^2) &= \tau \sum_{a,b} \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} \frac{dx_2}{x_2} f_{a/h_1}(x_1, \mu_F^2) f_{b/h_2}(x_2, \mu_F^2) \int_0^1 dz \delta\left(z - \frac{\tau}{x_1 x_2}\right) \times \\ &\times \tilde{\sigma}_0 c_{ab}(z, \alpha_S(\mu_R^2), m_H^2/\mu_R^2, m_H^2/\mu_F^2) , \end{aligned} \quad (3.3)$$

en donde $\tau = m_H^2/S$, y μ_F y μ_R son las escalas de factorización y renormalización respectivamente. Las distribuciones de partones de los hadrones incidentes se denotan por $f_{a/h}(x, \mu_F^2)$, en donde los índices a, b indican el tipo de partón. La variable $z = m_H^2/\hat{s}$ es el equivalente partónico de τ , con $\hat{s} = x_1 x_2 S$ siendo el cuadrado de la energía de centro de masa partónica. La expansión completa en potencias de α_S del vértice efectivo entre el bosón de Higgs y gluones está incluida en $\tilde{\sigma}_0$, es decir

$$\tilde{\sigma}_0 = \frac{\pi C(\mu_R^2)^2}{64 v^2} \quad \text{con} \quad C(\mu_R^2) = -\frac{\alpha_S(\mu_R^2)}{3\pi} \left\{ 1 + 11 \frac{\alpha_S(\mu_R^2)}{4\pi} + \dots \right\} . \quad (3.4)$$

Las funciones c_{ab} , que incluyen todas las correcciones de QCD a la sección eficaz partónica, son expandidas en potencias del acoplamiento fuerte con $a_s \equiv \alpha_S(\mu_R^2)/(4\pi)$,

$$c_{ab}(z, \alpha_S(\mu_R^2), m_H^2/\mu_R^2, m_H^2/\mu_F^2) = \sum_{n=0}^{\infty} a_s^n c_{ab}^{(n)}(z, m_H^2/\mu_R^2, m_H^2/\mu_F^2) . \quad (3.5)$$

A LO tenemos $c_{ab}^{(0)} = \delta_{ag} \delta_{bg} \delta(1-z)$. Como fue mencionado anteriormente, las correcciones de QCD, dentro de la aproximación de la masa del quark top grande, son conocidas hasta NNLO [7–9], mientras que al momento de la publicación de este trabajo sólo las contribuciones soft y virtuales del N³LO, es decir las distribuciones plus $\mathcal{D}_k(z) = [(1-z)^{-1} \ln^k(1-z)]_+$ y los términos proporcionales a $\delta(1-z)$, eran conocidos [37, 38]. Estas contribuciones sólo involucran al subproceso partónico iniciado por gluones, es decir $c_{gg}^{(3)}$.

Es posible extraer más información acerca del comportamiento para $z \rightarrow 1$ del coeficiente a N³LO $c_{gg}^{(3)}$ a través del kernel de evolución físico. Pasamos a definirlo a continuación. Por simplicidad, consideraremos el caso $\mu_F = \mu_R \equiv \mu$, y además $\mu = m_H$ (los términos dependientes de estas escalas pueden ser reconstruidos a partir de las ecuaciones del grupo de renormalización). Definimos entonces las siguientes “funciones de estructura” adimensionales partónicas \mathcal{F}_{ab}

$$\sigma(S, m_H^2) = \sum_{a,b} \tilde{\sigma}_0 \mathcal{F}_{ab} . \quad (3.6)$$

Las funciones \mathcal{F}_{ab} no son más que la contribución del canal partónico ab a la sección eficaz hadrónica, simplemente normalizadas por la sección eficaz partónica a LO $\tilde{\sigma}_0$. Para los términos subdominantes $(1-z)^0$ podemos restringirnos a trabajar con el caso “no singlete”, en el cual sólo es necesario tener en cuenta el coeficiente c_{gg} y las funciones de partición colineales P_{gg} ; otras contribuciones se encuentran suprimidas respecto de los términos dominantes $(1-z)^{-1}$ por dos potencias de $(1-z)$.

Utilizando las ecuaciones de evolución para α_S y para las distribuciones de partones, se puede llegar a una expresión para la evolución de \mathcal{F}_{ab} [42]. La función de estructura \mathcal{F}_{gg} puede ser escrita, en una forma bastante esquemática pero suficiente para nuestros propósitos, de la siguiente manera

$$\mathcal{F}_{gg} = f_{g/h_1} \otimes f_{g/h_2} \otimes c_{gg}(a_s), \quad (3.7)$$

en donde \otimes representa la convolución usual. La ecuación de evolución para las distribuciones de partones $f_{g/h}$ es, en el caso “no singlete”, la siguiente

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} f_{g/h} = P_{gg} \otimes f_{g/h} = \sum_{l=0} a_s^{l+1} P_{gg}^{(l)} \otimes f_{g/h} \quad (3.8)$$

puesto que no incluimos las contribuciones de funciones de partición no diagonales. Aquí $P_{gg}^{(\ell)}$ son las funciones de partición colineal gluón-gluón a $(\ell + 1)$ loops. Por otro lado, para la evolución de la constante de acoplamiento fuerte tenemos que

$$\frac{da_s}{d \ln \mu^2} = \beta(a_s) = - \sum_{l=0} a_s^{l+2} \beta_l, \quad (3.9)$$

en donde $\beta(a_s)$ representa la función β de QCD, con $\beta_0 = 11/3 C_A - 2/3 N_f$.

Teniendo en cuenta estas ecuaciones de evolución, podemos obtener el siguiente resultado

$$\frac{d}{d \ln \mu^2} \mathcal{F}_{gg} = 2P_{gg} \otimes \mathcal{F}_{gg} + f_{g/h_1} f_{g/h_2} \otimes \frac{dc_{gg}(a_s)}{d \ln \mu^2} = 2P_{gg} \otimes \mathcal{F}_{gg} + f_{g/h_1} f_{g/h_2} \otimes \beta(a_s) \frac{dc_{gg}(a_s)}{da_s}. \quad (3.10)$$

El segundo término puede reescribirse para reconstruir \mathcal{F}_{gg} de la siguiente manera

$$f_{g/h_1} f_{g/h_2} \otimes \beta(a_s) \frac{dc_{gg}(a_s)}{da_s} = \beta(a_s) \frac{dc_{gg}(a_s)}{da_s} \otimes (c_{gg}(a_s))^{-1} \otimes \mathcal{F}_{gg}, \quad (3.11)$$

en donde $(c_{gg}(a_s))^{-1}$ se define de forma tal que su convolución con $c_{gg}(a_s)$ es igual a $\delta(1-z)$. Esto es equivalente a pedir que en el espacio de Mellin el producto entre ambos sea igual a 1. Expandiendo en potencias de a_s , se obtienen a partir de esta condición los siguientes resultados para los 5 primeros términos

$$\begin{aligned} (c_{gg})^{-1,(0)} &= c_{gg}^{(0)} = \delta(1-z), \\ (c_{gg})^{-1,(1)} &= -c_{gg}^{(1)}, \\ (c_{gg})^{-1,(2)} &= -c_{gg}^{(2)} + c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)}, \\ (c_{gg})^{-1,(3)} &= -c_{gg}^{(3)} + 2c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(2)} - c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)}, \\ (c_{gg})^{-1,(4)} &= -c_{gg}^{(4)} + 2c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(3)} + c_{gg}^{(2)} \otimes c_{gg}^{(2)} - 3c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(2)} + c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Por otro lado, el término conteniendo la derivada de c_{gg} respecto de a_s puede ser computado trivialmente luego de la expansión perturbativa.

Con lo hecho en los pasos anteriores, hemos logrado factorizar \mathcal{F}_{gg} de la expresión resultante en la ecuación (3.10), obteniendo de esta forma el siguiente resultado para la evolución

de esta cantidad [42],

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d \ln m_H^2} \mathcal{F}_{gg} &= \left\{ 2P_{gg}(a_s) + \beta(a_s) \frac{dc_{gg}(a_s)}{da_s} \otimes (c_{gg}(a_s))^{-1} \right\} \otimes \mathcal{F}_{gg} \\
&\equiv K_{gg} \otimes \mathcal{F}_{gg} \equiv \sum_{\ell=0}^{\infty} a_s^{\ell+1} K_{gg}^{(\ell)} \otimes \mathcal{F}_{gg} \\
&= \left\{ 2a_s P_{gg}^{(0)} + \sum_{\ell=1}^{\infty} a_s^{\ell+1} \left(2P_{gg}^{(\ell)} - \sum_{k=0}^{\ell-1} \beta_k \tilde{c}_{gg}^{(\ell-k)} \right) \right\} \otimes \mathcal{F}_{gg} \quad (3.13)
\end{aligned}$$

la cual define el kernel de evolución físico K_{gg} y su expansión perturbativa, y en donde ya hemos fijado la escala $\mu = m_H$. Hasta N⁴LO los coeficientes de la expansión $\tilde{c}_{gg}^{(\ell)}$ de la última línea están dados por [49]

$$\begin{aligned}
\tilde{c}_{gg}^{(1)} &= c_{gg}^{(1)}, \\
\tilde{c}_{gg}^{(2)} &= 2c_{gg}^{(2)} - c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)}, \\
\tilde{c}_{gg}^{(3)} &= 3c_{gg}^{(3)} - 3c_{gg}^{(2)} \otimes c_{gg}^{(1)} + c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)}, \\
\tilde{c}_{gg}^{(4)} &= 4c_{gg}^{(4)} - 4c_{gg}^{(3)} \otimes c_{gg}^{(1)} - 2c_{gg}^{(2)} \otimes c_{gg}^{(2)} + 4c_{gg}^{(2)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} - c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)} \otimes c_{gg}^{(1)}.
\end{aligned} \quad (3.14)$$

El cálculo del kernel físico, dado el hecho de que contiene varias convoluciones, se lleva a cabo más fácilmente en el espacio de la variable conjugada N . Los N -momentos de Mellin están definidos de la siguiente manera

$$f(N) = \int_0^1 dz (z^{N-1} \{-1\}) f(z)_{\{+\}}, \quad (3.15)$$

en donde las partes entre llaves aplican a distribuciones plus.

Para este cálculo, las siguientes relaciones aproximadas entre los logaritmos en el espacio de z y en el espacio de N son de utilidad

$$\begin{aligned}
(-1)^k \left(\frac{\ln^{k-1}(1-z)}{1-z} \right)_+ &\stackrel{\text{M}}{=} \frac{1}{k} \left([S_1(N)]^k + \frac{1}{2} k(k-1) \zeta_2 [S_1(N)]^{k-2} + O([S_1(N)]^{k-3}) \right), \\
(-1)^k \ln^k(1-z) &\stackrel{\text{M}}{=} \frac{1}{N} \left(\ln^k \tilde{N} + \frac{1}{2} k(k-1) \zeta_2 \ln^{k-2} \tilde{N} + O(\ln^{k-3} \tilde{N}) \right) + O\left(\frac{1}{N^2}\right)
\end{aligned} \quad (3.16)$$

con $S_1(N) = \ln \tilde{N} + 1/(2N) + O(1/N^2)$ la suma parcial de la serie armónica y $\tilde{N} = Ne^{\gamma_E}$, es decir, $\ln \tilde{N} = \ln N + \gamma_E$ con $\gamma_E \simeq 0,577216$. Aquí $\stackrel{\text{M}}{=}$ indica que el lado derecho de la

ecuación es la transformada de Mellin (3.15) de la expresión del lado izquierdo. Las funciones de partición colineal, los coeficientes c_{gg} y sus productos en el espacio de Mellin pueden ser expresados en términos de sumas armónicas [50]. Estas dan lugar a polilogaritmos armónicos [51] en el espacio de z a partir de los cuales se pueden extraer las expansiones para z y N grandes (i.e. $z \rightarrow 1$ y $N \rightarrow \infty$). Todas estas manipulaciones fueron realizadas utilizando el sistema de manipulación simbólica FORM [52–54]. Más detalles acerca de este cálculo, como así también de las funciones involucradas, pueden encontrarse en el Apéndice A.

Tal como fue indicado previamente, la propiedad fundamental de estos kernels de evolución físicos (que además son independientes del esquema de factorización) es el hecho de que poseen lo que en inglés se denomina *single logarithmic enhancement*, es decir que por cada orden que se avanza en la expansión perturbativa, aparece únicamente una potencia extra de $\ln(1-z)$. De esta forma, el kernel físico a N^n LO posee como máximo $\ln^n(1-z)$. Este comportamiento contrasta con aquel de los coeficientes $c_{gg}^{(n)}$, los cuales a cada orden adquieren contribuciones logarítmicas dobles, presentando entonces términos de la forma $\ln^k(1-z)$ con $k > n \geq 1$ a N^n LO, a todo orden en la expansión alrededor de $z = 1$. Este comportamiento del kernel de evolución físico ha sido observado a órdenes más altos para una variedad de observables en DIS, aniquilación e^+e^- semi-inclusiva y producción de pares de leptones (conocido como proceso de Drell-Yan, DY) [42, 43]. Para los dos primeros, este comportamiento puede ser derivado a partir de propiedades de la sección eficaz partónica no factorizada en regularización dimensional, ver Refs. [55, 56].

Hasta NNLO, el kernel K_{gg} en la ecuación (3.13) también posee esta propiedad. Por ende, es razonable conjeturar que este comportamiento ocurre a todo orden en la expansión en potencias de α_S .

En particular, pidiendo que se cancelen los términos proporcionales a $\ln^5(1-z)$ y $\ln^4(1-z)$ en la tercera línea de la ecuación (3.14), podemos determinar los coeficientes correspondientes de $c_{gg}^{(3)}$. Más aún, podemos observar que los logaritmos dominantes de K_{gg} toman

la siguiente forma simple para las contribuciones subdominantes de orden N^{-1} ,

$$\begin{aligned}
K_{gg}^{(1)}|_{N^{-1}} &= - (8 \beta_0 C_A + 32 C_A^2) \ln N + \mathcal{O}(1) , \\
K_{gg}^{(2)}|_{N^{-1}} &= - (16 \beta_0^2 C_A + 112 \beta_0 C_A^2) \ln^2 N + \mathcal{O}(\ln N) , \\
K_{gg}^{(3)}|_{N^{-1}} &= - \left(32 \beta_0^3 C_A + \xi_H^{(3)} \beta_0^2 C_A^2 \right) \ln^3 N + \mathcal{O}(\ln^2 N) ,
\end{aligned} \tag{3.17}$$

en donde $|_{N^{-1}}$ indica que se toman s3lamente los t3rminos proporcionales a N^{-1} . Las primeras dos l3neas provienen del c3lculo expl3cito a partir de la secci3n eficaz a NLO y NNLO. La 3ltima l3nea es la generalizaci3n obvia basada en los resultados para DIS y DY (para el cual los coeficientes son los mismos luego del cambio $C_A \rightarrow C_F$). El coeficiente desconocido $\xi_H^{(3)}$ puede ser estimado comparando la ecuaci3n (3.17) con su an3logo conocido para el caso de DIS, dada por la ecuaci3n (5.2) de la Ref. [42]. Este resultado brinda informaci3n acerca del t3rmino proporcional a $\ln^3(1-z)$ del coeficiente c_{gg} a N³LO. Cabe mencionar que las funciones de partici3n colineal en la ecuaci3n (3.13) no contribuyen a la ecuaci3n (3.17) m3s all3 del NLO, dado que $P_{gg}^{(n)}$ no presenta potencias logar3tmicas suficientemente grandes para los t3rminos de orden N^0 y N^{-1} [28, 29, 57].

Las ecuaciones (3.13) – (3.17) dan lugar a las siguientes predicciones a N³LO y N⁴LO

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(3)}(z) &= c_{gg}^{(3)}(z)|_{\mathcal{D}_{k,\delta(1-z)}} - 512 C_A^3 \ln^5(1-z) + \left\{ 1728 C_A^3 + \frac{640}{3} C_A^2 \beta_0 \right\} \ln^4(1-z) \\
&+ \left\{ \left(-\frac{1168}{3} + 3584 \zeta_2 \right) C_A^3 - \left(\frac{2512}{3} + \frac{1}{3} \xi_H^{(3)} \right) C_A^2 \beta_0 - \frac{64}{3} C_A \beta_0^2 \right\} \ln^3(1-z) \\
&+ \mathcal{O}\left(\ln^2(1-z)\right)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

y

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(4)}(z) &= c_{gg}^{(4)}(z)|_{\mathcal{D}_{k,\delta(1-z)}} - \frac{4096}{3} C_A^4 \ln^7(1-z) + \left\{ \frac{19712}{3} C_A^4 + \frac{3584}{3} C_A^3 \beta_0 \right\} \ln^6(1-z) \\
&+ \left\{ \left(-2240 + 23552 \zeta_2 \right) C_A^4 - \left(\frac{19136}{3} + \frac{8}{3} \xi_H^{(3)} \right) C_A^3 \beta_0 - \frac{1024}{3} C_A^2 \beta_0^2 \right\} \ln^5(1-z) \\
&+ \mathcal{O}\left(\ln^4(1-z)\right)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

para $\mu_R = \mu_F = m_H$, en donde $c_{gg}^{(n)}(z)|_{\mathcal{D}_{k,\delta(1-z)}}$ denota la aproximaci3n soft-virtual en el espacio de z a NⁿLO. Los coeficientes para $n = 3$ pueden encontrarse en las ecuaciones (17) – (22) de la Ref. [37] y en la ecuaci3n (10) de la Ref. [38]. Los coeficientes que multiplican los

términos dominante y subdominante $\ln^k(1-z)$ de las ecuaciones (3.18) y (3.19) coinciden con los de DY si C_F es reemplazado por C_A en estos últimos. Para el tercer logaritmo esto es cierto sólomente para la contribución proporcional a β_0^2 .

Siete de las ocho distribuciones plus de la aproximación soft-virtual a N⁴LO, $c_{gg}^{(4)}(z)|_{\mathcal{D}_k, \delta(1-z)}$ en la ecuación (3.19), pueden ser obtenidas expandiendo y antitransformando en Mellin el resultado de la exponenciación de gluones soft a N³LO + N³LL.

Los coeficientes multiplicando \mathcal{D}_k para $2 \leq k \leq 7$ pueden encontrarse en la ecuación (16) de la Ref. [58] y los correspondientes a \mathcal{D}_1 en la ecuación (13) de la Ref. [59]. Por otro lado, los términos restantes, es decir aquellos correspondientes a \mathcal{D}_0 y $\delta(1-z)$, requieren un cálculo explícito a cuarto orden para ser obtenidos. El término correspondiente a \mathcal{D}_0 puede ser predicho a menos de dos dimensiones anómalas a cuatro loops que aún son desconocidas, usualmente denotadas por $A_{g,4}$ y $D_{g,4}$, de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(4)}|_{\mathcal{D}_0} = & D_{g,4} + C_A^4 \left(-\frac{50096}{9} + \frac{11328416}{729} \zeta_2 + \frac{8392600}{81} \zeta_3 + \frac{1581760}{81} \zeta_2^2 + \frac{3461120}{9} \zeta_5 \right. \\
& \left. - \frac{6894080}{27} \zeta_2 \zeta_3 + \frac{372416}{15} \zeta_2^3 - 217184 \zeta_3^2 - \frac{595616}{15} \zeta_2^2 \zeta_3 - 562176 \zeta_2 \zeta_5 + 983040 \zeta_7 \right) \\
& + C_A^3 N_f \left(\frac{191776}{81} - \frac{3613696}{729} \zeta_2 - \frac{2285696}{81} \zeta_3 - \frac{401920}{81} \zeta_2^2 + \frac{492800}{9} \zeta_2 \zeta_3 \right. \\
& \left. - \frac{729088}{9} \zeta_5 - \frac{69248}{15} \zeta_2^3 + 30400 \zeta_3^2 \right) \\
& + C_A^2 N_f^2 \left(-\frac{17920}{81} + \frac{290816}{729} \zeta_2 + \frac{89344}{81} \zeta_3 + \frac{2560}{9} \zeta_2^2 - \frac{69376}{27} \zeta_2 \zeta_3 + \frac{32768}{9} \zeta_5 \right) \\
& + C_A^2 C_F N_f \left(\frac{108272}{81} - \frac{62752}{27} \zeta_2 - \frac{340712}{27} \zeta_3 - 256 \zeta_2^2 + \frac{13312}{9} \zeta_2 \zeta_3 + \frac{512}{5} \zeta_2^3 + 9088 \zeta_3^2 \right) \\
& + C_A C_F N_f^2 \left(-\frac{15008}{81} + \frac{2144}{9} \zeta_2 + \frac{3584}{27} \zeta_3 - \frac{512}{3} \zeta_2 \zeta_3 \right). \tag{3.20}
\end{aligned}$$

Para derivar este resultado se extendieron los cálculos de la Ref. [37] hasta el término de orden α_s^4 de la función de exponenciación g_5 , ver también Refs. [39,60].

El coeficiente $A_{g,4}$ ha sido estimado usando la aproximación de Padé obteniendo $A_{g,4} = (17,7; 9,70; 3,49) \cdot 10^3$ para $N_f = 3, 4, 5$ sabores de quarks no masivos. La estimación

correspondiente para $D_{g,4}$ es

$$D_{g,4}(N_f = 3) = 12 \cdot 10^5, \quad D_{g,4}(N_f = 4) = 9,3 \cdot 10^5, \quad D_{g,4}(N_f = 5) = 6,8 \cdot 10^5, \quad (3.21)$$

la cual es menos confiable, dado que $D_{g,1} = 0$ por lo que s3lamente dos coeficientes no nulos a ordenes anteriores se encuentran disponibles [37, 39, 60–62]. Las estimaciones correspondientes para el proceso de Drell-Yan, $A_{g,4}$ y $D_{g,4}$, pueden obtenerse multiplicando los resultados anteriores por C_F/C_A .

Utilizando las ecuaciones (3.16), nuestro nuevo resultado (3.18) junto con los coeficientes de $c_{gg}^{(3)}(z)|_{\mathcal{D}_{k,\delta(1-z)}}$ en las referencias [37, 38] puede ser utilizado para extender la expansi3n en el l3mite de N grande a N³LO de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \kappa_3 c_{gg}^{(3)}(N) \simeq & 1,152 \ln^6 N + 5,46171 \ln^5 N + 23,8352 \ln^4 N + 44,9659 \ln^3 N \\ & + 85,6361 \ln^2 N + 60,7085 \ln N + 57,0781 \\ & + N^{-1} \left\{ 3,456 \ln^5 N + 19,7023 \ln^4 N + (61,7304 + 0,0115 \xi_H^{(3)}) \ln^3 N + \mathcal{O}(\ln^2 N) \right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

en donde $\kappa_3 = 1/2000 \simeq 1/(4\pi)^3$. En esta expresi3n hemos ya reemplazado los valores $C_A = 3$, $C_F = 4/3$ y $N_f = 5$. El factor κ_3 , tal como κ_4 en la ecuaci3n (3.23) a continuaci3n, convierte aproximadamente la expansi3n en una en potencias de α_S .

Cabe mencionar que los coeficientes de orden N^{-1} reciben contribuciones tanto de las distribuciones plus como de los t3rminos de la forma $\ln^k(1-z)$ en la ecuaci3n (3.18), por lo que la aproximaci3n soft-virtual da lugar a diferentes predicciones seg3n sea realizada en el espacio de z o de N . Es claro a partir de la ecuaci3n (3.22) que el coeficiente $\xi_H^{(3)}$ no es una fuente importante de incerteza; su contribuci3n al coeficiente del t3rmino proporcional a $N^{-1} \ln^3 N$ es de esperar que sea menor al 10 %.

El resultado a N⁴LO an3logo a la ecuaci3n (3.22) es el siguiente,

$$\begin{aligned} \kappa_4 c_{gg}^{(4)}(N) \simeq & 0,55296 \ln^8 N + 3,96654 \ln^7 N + 21,2587 \ln^6 N + 62,2985 \ln^5 N \\ & + 150,141 \ln^4 N + 212,443 \ln^3 N + (256,373 + 2 \kappa_4 A_{g,4}) \ln^2 N \\ & + (142,548 + \kappa_4 [4 \gamma_E A_{g,4} - D_{g,4}]) \ln N + \kappa_4 g_{0,4} \\ & + N^{-1} \left\{ 2,21184 \ln^7 N + 19,6890 \ln^6 N + (86,4493 + 552 \kappa_4 \xi_H^{(3)}) \ln^5 N + \mathcal{O}(\ln^4 N) \right\}, \end{aligned} \quad (3.23)$$

con $\kappa_4 = 1/25000 \simeq 1/(4\pi)^4$. Aquí el coeficiente $A_{g,4}$ es prácticamente despreciable, dado que su contribución a los coeficientes de los términos $\ln^2 N$ y $\ln N$ es del orden del 0,1%. La incerteza del coeficiente $D_{g,4}$ en la ecuación (3.21), elegida en forma conservadora igual al 100%, tiene un efecto del orden de $\pm 20\%$ para el término proporcional a $\ln N$. La contribución constante en N , $g_{0,4}$, puede ser estimada utilizando tres aproximaciones de Padé que dan como resultado valores dispersos, sugiriendo un resultado del orden de $\kappa_4 g_{0,4} = 65 \pm 65$.

Las expresiones exactas para $SU(N)$ correspondientes a las ecuaciones (3.22) y (3.23) se encuentran en el Apéndice A, junto con las predicciones a tercer y cuarto orden para las respectivas tres mayores potencias de $\ln(1-z)$ más allá de los términos de orden $(1-z)^0$ dados en las ecuaciones (3.18) y (3.19).

3.3. Resultados fenomenológicos

Antes de analizar el impacto numérico de las contribuciones de orden N^{-1} , discutiremos brevemente la aproximación soft virtual (SV). En el espacio de z , esta aproximación puede definirse reteniendo sólo los términos proporcionales a $\mathcal{D}_k(z)$ y $\delta(1-z)$ en la sección eficaz. Sin embargo, los coeficientes soft en el espacio de z se ven afectados por la presencia de términos subdominantes espurios que crecen factorialmente, cuyo origen es el tratamiento incorrecto de restricciones cinemáticas tales como la conservación de la energía. Estos términos arruinan la precisión de la aproximación [63].

La elección natural para calcular las contribuciones de gluones soft es el espacio de Mellin, en donde en lugar de tener distribuciones plus en la variable z , los términos dominantes en el umbral están dados por potencias de $\ln N$, y en donde las restricciones cinemáticas se imponen automáticamente. Consecuentemente, la aproximación SV en el espacio de N se define reteniendo aquellos términos de la sección eficaz partónica que no se anulan en el límite $N \rightarrow \infty$.

La contribución numérica de los términos de la forma $\ln^k N$, con $0 \leq k \leq 2n$, de la transformada de Mellin de los coeficientes $c_{gg}^{(n)}$ en la ecuación (3.5) a la sección eficaz (3.3)

están ilustrados hasta N³LO en la Tabla 3.1, en donde todos los valores numéricos están normalizados por el resultado al orden más bajo. Todos los resultados han sido calculados en el límite en que la masa del quark top es grande, con los valores $m_H = 125$ GeV, $E_{\text{cm}} = \sqrt{S} = 14$ TeV, la distribución de gluones central de MSTW08 a NNLO [21] y el correspondiente valor del acoplamiento fuerte $\alpha_S(M_Z^2) = 0,1171$ que da lugar al valor $\alpha_S(m_H^2) = 0,1118$ para $\mu_F = \mu_R = m_H$. También se muestra en la tabla la contribución del n -ésimo término de la expansión del factor $[C(\mu_R^2 = m_H^2)]^2$ en la ecuación (3.4).

Todas estas contribuciones resultan ser positivas; esto ocurre también para los términos logarítmicos a N⁴LO de la ecuación (3.23). Lo mismo ocurre para el caso del proceso de Drell-Yan, como así también para la aniquilación e^+e^- semi-inclusiva (ver la Tabla 1 y ecuación (37) de la Ref. [64]), mientras que para DIS sólomente las contribuciones $a_s^n \ln^{k \geq n} N$ son positivas para $n \leq 4$, ver Tabla 1 de la Ref. [65]. En todos estos casos, el resultado final de la aproximación SV es alcanzado de forma suave cuando los distintos términos de la forma $\ln^k N$ son incluidos de uno en uno. Esto se encuentra en contraste con lo que sucede en la aproximación SV definida en el espacio de z , la cual exhibe grandes cancelaciones entre las contribuciones de la forma $\mathcal{D}_k(z)$ [38].

| | LO | NLO | NNLO | N ³ LO |
|--------------|-------|--------|--------|-------------------|
| constante | 100 | 77,4 | 32,2 | 8,04 |
| (delta) | (100) | (35,1) | (1,72) | (5,07) |
| $\ln N$ | | 14,8 | 12,0 | 5,14 |
| $\ln^2 N$ | | 7,16 | 7,56 | 4,04 |
| $\ln^3 N$ | | | 1,07 | 1,09 |
| $\ln^4 N$ | | | 0,18 | 0,27 |
| $\ln^5 N$ | | | | 0,025 |
| $\ln^6 N$ | | | | 0,002 |
| SV | 100 | 99,4 | 53,0 | 18,6 |
| $C^2(m_H^2)$ | 100 | 19,6 | 2,05 | 0,12 |

Tabla 3.1: Contribuciones individuales de los términos $\ln^k N$ en los coeficientes $c_{gg}^{(n \leq 3)}$ a la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs, para $m_H = 125$ GeV y $E_{\text{cm}} = 14$. Todos los resultados están dados en forma de porcentajes de la contribución a LO. También se muestra la contribución del último término de la expansión del coeficiente $[C(\mu_R^2 = m_H^2)]^2$.

Podemos observar que los términos que son formalmente dominantes, i.e., aquellos con potencias más grandes de $\ln N$, dan como resultado contribuciones numéricamente pequeñas a la sección eficaz total; la parte dominante de las correcciones de umbral viene dada por los logaritmos con menores potencias y los términos constantes. Esto se debe, por un lado, al patrón que siguen los coeficientes de, por ejemplo, la ecuación (3.22). Como se puede observar, los coeficientes multiplicando las potencias más grandes de los logaritmos son sustancialmente menores a aquellos correspondientes a las potencias más bajas. Por otro lado, los valores de la masa del bosón de Higgs y de la energía de centro de masa del LHC, llevan a un valor promedio de τ pequeño, lo cual se traduce en un valor efectivo de N del orden de $N_{\text{eff}} \approx 2$ para las contribuciones logarítmicas de la Tabla 3.1.

Otro hecho interesante ilustrado en la Tabla 3.1 es el valor relativamente grande de la contribución proporcional a $\delta(1-z)$ a N³LO [38], siendo este alrededor de tres veces más grande que el correspondiente a NNLO. Este término representa el 63% de la contribución constante en N a este orden, de la cual el resto surge de las transformadas de Mellin de las distribuciones plus, \mathcal{D}_k .

Ahora sí comenzamos con el análisis de las contribuciones subdominantes de $\mathcal{O}(N^{-1})$. Antes de observar qué es lo que ocurre a tercer orden, compararemos los efectos de incluir estos términos a NLO y NNLO, en donde el resultado exacto es conocido. Esto se muestra en la Figura 3.2. Es claro que la inclusión de los términos de orden N^{-1} mejora la aproximación para valores grandes de N . Interesantemente, el resultado exacto siempre se encuentra entre las aproximaciones SV y $SV + N^{-1}$ en el rango $N \gtrsim 2$, tanto a NLO como a NNLO. Por lo tanto, resulta razonable suponer que este comportamiento también se mantiene a N³LO, y entonces es posible restringir el valor de $c_{gg}^{(3)}(N)$ en dicha región.

Para poder construir la aproximación $SV + N^{-1}$ a N³LO, todavía es necesario estimar el valor de los términos de orden N^{-1} desconocidos, es decir, aquellos de la forma $N^{-1} \ln^k N$ con $k = 2, 1, 0$. Para ello compararemos con el caso de DIS vía el intercambio de un bosón de Higgs, que es un proceso relacionado con el de nuestro interés vía el intercambio de un gluón del estado final al inicial, y cuyo resultado analítico es conocido a N³LO [43]. Compararemos entonces las expresiones para $c_{gg}^{(n)}(N)$ y $c_{\text{DIS}}^{(n)}(N)$ a NNLO y N³LO. Por un

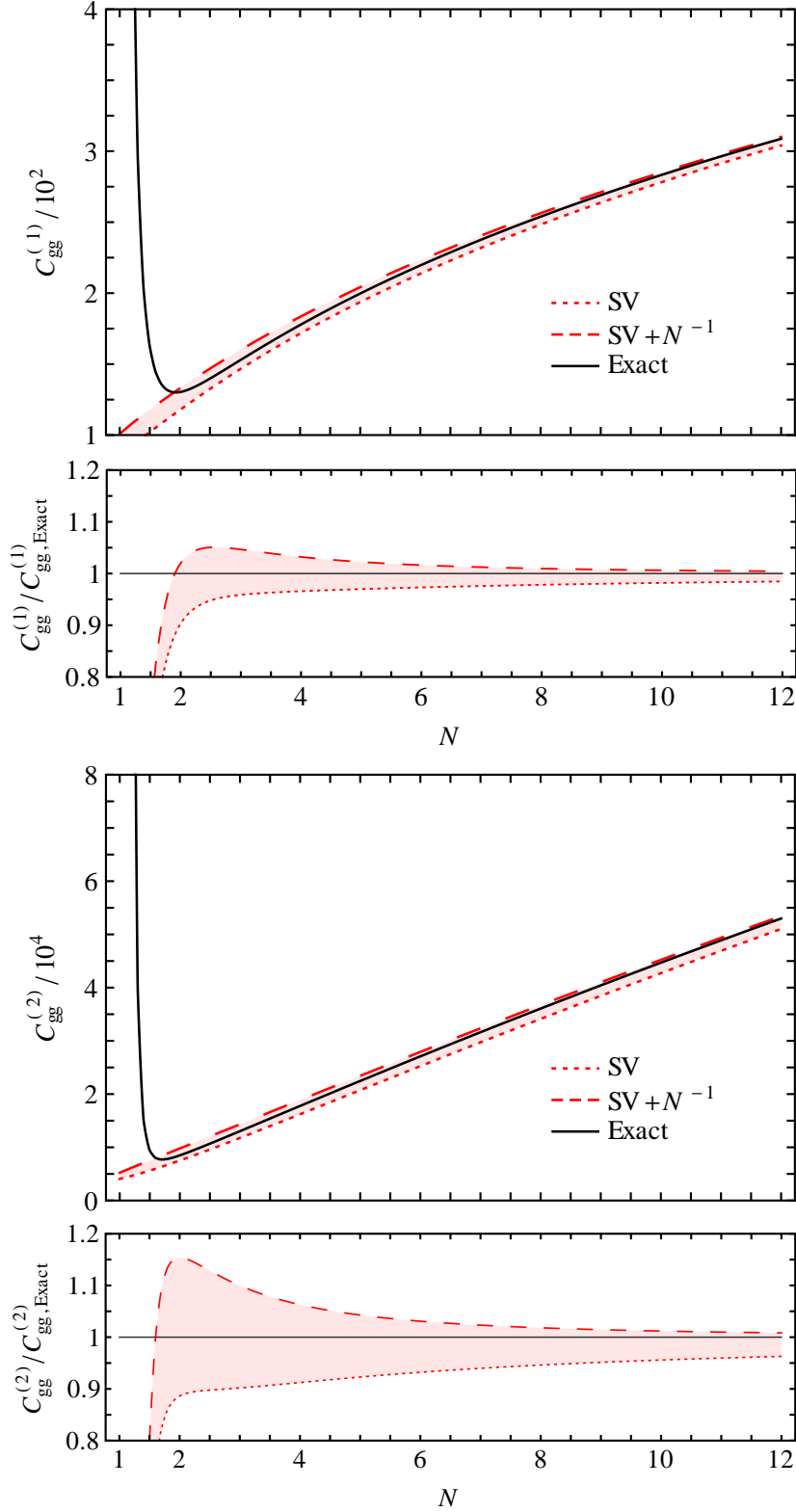


Figura 3.2: Resultados exactos para el coeficiente $c_{gg}(N)$ a NLO (arriba) y NNLO (abajo) en el límite de masa del quark top infinita y para $\mu_R = \mu_F = m_H$, junto con las correspondientes aproximaciones SV (línea punteada) y SV más los términos de orden N^{-1} (línea rayada). Los paneles inferiores muestran las posiciones relativas y el ancho de las barras de incerteza definidas por estas dos aproximaciones.

lado tenemos que

$$c_{\text{DIS}}^{(2)} \Big|_{N^{-1} \ln^k N} \propto \ln^3 N + 5,732 \ln^2 N + 8,244 \ln N - 3,275 , \quad (3.24)$$

$$c_{\text{DIS}}^{(3)} \Big|_{N^{-1} \ln^k N} \propto \ln^5 N + 12,65 \ln^4 N + 52,56 \ln^3 N + 92,01 \ln^2 N + 18,13 \ln N - 24,30$$

para $C_A = 3$, $C_F = 4/3$ y $N_f = 5$, y en donde hemos normalizado las expresiones de forma tal que el coeficiente del logaritmo dominante es igual a 1. Las expresiones análogas para la producción de un bosón de Higgs son

$$c_{gg}^{(2)} \Big|_{N^{-1} \ln^k N} \propto \ln^3 N + 2,926 \ln^2 N + 5,970 \ln N + 2,007 , \quad (3.25)$$

$$c_{gg}^{(3)} \Big|_{N^{-1} \ln^k N} \propto \ln^5 N + 5,701 \ln^4 N + \left(17,86 + 0,00333 \xi_H^{(3)}\right) \ln^3 N + \mathcal{O}(\ln^2 N) .$$

Comparando las ecuaciones (3.24) y (3.25) surge un patrón interesante: el tamaño de los coeficientes de los logaritmos no dominantes para la producción de un bosón de Higgs es siempre menor que el análogo para DIS; el cociente entre ambos es un factor del orden de 1/2 o (mucho) menor excepto por el término $\ln^1 N$. Por lo tanto, utilizaremos la siguiente estimación conservadora de los términos restantes

$$c_{gg}^{(3)} \Big|_{N^{-1} \ln^k N}^{\text{estimate}} \propto \ln^5 N + 5,701 \ln^4 N + 18,9 \ln^3 N + 46 \ln^2 N + 18 \ln N + 9 , \quad (3.26)$$

en donde hemos utilizado $\xi_H^{(3)} = 300$ tal como aproximadamente indican los coeficientes del kernel físico en la Ref. [42].

La ecuación anterior incluye una estimación para el término no logarítmico N^{-1} . El cociente entre dicho coeficiente y el de $N^{-1} \ln N$ es moderado, yendo de 0,58 a NLO hasta 0,34 a NNLO, lo cual podría indicar una tendencia hacia valores más pequeños al aumentar un orden más. Por lo tanto, utilizamos un valor de este cociente de 0,5 a N³LO, como se puede ver en la ecuación (3.26), lo cual parece ser en principio suficientemente conservador (recordemos que dado que todos estos términos tienen una contribución positiva a la sección eficaz, coeficientes más grandes llevan a un resultado $SV + N^{-1}$ mayor, y por lo tanto una banda de incerteza más grande).

Finalmente, en la Figura 3.3 se muestra el coeficiente $c_{gg}^{(3)}(N)$ para la aproximación SV, para la aproximación SV más los términos de la forma $N^{-1} \ln^k N$ con $k \geq 3$ (ecuación

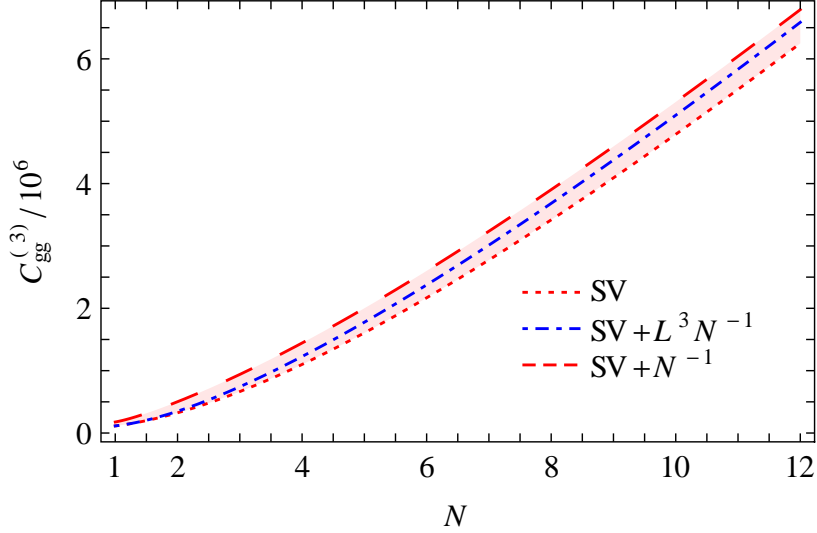


Figura 3.3: El coeficiente $c_{gg}^{(3)}(N)$ aproximado, para $N \gtrsim 2$, por las contribuciones N^0 SV de la ecuación (3.22) (línea punteada), la contribución SV más los tres términos $N^{-1} \ln^k N$ conocidos a partir de las restricciones del kernel físico (punteada-rayada), y por los términos SV más las estimaciones completas hasta orden N^{-1} en la ecuación (3.26) (rayada).

(3.22)) y para la aproximación SV más la estimación de todos los términos de orden N^{-1} (ecuación (3.26)). Variamos el valor de $\xi_H^{(3)}$ en un $\pm 50\%$, encontrando un muy pequeño impacto en los resultados. Basados entonces en el patrón observado a NLO y NNLO, es de esperar que el resultado exacto de $c_{gg}^{(3)}(N)$ se encuentra dentro de la banda mostrada en la figura, para $N \gtrsim 2$.

La consistencia entre las bandas de la Figura 3.2 con los resultados exactos para $N \gtrsim 2$ no garantiza que ocurra lo mismo para la sección eficaz hadrónica. En particular, es de esperar que haya diferencias para energías altas, dado que valores grandes de E_{cm} implican valores más pequeños de N , y en particular la region $N < 2$ comienza en algún punto a ser relevante. Por lo tanto, para analizar las energías a las cuales la aproximación es válida graficamos en la Figura 3.4 la contribución del canal iniciado por gluones a la sección eficaz hadrónica a NLO y NNLO, para diferentes energías de colisión. Aquí, y en todos los resultados que se encuentran a continuación, hemos utilizado la dependencia exacta con la masa del quark top a LO. Independientemente del orden del cálculo, utilizamos en este caso la constante de acoplamiento fuerte y distribuciones de partones a NNLO. En la figura también se muestran los denominados factores K a NLO y NNLO, definidos en este caso como $K_{N^k\text{LO}} = \sigma_{N^k\text{LO}}/\sigma_{N^{k-1}\text{LO}}$. Incluimos en ese caso las contribuciones pequeñas, pero

no despreciables, de los otros canales partónicos relevantes.

Podemos observar que los resultados exactos, tanto para el canal gluón-gluón como para la suma de todos los canales, son consistentes con la banda definida por las aproximaciones SV y $SV + N^{-1}$ para $E_{\text{cm}} \lesssim 20$ TeV a NLO (la desviación para energías mayores es de todos modos pequeña) y en todo el rango de energías consideradas a NNLO. Esto podía predecirse observando en detalle la Figura 3.2, en donde se puede ver que la aproximación es aplicable hasta valores de N más pequeños a NNLO.

En vista de estos resultados, podemos confiar en nuestra aproximación para el coeficiente $c_{gg}^{(3)}(N)$ para predecir el valor de las correcciones a N³LO en el rango de energías $E_{\text{cm}} \lesssim 20$ TeV. Esto se muestra en la Figura 3.5. Aquí todos los canales partónicos se encuentran incluidos hasta NNLO, mientras que a N³LO sólo consideramos el canal gluón-gluón. En este caso, utilizamos la dependencia con las escalas de α_S a N³LO [23, 24], con $\alpha_S(M_Z^2) = 0,1165$.

Podemos observar que la sección eficaz a N³LO es más grande que la correspondiente a NNLO. Para $\mu_R = m_H$, el aumento es de $11,3\% \pm 1,9\%$ para $E_{\text{cm}} = 7$ TeV y $9,7\% \pm 1,7\%$ para $E_{\text{cm}} = 20$ TeV. Para $\mu_R = m_H/2$, que es un valor más cercano a aquel de menor dependencia con las escalas y que permite reproducir algunos efectos de resumación [40], las correcciones son sustancialmente menores, con aumentos de $4,1\% \pm 2,9\%$ y $2,7\% \pm 2,5\%$ para energías de 7 TeV y 20 TeV, respectivamente. Concluimos entonces que el tamaño de las correcciones, como así también su incerteza, depende débilmente de la energía de centro de masa en este rango. La incerteza de nuestra aproximación, para una elección dada de las escalas, es del orden del 2-3 %.

La Figura 3.6 muestra la dependencia de la sección eficaz total a 14 TeV con las escalas de renormalización y factorización μ_R y μ_F para los distintos ordenes en la expansión perturbativa, en este caso calculados utilizando consistentemente (en los casos en que se encuentran disponibles) los valores y evolución de α_S y las distribuciones de partones. Para la banda correspondiente al N³LO se utilizaron distribuciones de partones a NNLO, dado que no se encuentra disponible ninguna distribución a tercer orden. Como se puede ver en el gráfico superior, la variación con la escala μ_F para un valor fijo de μ_R es pequeña ya

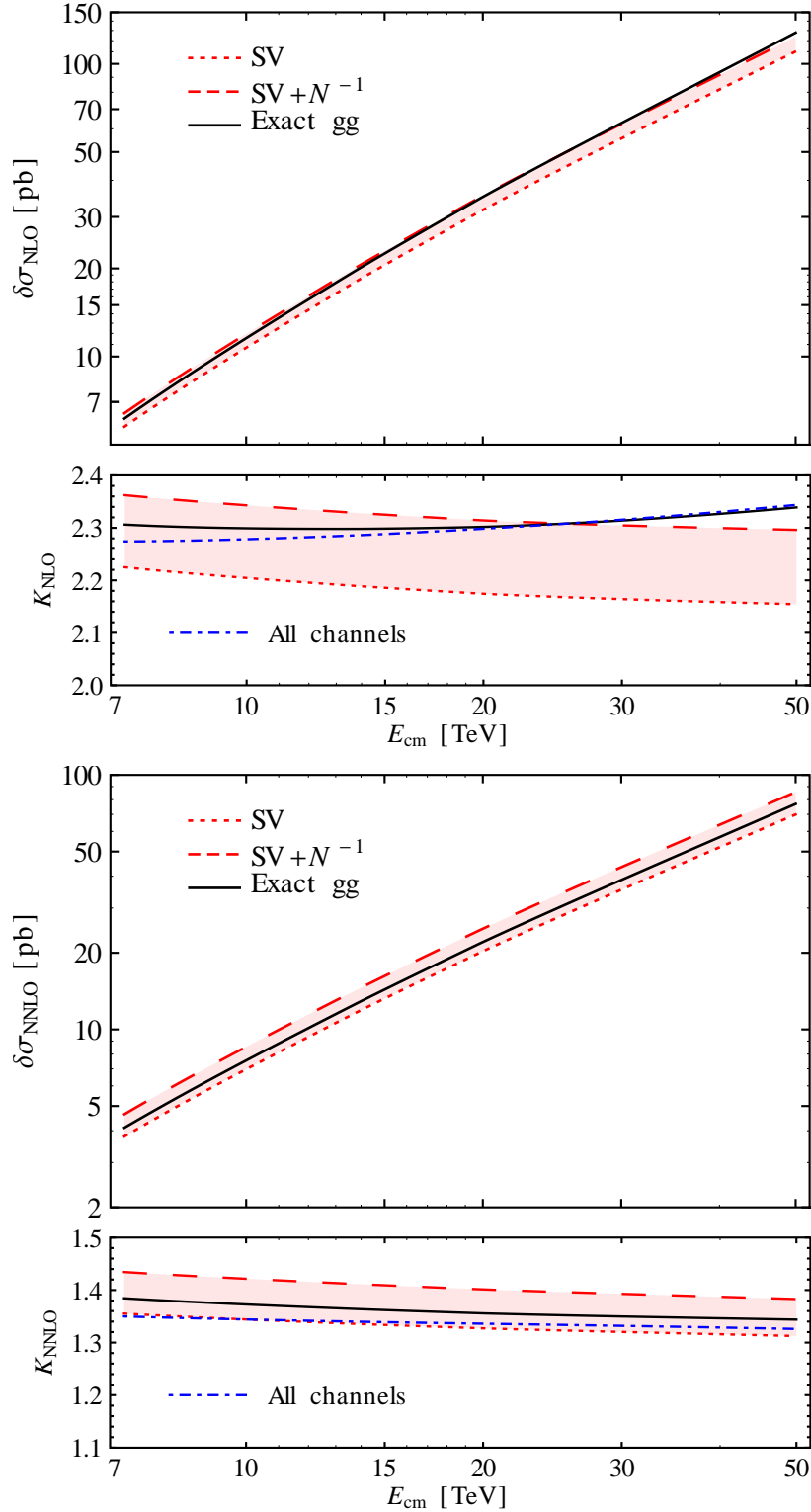


Figura 3.4: Las contribuciones a NLO (arriba) y NNLO (abajo) del canal gluón-gluón a la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs en función de la energía del colisionador, para el resultado exacto (línea sólida), la aproximación SV (punteada) y $SV+N^{-1}$ (rayada). Los paneles inferiores muestran los correspondientes factores K , incluyendo el efecto del resto de los canales partónicos (rayada-punteada).

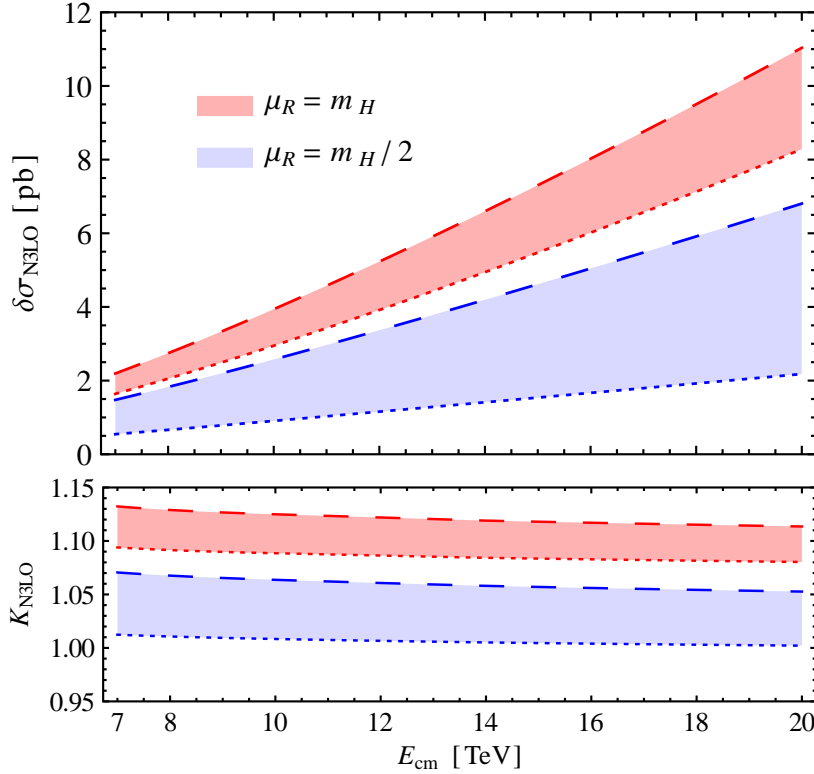


Figura 3.5: Las contribución a la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs a N^3LO en función de la energía del colisionador, para las aproximaciones SV (línea punteada) y $SV+N^{-1}$ definida en la ecuación (3.26) (rayada). Se muestran los resultados para $\mu_R = m_H$ (curvas superiores, en rojo) y $\mu_R = 0,5 m_H$ (curvas inferiores, en azul). El panel inferior muestra el cociente entre la predicción a N^3LO y el resultado a NNLO completo.

a LO, a pesar de las variaciones que sufren las densidades de partones. La dependencia con μ_F es de hecho más grande a N^3LO que a NNLO. Esto se debe al hecho de que se están utilizando distribuciones a NNLO para el cálculo a tercer orden. Además, a N^3LO no se encuentran incluidos el resto de los canales partónicos, que en los ordenes anteriores tienden a estabilizar la dependencia con la escala de factorización.

Ninguno de estos problemas aplica a la dependencia con la escala μ_R para μ_F fijo, dado que lo único que se requiere es el conocimiento de la función beta de QCD a cuatro loops [23, 24], pero no las aún desconocidas funciones de partición a cuarto orden. Usando el intervalo $m_H/4 \leq \mu_R \leq 2 m_H$, la sección eficaz va desde 32 a 56 pb a NLO, desde 42,5 a 57 pb a NNLO, y desde 49,5 a 54,5 pb para el centro de nuestra banda correspondiente al N^3LO . Las cotas inferiores cambian respectivamente a 38, 47,5 y 52,5 pb al utilizar la variación convencional de un factor 2 alrededor de la escala $m_H/2$. Estos resultados indican un incerteza teórica debida al truncamiento de la serie perturbativa un poco menor al $\pm 5\%$

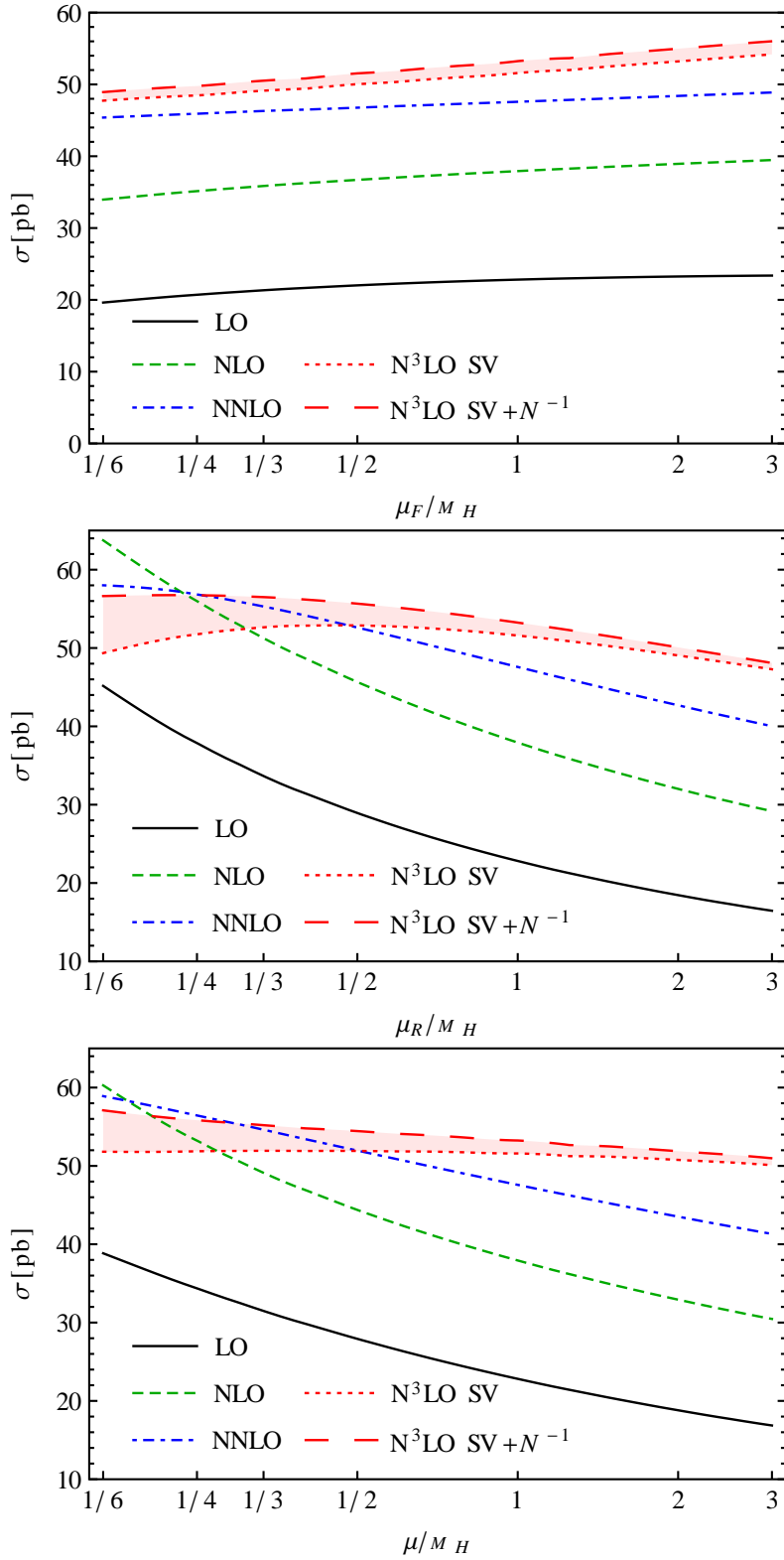


Figura 3.6: Dependencia de la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs con la escala de factorización μ_F para $\mu_R = m_H$ (arriba), la escala de renormalización μ_R para $\mu_F = m_H$ (medio), y con $\mu \equiv \mu_F = \mu_R$ (abajo) para $E_{\text{cm}} = 14$ TeV. Nuestra banda a N³LO se encuentra definida por las aproximaciones SV y SV + N⁻¹.

a N³LO.

Finalmente, en el gráfico inferior de la Figura 3.6, ambas escalas son variadas simultáneamente. La dependencia de la sección eficaz a LO, NLO y NNLO es similar (ligeramente menor) a la discutida anteriormente. La disminución en la dependencia que se observa a N³LO no puede ser confiada cuantitativamente, dado que la tendencia hacia valores menores de sección eficaz para μ_R creciente se cancela con el incremento espurio que se observa en el gráfico superior para valores grandes de μ_F . Por lo tanto, resulta más confiable por el momento utilizar los resultados correspondientes a μ_F fijo para estimar la incerteza de la sección eficaz.

Si bien en muchos casos son inevitables, las estimaciones de la incerteza utilizando la variación de escala no son completamente confiables, y además por supuesto el rango en que se varían las mismas es de algún modo arbitrario. Una alternativa para poder obtener esta incerteza es, en los casos en que sea posible, realizar una estimación del tamaño de las correcciones correspondientes al siguiente orden en la expansión perturbativa, para una escala fija (para otros métodos ver por ejemplo las Refs. [66, 67]). En particular, para el caso de la producción de un bosón de Higgs esto es posible, dado que el tamaño aproximado de la contribución SV completa a N⁴ LO puede ser obtenido a partir de los resultados de la ecuación (3.23). Para ello es necesario estimar el valor de los parámetros $D_{g,4}$ y $g_{0,4}$. Siguiendo las líneas discutidas en la sección anterior, utilizamos $D_{g,4} = 0$ y $\kappa_4 g_{0,4} = 130$ como una estimación “grande” para el coeficiente c_{gg} a N⁴LO, y $\kappa_4 D_{g,4} = 55$, i.e., dos veces la aproximación de Padé de la ecuación (3.21) y $g_{0,4} = 0$ para una estimación “pequeña”.

En principio, la sección eficaz a N⁴LO en el límite SV también involucra la contribución de orden α_s^5 al coeficiente $C(\mu_R^2)$ en la ecuación (3.4), el cual de hecho es conocido excepto por la parte dependiente de N_f de la función beta de QCD a cinco loops [47, 48]. Sin embargo, como resulta evidente a partir de la última fila de la Tabla 3.1, esta contribución puede ser omitida ya que tiene un impacto numérico muy pequeño.

Finalmente entonces, nuestras estimaciones para la corrección de cuarto orden se muestran en la Figura 3.7, en forma análoga a lo hecho para el resultado a N³LO en la Figura 3.5. Se puede observar también en este caso que el tamaño relativo de las correcciones,

ilustrado en el panel inferior a través del factor K , depende sólo levemente de la energía del colisionador, resultando en un efecto de 3,0 % a 2,5 % para $\mu_R = m_H$ y $-0,4 %$ a $-0,5 %$ para $\mu_R = m_H/2$ al ir desde 7 TeV a 20 TeV. Para $E_{\text{cm}} = 14$ TeV la contribución de los términos SV a N⁴LO cambian la sección eficaz en alrededor de 1,5 pb y $-0,5$ pb respectivamente, para las dos elecciones de la escala de renormalización anteriores. Aún en el caso en que estos resultados subestimaran considerablemente la verdadera corrección a cuarto orden, de todos modos la misma resultaría en un efecto menor al 5 %. Cabe recalcar que las bandas de las Figuras 3.5 y 3.7 tienen que ser sumadas a los correspondientes resultados de los órdenes inferiores, utilizando en cada caso la misma elección de las escalas. Por ende, la diferencia que existe entre las bandas correspondientes a $\mu_R = m_H$ y $\mu_R = m_H/2$ en dichas figuras no indica la incerteza de las predicciones a N³LO y N⁴LO.

En vistas de los resultados obtenidos anteriormente, podemos asignar una incerteza perturbativa a nuestra predicción a N³LO del orden de $\pm 5 %$. Esta incerteza tiene en cuenta el carácter aproximado de $c_{gg}^{(3)}(N)$, la omisión de los canales quark-gluón y quark-(anti)quark a N³LO y el truncamiento de la expansión perturbativa. Calculando todas las correcciones en el límite de la masa del quark top grande pero normalizando con el resultado a LO exacto, obtenemos entonces una sección eficaz total de $54,3 \pm 2,7$ pb a 14 TeV para las distribuciones de partones a NNLO de la Ref. [21], y con $\alpha_S(M_Z^2) = 0,1165$. El valor central corresponde a la elección $\mu_R = m_H/2$ y $\mu_F = m_H$. Al igual que en el resto de nuestros resultados, los valores anteriores no incluyen correcciones electrodébiles ni efectos de la masa del quark bottom.

Nuestra predicción para las correcciones a N³LO incluyendo los términos $N^{-1} \ln^k N$ en la ecuación (3.26) puede ser comparada con las Refs. [68, 69], en donde fue construida una aproximación para la sección eficaz a N³LO basandose en el comportamiento para valores grandes y pequeños de N (teniendo estos últimos un efecto muy pequeño para las energías del LHC). Los términos subdominantes $N^{-1} \ln^k N$ incluidos en dicha aproximación no coinciden con los obtenidos a partir de nuestro cálculo, más allá del correspondiente a $N^{-1} \ln^5 N$. De todas formas, el valor central de dichas predicciones para la sección eficaz a tercer orden son similares a nuestros resultados.

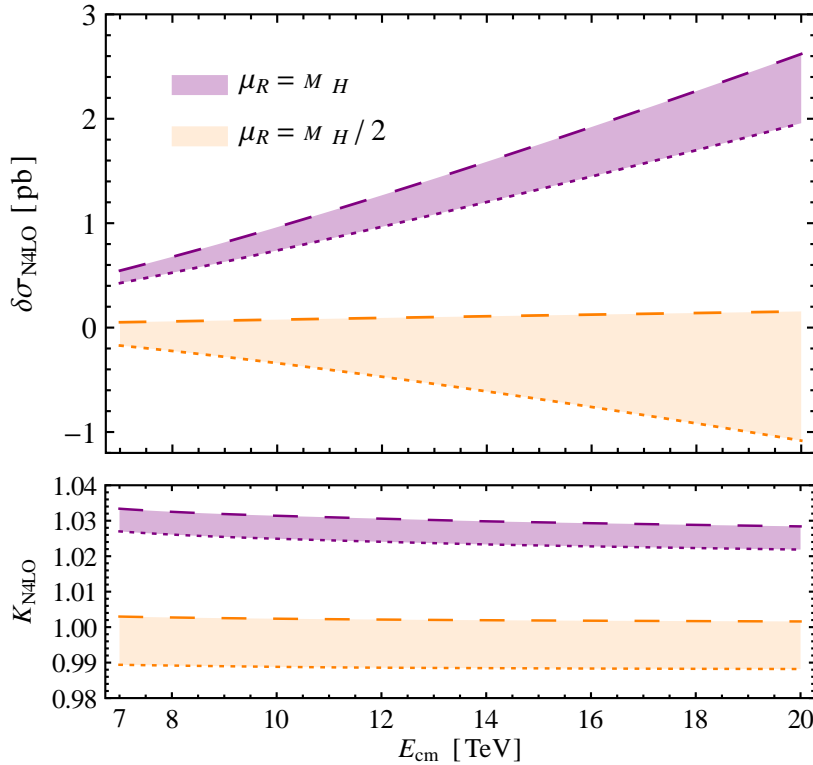


Figura 3.7: Similar a la Figura 3.5, en este caso para las correcciones a N^4LO , obtenidas a través de las estimaciones “grande” y “pequeña” del coeficiente $c_{gg}^{(4)}(N)$ discutidas en el texto principal. En el panel inferior se muestra el cociente con el orden anterior.

Finalmente, con las correcciones perturbativas de QCD al coeficiente c_{gg} suficientemente bajo control, las más grandes fuentes de incertezas restantes para el cálculo de la sección eficaz son la determinación del acoplamiento fuerte α_S y de las distribuciones de partones. Por ejemplo, utilizando los resultados de ABM12 para α_S y PDFs [70], el valor central obtenido es menor en un 11-14 % (dependiendo de la energía del colisionador) que los reportados aquí. Esto se debe al menor valor de $\alpha_S(M_Z^2)$ utilizado en ABM12 y a una distribución de gluones más pequeña en el rango de fracción de impulso del protón relevante. Recientemente, también la colaboración NNPDF ha reportado nuevos valores, que dan como resultado una sección eficaz para la producción de un bosón de Higgs ligeramente menores [71].

3.4. Conclusiones

Por casi diez años los resultados para la sección eficaz total de producción de un bosón de Higgs en el límite en que la masa del quark top es grande se han reducido al resultado exacto a NNLO [7–9] más la resumación de gluones soft a N³LL [37, 61, 62], la cual fija las seis potencias más grandes de los logaritmos de umbral a todo orden en teoría de perturbaciones. Recientemente, el cálculo de las contribuciones a N³LO en el límite soft virtual ha sido completado [38], añadiendo entonces el conocimiento del coeficiente de $\delta(1-z)$ en la sección eficaz partónica.

Por otro lado, en los últimos años también se ha avanzado en la resumación de los logaritmos subdominantes, $(1-z)^a \ln^k(1-z)$ con $a \geq 0$, a través de los denominados kernels de evolución físicos [42, 43].

En este capítulo, hemos considerado el canal partónico dominante gluón-gluón y hemos extendido los cálculos de la Ref. [42] al proceso de producción de un bosón de Higgs. Basados en los resultados de las Refs. [7–9] hemos derivado las contribuciones SV subdominantes $\ln^k(1-z)$ con $k = 5, 4, 3$, en forma completa para los primeros dos y a menos de una constante con escaso impacto numérico para la tercera. Para los correspondientes resultados con $a \geq 1$, hemos obtenido aquellos términos no proporcionales a C_F . Todos estos resultados, incluidos en el Apéndice A junto con los correspondientes a cuarto orden, constituyen una corroboración no trivial para un futuro cálculo completo a N³LO.

Pasando al espacio de Mellin para fines fenomenológicos, hemos comparado los coeficientes a NLO, NNLO y N³LO con los correspondientes a DIS vía el intercambio de un Higgs, en donde las correcciones perturbativas son completamente conocidas a tercer orden [43]. De este modo, hemos obtenido estimaciones para las contribuciones restantes de orden N^{-1} , i.e., $N^{-1} \ln^{2,1,0} N$. Hemos encontrado que tanto los coeficientes $c_{gg}^{(1)}$ y $c_{gg}^{(2)}$ para $N \gtrsim 2$ como las secciones eficaces a NLO y NNLO para energías del LHC se encuentran contenidas en la banda definida por las aproximaciones SV y SV+ $\mathcal{O}(N^{-1})$. Suponiendo que esto mismo ocurre al orden siguiente, hemos mejorado las estimaciones anteriores [37, 68] respecto del tamaño y la incerteza remanente de la sección eficaz a N³LO.

Hemos estudiado la dependencia de nuestros resultados aproximados a N³LO con las escalas de renormalización y factorización, como así también evaluado el tamaño de las correcciones a N⁴LO en la aproximación SV. Concluimos que la incerteza perturbativa restante no es mayor a $\pm 5\%$, incluyendo aquí el efecto del carácter aproximado de $c_{gg}^{(3)}(N)$, la omisión de los demás canales partónicos a tercer orden y la incerteza debida al truncamiento de la serie perturbativa. Utilizando las distribuciones de partones a NNLO de la Ref. [21] con $\mu_F = m_H$ y el acoplamiento fuerte a N³LO con $\alpha_S(M_Z^2) = 0,1165$, obtenemos a tercer orden un aumento en la sección eficaz de $(10 \pm 2)\%$ para $\mu_R = m_H$ y $(3 \pm 2,5)\%$ para $\mu_R = m_H/2$ con respecto al resultado a NNLO para una energía de 14 TeV. La expansión perturbativa de la sección eficaz partónica se encuentra, por lo tanto, suficientemente bajo control, transformando a la determinación de la constante de acoplamiento fuerte y distribuciones de partones en una fuente de incerteza similar o aún de mayor importancia.

Tal como fue mencionado anteriormente, luego de la publicación del trabajo descrito en este capítulo fueron calculadas las correcciones a este proceso en una expansión que permite predecir el resultado completo a N³LO [44]. Los resultados allí obtenidos son completamente compatibles con nuestras predicciones. Por otro lado, no existen por el momento resultados al orden siguiente, N⁴LO, más precisos que los que hemos calculado en este capítulo.

Capítulo 4

Producción de dos bosones de Higgs a NNLO

En este capítulo nos centraremos en la producción de pares de bosones de Higgs en el LHC. Este proceso es uno de los principales objetivos de las próximas búsquedas que se realizarán en el CERN, por esta razón es necesario contar con predicciones teóricas confiables. En la sección 4.1 haremos una breve introducción, explicando las principales motivaciones asociadas a esta medición, como así también los canales de producción y decaimiento más importantes. Luego nos centraremos en la producción, dentro del modelo estándar, a través de la denominada fusión de gluones. En la sección 4.2 describiremos el cálculo de las correcciones virtuales a segundo orden que hemos realizado, mientras que en la sección 4.3 mostraremos los resultados correspondientes al cálculo completo a NNLO. Finalmente, en la sección 4.4 presentaremos nuestras conclusiones. Luego, en el capítulo 5, seguiremos abocados a este proceso, y describiremos el cálculo de las correcciones provenientes de la resumación de gluones soft.

4.1. Introducción

El bosón que ha sido descubierto recientemente en el LHC por las colaboraciones ATLAS y CMS [4, 5] es, por el momento, compatible con el bosón de Higgs predicho por el modelo estándar. Para poder decidir si en verdad esta partícula es la responsable de la ruptura espontánea de simetría del sector electrodébil es necesario medir con precisión sus

acoplamiento, y comprobar que los mismos sean proporcionales a las masas. Más aún, es de crucial importancia medir la auto-interacción del bosón de Higgs.

La medición de dichos acoplamientos es la única forma de comenzar a reconstruir el potencial escalar del bosón de Higgs. Luego de la ruptura espontánea de simetría, el mismo toma la siguiente forma:

$$V(H) = \frac{1}{2}M_H^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{1}{4}\lambda' H^4. \quad (4.1)$$

En el modelo estándar el acoplamiento triple y el cuádruple toman el mismo valor, $\lambda = \lambda' = M_H^2/(2v^2)$, donde $v \simeq 246$ GeV es el valor de expectación en el vacío del Higgs y M_H su masa. En la mayor parte de los escenarios de nueva física estos acoplamientos se desvían de los valores predichos en el modelo estándar. Por esta razón, una determinación de los auto-acoplamientos del bosón de Higgs es necesaria tanto para entender el mecanismo de ruptura espontánea de simetría, como para intentar distinguir entre el modelo estándar y otros modelos.

El acoplamiento cuádruple puede, en principio, ser estudiado vía la producción de tres bosones de Higgs a través del proceso $pp \rightarrow H^* \rightarrow HHH$, en donde el Higgs del estado intermedio se encuentra obviamente fuera de su capa de masa. Sin embargo, la sección eficaz correspondiente es demasiado pequeña como para ser medida en el LHC, del orden de 0,05 fb para $E_{cm} = 14$ TeV [72], y por lo tanto no será posible determinar su valor en el presente o futuro cercano. La situación es distinta para el acoplamiento triple λ , para el cual una medición puede ser posible a través de la producción de pares de bosones de Higgs, en particular via $pp \rightarrow H^* \rightarrow HH$. Para ello, será necesario alcanzar valores de luminosidad integrada muy altos.

La posibilidad de observar la producción de pares de bosones de Higgs en el LHC ha sido analizada en numerosos trabajos, por ejemplo en las Refs. [73–80]. Si bien el análisis es desafiante, debido a que la señal es muy pequeña (aproximadamente 3 órdenes de magnitud menor a la de un único bosón de Higgs) y que existe un gran background de QCD, ha sido demostrado que una medición es posible en el denominado *High Luminosity* LHC (LHC de alta luminosidad), una mejora del LHC que aumentará su luminosidad por un factor 10. Por

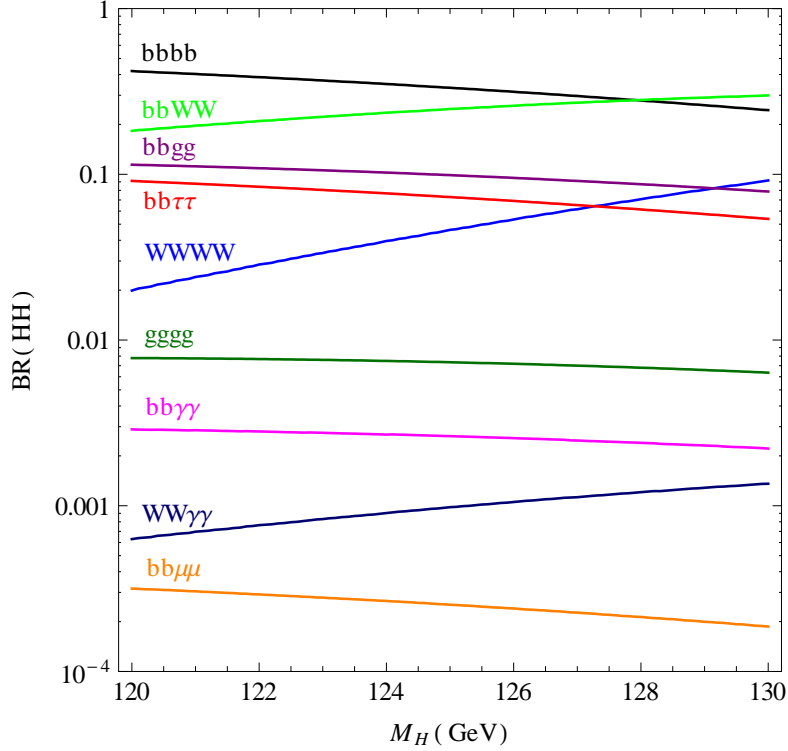


Figura 4.1: Fracciones de decaimiento de dos bosones de Higgs en el modelo estándar, para algunos de los canales más relevantes.

ejemplo, para los estados finales $b\bar{b}\gamma\gamma$ y $b\bar{b}\tau^+\tau^-$, luego de la aplicación de cortes apropiados, se han proyectado significancias del orden de 5–10 para cada uno de ellos, para una energía de centro de masa $\sqrt{s_H} = 14$ TeV y una luminosidad integrada $\int \mathcal{L} = 3000 \text{ fb}^{-1}$ [76]. Estos son, por el momento, los canales de decaimiento más prometedores. Recientemente, además, se han realizado estudios que destacan la posibilidad de utilizar el estado final $b\bar{b}b\bar{b}$ [81, 82], el cual si bien cuenta con un enorme background, es el canal de decaimiento más probable, con una fracción de decaimiento de aproximadamente 33%. La aplicación de técnicas de subestructura de jets también puede mejorar aún más la sensibilidad de estos canales [74, 75, 83]. Por completitud, se muestran en la figura 4.1 las fracciones de decaimiento de dos bosones de Higgs para algunos de los canales más relevantes.

Si bien la señal correspondiente a la producción de dos bosones de Higgs del modelo estándar es muy pequeña para ser detectada con los datos que el LHC ha recolectado hasta ahora, ya existen resultados experimentales acerca de su búsqueda que imponen una cota superior experimental a su valor. El límite obtenido por ATLAS es de 70 veces el valor de la sección eficaz del modelo estándar, con un nivel de confianza del 95% [84],

y ha sido obtenido combinando los canales $HH \rightarrow \gamma\gamma b\bar{b}, b\bar{b}b\bar{b}, b\bar{b}\tau^+\tau^-$ y $\gamma\gamma W^+W^-$. Por su parte, CMS reporta una cota de 74 veces la sección eficaz del modelo estándar [85], utilizando el decaimiento $HH \rightarrow \gamma\gamma b\bar{b}$. Estas cotas resultan importantes ya que existen escenarios de nueva física en los cuales esta señal se encuentra muy amplificada respecto del valor del modelo estándar. Por otro lado, diversos modelos predicen la existencia de nuevas partículas que podrían decaer a un par de bosones de Higgs, por lo que también se llevan a cabo búsquedas de resonancias, que por el momento no han detectado ningún exceso significativo [84, 86–88]. Entre estos últimos modelos se incluyen supersimetría o modelos en general con más de un doblete de Higgs, modelos con dimensiones extra, con un nuevo sector acoplado con el modelo estándar únicamente a través del bosón de Higgs (denominados *Higgs portal*), entre otros. Ver, por ejemplo, Refs. [83, 89, 90].

Gran parte de las búsquedas no resonantes de nueva física, en este y en otros procesos, se interpretan a través de lagrangianos efectivos. Estos lagrangianos, que contienen en general operadores de dimensión mayor a 4, se corresponden con el límite de bajas energías de diversas teorías, permitiendo un análisis muy general. Obviamente, estos tendrán sentido en la medida que las nuevas partículas sean suficientemente pesadas, de forma tal que no puedan ser observadas nuevas resonancias, sino únicamente los efectos provenientes del intercambio de estas partículas fuera de su capa de masa. Se define en general una base de operadores, junto con los parámetros que los multiplican, y luego estos últimos son ajustados en base a los resultados experimentales. Por ejemplo, hasta dimensión 6, y considerando únicamente producción de bosones de Higgs a través de fusión de gluones, se puede utilizar el siguiente lagrangiano efectivo de interacción,

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\kappa_\lambda \lambda_{\text{SM}} v H^3 - \frac{m_t}{v} \left(\kappa_t H + \frac{c_2}{v} H^2 \right) (\bar{t}_L t_R + h.c.) + \frac{1}{4} \frac{\alpha_S}{3\pi v} \left(c_g H - \frac{c_{2g}}{2v} H^2 \right) G^{\mu\nu} G_{\mu\nu}, \quad (4.2)$$

en donde únicamente hemos escrito los términos de la base que son relevantes para la producción de dos bosones de Higgs. Los factores κ_λ y κ_t parametrizan desviaciones de los valores del modelo estándar para el acoplamiento triple λ_{SM} y el acoplamiento del Higgs con el quark top, respectivamente, mientras que los parámetros c_g, c_{2g} y c_2 describen nuevas interacciones. Obviamente, además de ajustar estos parámetros con los resultados

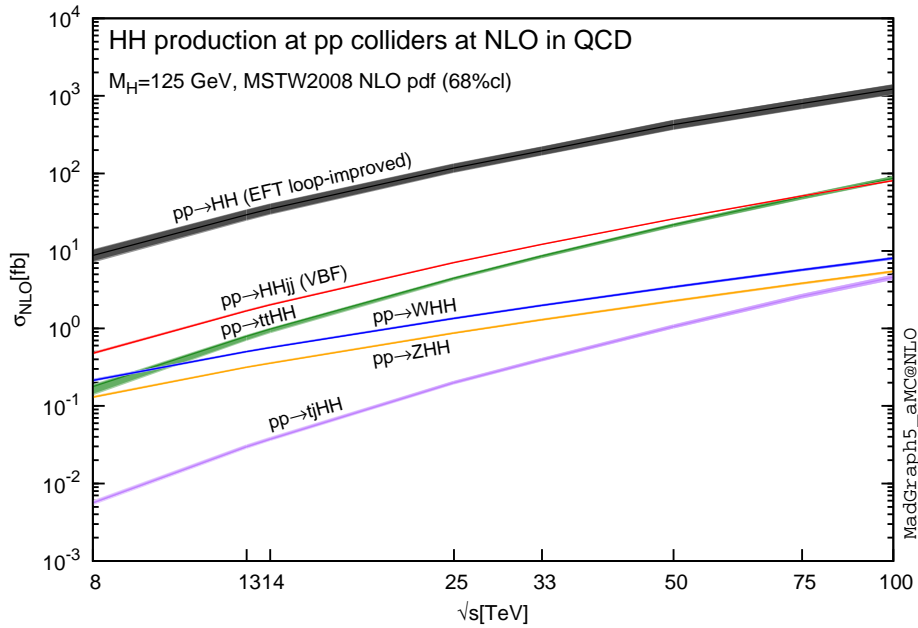


Figura 4.2: Secciones eficaces totales correspondientes a los principales mecanismos de producción de pares de bosones de Higgs en colisionadores hadrónicos, en función de la energía de centro de masa del mismo.

experimentales (una vez que la precisión de estos lo permita), es necesario contar con una teoría bien motivada que coincida con dicho ajuste en el límite de bajas energías.

En el caso de búsqueda de nueva física en la producción de pares de bosones de Higgs, uno cuenta con la restricción adicional que proviene de los límites obtenidos a través de la medición de la producción de un único Higgs. Por lo tanto, es necesario proponer modelos que modifiquen la señal correspondiente a la producción de pares sin alterar demasiado las predicciones para la creación de un único bosón de Higgs, por ejemplo generando una desviación en el acoplamiento triple. Entre los muchos escenarios que han sido estudiados podemos mencionar modelos en donde el bosón de Higgs es un estado ligado de un nuevo sector fuertemente interactuante (modelos de Higgs compuesto), modelos con compañeros pesados del quark top, entre otros. Ver, por ejemplo, las Refs. [91,92].

Nos enfocamos a partir de ahora en las predicciones del modelo estándar. Las secciones eficaces correspondientes a los principales canales de producción de pares de bosones de Higgs se muestran en la figura 4.2. Al igual que como ocurre para la sección eficaz correspondiente a la creación de un único bosón de Higgs [93], el principal mecanismo de producción de pares de Higgs en el LHC, dentro del modelo estándar, es la fusión de dos

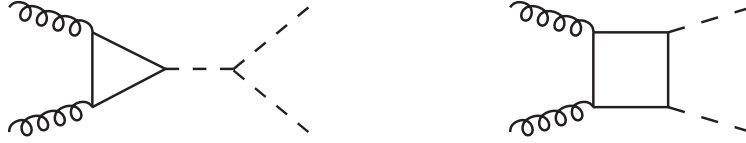


Figura 4.3: Diagramas de Feynman correspondientes a las dos topologías que contribuyen a la producción de dos bosones de Higgs a LO: triángulo (izquierda) y cuadrado (derecha).

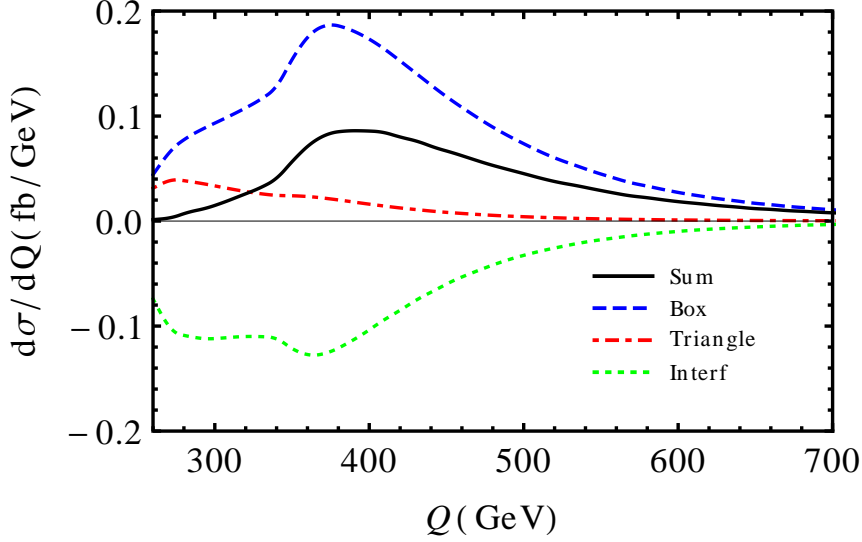


Figura 4.4: Sección eficaz correspondiente a la producción de dos bosones de Higgs a LO en función de la masa invariante Q del par de Higgses. Además del resultado total (línea negra, sólida) se muestran por separado la contribución de la topología del tipo cuadrado (azul rayado), triángulo (rojo rayado-punteado) y la interferencia entre ellas (verde punteado).

gluones mediada por un loop de un quark pesado, principalmente el quark top. La sección eficaz correspondiente ha sido calculada a LO en las Refs. [94–96]. Las dos topologías que contribuyen a este orden se muestran en la figura 4.3. Las mismas son denominadas triángulo y cuadrado, por la forma del loop fermiónico. Cabe recalcar que de estas dos contribuciones, sólo la primera de ellas es sensible al valor del acoplamiento triple λ . Otra característica interesante, es que estas contribuciones interfieren ampliamente y en forma destructiva. Esto se encuentra ilustrado en la figura 4.4, en donde se muestran las contribuciones individuales del triángulo y el cuadrado, como así también la interferencia y el resultado final, en función de la masa invariante Q del sistema formado por los dos bosones de Higgs.

Dado que el cálculo completo de las correcciones de QCD para este proceso es de una muy alta complejidad, debido a que ya a LO es un cálculo a un loop con partículas masivas,

el siguiente término en el desarrollo perturbativo en potencias de α_S ha sido calculado en el límite de la masa del quark top tendiendo a infinito. En este límite, es posible trabajar con un acoplamiento efectivo entre bosones de Higgs y gluones (quienes por supuesto no interactúan a orden árbol dado que los últimos no tienen masa). Las correcciones a NLO calculadas de esta forma son grandes, significando un aumento en la sección eficaz total cercano a un factor 2 [10], una situación muy similar a la que ocurre para la producción de un único bosón de Higgs [33,35,97]. Considerando que a NNLO las correcciones para producción de un Higgs también son importantes [7–9], se vuelve necesario alcanzar el mismo nivel de precisión para la producción doble para poder brindar predicciones teóricas confiables. Esta es la razón que motiva los cálculos que hemos desarrollado y que presentamos en esta tesis.

Por último, antes de comenzar a describir en detalle los cálculos y resultados obtenidos, resta evaluar la confiabilidad del límite de masa del quark top grande utilizado para calcular estas correcciones. Es claro que el cociente entre la masa del top y la masa invariante del par de bosones de Higgs, la escala típica de energía del proceso, no sólo no es grande sino que es menor a uno, dado que el umbral de producción de este proceso es $Q > 2M_H$ y a su vez $2M_H \simeq 250 \text{ GeV} > M_t$. Por lo tanto, es de esperar que esta aproximación no sea precisa en general, y eso se puede ver ilustrado en la figura 4.5, en donde se muestra la distribución en masa invariante a LO para la teoría completa y la efectiva. Sin embargo, dado que las correcciones de QCD están en general dominadas por la emisión de partículas soft desde el estado inicial, es de esperar que dichas contribuciones no sean sensibles a la estructura interna del acoplamiento Higgs-gluones. De este modo, el procedimiento usual consiste en calcular las correcciones en el límite $M_t \rightarrow \infty$ y luego normalizar el resultado utilizando el resultado exacto a LO. Para el caso de producción de un único bosón de Higgs, el error que surge de utilizar esta aproximación se estima del orden del 1%. Para el caso de la producción de dos bosones de Higgs, debido a la mayor masa invariante del estado final, los estudios actuales estiman que el error en la sección eficaz total es del orden de $\pm 10\%$ a NLO [98–100]. Una vez que se conozca el resultado a NLO exacto, la incerteza remanente debida a efectos de masa del quark top finita se estima del orden de $\pm 5\%$ a NNLO [100].

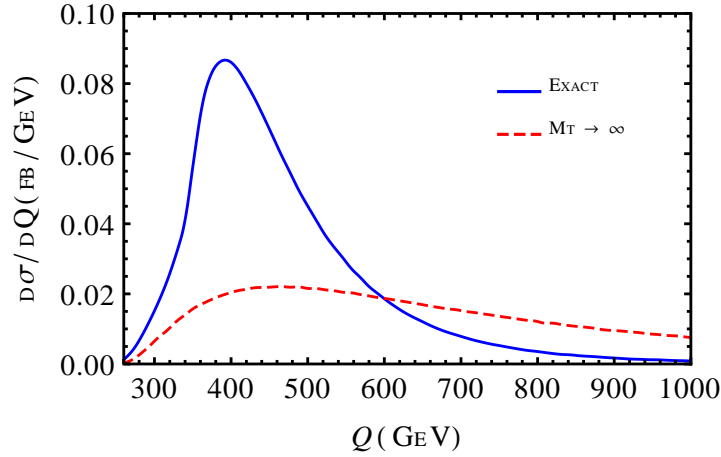


Figura 4.5: Sección eficaz a LO correspondiente a la producción de dos bosones de Higgs, en función de la masa invariante de los mismos. Se muestra el resultado exacto (línea azul, sólida) y el correspondiente al límite de masa del quark top grande (roja, rayada).

4.2. Cálculo de las correcciones virtuales a 2 loops

La obtención de la sección eficaz a NNLO requiere el cálculo de las amplitudes correspondientes a la emisión doble de radiación extra a orden árbol, la emisión simple a un loop, y las correcciones virtuales a dos loops. Comenzamos entonces por describir el cálculo de estas últimas correcciones. Para ello, en primer lugar describiremos los métodos existentes de reducción de integrales de Feynman a una combinación de las denominadas integrales maestras. Luego pasaremos a presentar los resultados a dos loops para producción de dos bosones de Higgs.

4.2.1. Reduccion de integrales de Feynman

Al realizar el cálculo de las correcciones virtuales correspondientes a algún proceso en particular, nos encontraremos con una cierta cantidad de integrales sobre el cuádrimomento circulando en el loop, también llamadas integrales de Feynman. La cantidad de integrales de Feynman que aparecen en los cálculos que se realizan en la actualidad hace necesaria algún tipo de automatización para poder llevarlos a cabo. En particular, uno de los métodos utilizados consiste en reducir todas las integrales a una combinación de un subconjunto pequeño de ellas. Estas últimas son las que se denominan integrales maestras.

Para poder reducir nuestras integrales de Feynman es necesario entonces hallar relaciones entre ellas. Existen diversos tipos de relaciones utilizadas comunmente, siendo las más importantes aquellas del tipo “integración por partes” [101], generadas por la identidad

$$\int d^n k_1 \dots d^n k_N \frac{\partial}{\partial k_j^\mu} \left(k_i^\mu \prod_i \frac{(p \cdot k)_i^{b_i}}{(q_i^2 - m_i^2)^{a_i}} \right) = 0, \quad (4.3)$$

siendo k_i los momentos del loop, $q_i = k_1 + \dots + k_i$, p_i alguna combinación de los momentos de las partículas externas y a_i , b_i enteros. Simplemente para ilustrar el funcionamiento de este tipo de identidades, veamos un ejemplo sencillo a un loop.

Consideremos las integrales de Feynman de la siguiente forma

$$F(a) = \int \frac{d^n k}{(k^2 - m^2)^a}. \quad (4.4)$$

Utilizamos entonces la siguiente identidad

$$\int d^n k \frac{\partial}{\partial k^\mu} \left(k^\mu \frac{1}{(k^2 - m^2)^a} \right) = 0. \quad (4.5)$$

Haciendo actuar la derivada, tenemos que

$$0 = \int d^n k \left[\frac{n}{(k^2 - m^2)^a} - 2a \frac{k^2}{(k^2 - m^2)^{a+1}} \right]. \quad (4.6)$$

Reescribiendo $k^2 = (k^2 - m^2) + m^2$ se llega entonces a que

$$0 = \int d^n k \left[\frac{n - 2a}{(k^2 - m^2)^a} - \frac{2am^2}{(k^2 - m^2)^{a+1}} \right] = (n - 2a)F(a) - 2am^2F(a + 1), \quad (4.7)$$

con lo cual hemos llegado a la siguiente relación de recursión:

$$F(a) = \frac{n - 2a + 2}{2(a - 1)m^2} F(a - 1). \quad (4.8)$$

De esta forma, cualquier integral de la forma $F(a)$ con $a > 1$ puede ser expresada recursivamente en términos de $F(1)$, la cual por lo tanto sería nuestra integral maestra.

Obviamente, al aumentar la complejidad de la integral de Feynman a reducir, la cantidad de relaciones que se pueden obtener a partir de integración por partes también aumenta. Por lo tanto, puede resultar altamente no trivial encontrar la combinación correcta de relaciones que simplifiquen el resultado. El método más utilizado para resolver este problema

es el denominado algoritmo de Laporta [102]. La idea clave detrás del mismo consiste en introducir una prescripción según la cual se determina, dado un conjunto de integrales de Feynman, cuál es la integral más difícil de resolver. Para más detalles, ver Ref. [102]. Existen tres códigos públicos que utilizan el algoritmo de Laporta para reducir integrales de Feynman: AIR [103], FIRE [104] y REDUZE [105]. En particular, para los cálculos que detallamos en esta sección, hemos hecho uso de FIRE. A continuación detallamos brevemente cómo hemos implementado la reducción.

Para reducir una integral de loop utilizando el código FIRE (Feynman Integral REduction) es necesario en primer lugar definir una base para los productos de cuadrimentos relevantes. Por ejemplo, para una amplitud a l loops correspondiente a un proceso con N partículas externas, llamando p_1, p_2, \dots, p_N a los momentos externos, y q_1, q_2, \dots, q_l a los momentos que circulan en los loops sobre los cuales debemos integrar, tendremos los siguientes productos independientes que definen una base:

$$\begin{aligned} q_i \cdot q_k & \text{ con } i = 1, 2, \dots, l \text{ y } k = i, i + 1, \dots, l \\ q_i \cdot p_j & \text{ con } i = 1, 2, \dots, l \text{ y } j = 1, 2, \dots, N - 1 \end{aligned} \quad (4.9)$$

puesto que por conservación de momento podemos escribir p_N en términos del resto. El tamaño de la base es entonces $l(l + 1)/2 + l(N - 1)$. Como se puede observar, no hacemos referencia a productos entre momentos externos, pues estos no dependen de las variables de integración. Una vez definida una base, todos los productos de cuadrimentos que aparecen en nuestra amplitud deben ser escritos en términos de ella, y la amplitud debe ser expandida de forma tal que cada término consiste simplemente en un producto de los elementos de la base elevados a diferentes potencias (las cuales pueden ser negativas).

Obviamente, la base definida en la ecuación (4.9) es perfectamente válida, sin embargo no será en general la base utilizada. Lo que haremos, en cambio, es definir la base a partir de los propagadores que aparezcan en la amplitud que deseamos reducir. Esto nos permite escribir los denominadores en función de la base en forma inmediata, y por lo tanto simplifica el proceso de expansión de la amplitud en términos que sólo consistan de productos de elementos de la base.

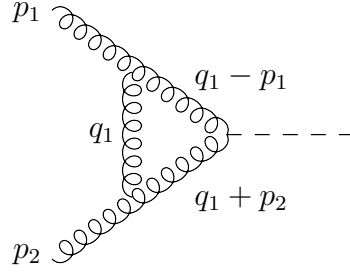


Figura 4.6: Diagrama de Feynman correspondiente a una contribución a la amplitud $gg \rightarrow H$ a un loop, en el límite de masa del quark top infinito.

Otro detalle a tener en cuenta es que el algoritmo de reducción sólo puede trabajar con productos entre momentos externos y de loop, por lo que no pueden aparecer momentos de loop sin contraer o contraídos con vectores de polarización. Lo que hemos hecho, entonces, es trabajar con las contribuciones al elemento de matriz al cuadrado, ya sumadas sobre las polarizaciones de las partículas externas. Una alternativa a esto sería utilizar distintos proyectores para contraer los índices libres (una vez removidos los vectores de polarización).

Para mayor claridad, mostramos a continuación a modo de ejemplo el procedimiento de reducción de una amplitud correspondiente al proceso $gg \rightarrow H$ a un loop (en el límite de masa del quark top infinita), la cual se muestra en la figura 4.6. Los denominadores presentes en dicha amplitud son

$$\frac{1}{q_1^2} \frac{1}{(q_1 - p_1)^2} \frac{1}{(q_1 + p_2)^2}, \quad (4.10)$$

y por lo tanto, por lo dicho anteriormente, utilizaremos la base $\{q_1^2, (q_1 - p_1)^2, (q_1 + p_2)^2\}$.

Trabajamos luego con el producto de esta amplitud y la contribución a orden árbol, sumando sobre polarizaciones y colores de las partículas externas. Contrayendo todos los índices de Lorentz y simplificando, se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned} & \frac{2i\alpha_S^3 C_A^2 C_F}{9\pi v^2} \int \frac{d^n q_1}{(2\pi)^n} \frac{1}{k_1^2} \frac{1}{(k_1 - p_1)^2} \frac{1}{(k_1 + p_2)^2} \times \\ & \left(2(5n - 6)s(k_1 \cdot k_1)^2 + k_1 \cdot k_1(-2p_1 \cdot k_1((7n - 10)s + 2(4n - 5)p_2 \cdot k_1) \right. \\ & + s((34 - 13n)s + 2(7n - 10)p_2 \cdot k_1)) + 2(2(p_1 \cdot k_1)^2((n - 2)s \\ & + (4n - 6)p_2 \cdot k_1) + (n - 2)s(s^2 - 3s p_2 \cdot k_1 + 2(p_2 \cdot k_1)^2) + p_1 \cdot k_1(3(n - 2)s^2 \\ & \left. + 4(n - 7)s p_2 \cdot k_1 + (12 - 8n)(p_2 \cdot k_1)^2) \right), \quad (4.11) \end{aligned}$$

en donde n es el número de dimensiones y $s = 2p_1 \cdot p_2$. Luego cada producto de cuadrímo-

mentos es escrito usando los elementos de la base, y finalmente el resultado es expandido, obteniendo

$$\begin{aligned}
& \frac{4iC_A^2 C_F \alpha_S^3}{9\pi^4 v^2} \left(F[\{-2, 1, 1\}] + 2(n-2)F[\{-1, 0, 1\}] + 2(n-2)F[\{-1, 1, 0\}] \right. \\
& + 18sF[\{-1, 1, 1\}] - 4nsF[\{-1, 1, 1\}] + 3F[\{0, -1, 1\}] - 2nF[\{0, -1, 1\}] + 7F[\{0, 0, 0\}] \\
& - 4nF[\{0, 0, 0\}] - 20sF[\{0, 0, 1\}] + 7nsF[\{0, 0, 1\}] + 3F[\{0, 1, -1\}] - 2nF[\{0, 1, -1\}] \\
& - 20sF[\{0, 1, 0\}] + 7nsF[\{0, 1, 0\}] + 22s^2F[\{0, 1, 1\}] - 7ns^2F[\{0, 1, 1\}] - 3F[\{1, -1, 0\}] \\
& + 2nF[\{1, -1, 0\}] - 2sF[\{1, -1, 1\}] + nsF[\{1, -1, 1\}] - 3F[\{1, 0, -1\}] + 2nF[\{1, 0, -1\}] \\
& + 14sF[\{1, 0, 0\}] - 2nsF[\{1, 0, 0\}] + 6s^2F[\{1, 0, 1\}] - 3ns^2F[\{1, 0, 1\}] - 2sF[\{1, 1, -1\}] \\
& \left. + nsF[\{1, 1, -1\}] + 6s^2F[\{1, 1, 0\}] - 3ns^2F[\{1, 1, 0\}] + 2(n-2)s^3F[\{1, 1, 1\}] \right), \quad (4.12)
\end{aligned}$$

en donde

$$F[\{a, b, c\}] = \int \frac{d^n q_1}{(2\pi)^n} \left(\frac{1}{q_1^2} \right)^a \left(\frac{1}{(q_1 - p_1)^2} \right)^b \left(\frac{1}{(q_1 + p_2)^2} \right)^c. \quad (4.13)$$

Cabe observar que algunos de los argumentos de estas funciones son negativos, lo cual corresponde a productos de momentos en el numerador.

Escrita de esta forma, la expresión ya puede ser reducida utilizando el algoritmo FIRE.

Una vez simplificado, el resultado que se obtiene es

$$-\frac{i\alpha_S^3 C_A^2 C_F (36n^3 - 249n^2 + 520n - 304) s^2 F[\{0, 1, 1\}]}{9\pi(n-4)(n-1)v^2}, \quad (4.14)$$

en el cual la única integral a resolver es

$$F[\{0, 1, 1\}] = \int \frac{d^n q_1}{(2\pi)^n} \frac{1}{(q_1 - p_1)^2} \frac{1}{(q_1 + p_2)^2}. \quad (4.15)$$

En particular, esta integral (así como el resto de las integrales maestras que necesitaremos para los resultados de esta tesis) ya se encuentra calculada y puede obtenerse, por ejemplo, de la Ref. [106]. Este ejemplo ilustra claramente el poder de simplificación de los algoritmos de reducción de integrales de Feynman.

4.2.2. Resultados a 2 loops

A continuación presentamos los resultados correspondientes a las correcciones virtuales a 2 loops. Las divergencias fueron regularizadas utilizando regularización dimensional con $n = 4 - 2\epsilon$ dimensiones. Utilizamos el esquema de renormalización $\overline{\text{MS}}$.

Como fue mencionado anteriormente, trabajamos dentro de la aproximación del quark top pesado, en donde el acoplamiento entre uno y dos bosones de Higgs con los gluones está dado por el siguiente Lagrangiano efectivo:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} \left(C_H \frac{H}{v} - C_{HH} \frac{H^2}{v^2} \right), \quad (4.16)$$

en donde $G_{\mu\nu}$ representa el tensor gluonico. Los denominados coeficientes de Wilson C_H y C_{HH} tienen sus respectivas expansiones en potencias de la constante de acoplamiento fuerte

$$\begin{aligned} C_H &= -\frac{1}{3} \frac{\alpha_S}{\pi} \left\{ 1 + \sum_{i=1} \left(\frac{\alpha_S}{\pi} \right)^i C_H^{(i)} \right\}, \\ C_{HH} &= -\frac{1}{3} \frac{\alpha_S}{\pi} \left\{ 1 + \sum_{i=1} \left(\frac{\alpha_S}{\pi} \right)^i C_{HH}^{(i)} \right\}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Para poder obtener la sección eficaz a NNLO para $gg \rightarrow H$, necesitamos conocer los coeficientes C_H y C_{HH} hasta orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$. Para el primero de ellos tenemos los siguientes resultados [107, 108]:

$$C_H^{(1)} = \frac{11}{4}, \quad C_H^{(2)} = \frac{2777}{288} + \frac{19}{16} \log \frac{\mu_R^2}{M_t^2} + N_f \left(-\frac{67}{96} + \frac{1}{3} \log \frac{\mu_R^2}{M_t^2} \right), \quad (4.18)$$

en donde M_t es la masa del quark top, μ_R es la escala de renormalización y N_f es el número de sabores de quarks livianos. Por otro lado, para el coeficiente de Wilson correspondiente al acoplamiento de dos bosones de Higgs se tiene que [97, 109]

$$C_{HH}^{(1)} = C_H^{(1)}, \quad C_{HH}^{(2)} = C_H^{(2)} + \frac{35}{24} + \frac{2}{3}N_f. \quad (4.19)$$

Resulta interesante remarcar que, debido a la forma del Lagrangiano efectivo de la ecuación (4.16), los vértices de un único Higgs con gluones tienen la misma estructura que aquellos de dos Higgs, dado que esta está dada por el factor $G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}$. Dicho de otro modo, las reglas de Feynman correspondientes a los vértices entre un Higgs y gluones serán iguales, a menos de una constante, a aquellas de dos Higgses y gluones. Esto simplificará en gran medida los cálculos que debemos realizar. Por completitud, mostramos en la figura 4.7 las reglas de Feynman correspondientes a este lagrangiano efectivo.

En la figura 4.8 mostramos algunos de los diagramas de Feynman necesarios para el cálculo, e introducimos la notación correspondiente a cada contribución. En la primera fila

$$\begin{aligned}
& i\delta_{ab} \frac{C_H}{v} (g_{\mu\nu} p \cdot q - p_\nu q_\mu) \\
& -i\delta_{ab} \frac{C_{HH}}{v^2} (g_{\mu\nu} p \cdot q - p_\nu q_\mu) \\
& \frac{C_H}{v} g_S f_{abc} [g_{\mu\nu} (q - k)_\sigma \\
& \quad + g_{\nu\sigma} (r - q)_\mu + g_{\sigma\mu} (k - r)_\nu] \\
& -\frac{C_H}{v} i g_S^2 [f_{abe} f_{cde} (g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}) \\
& \quad + f_{ace} f_{bde} (g_{\mu\nu} g_{\sigma\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}) \\
& \quad + f_{ade} f_{cbe} (g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho} - g_{\mu\nu} g_{\rho\sigma})]
\end{aligned}$$

Figura 4.7: Reglas de Feynman para los acoplamientos efectivos entre bosones de Higgs y gluones. Se omiten los vértices entre dos bosones de Higgs y más de dos gluones, ya que tienen la misma relación con los vértices correspondientes a un único Higgs que la que se observa entre ggH y $ggHH$. Todos los momentos son entrantes. Los coeficientes C_H y C_{HH} se encuentran definidos en la ecuación (4.17).

se encuentran los diagramas del LO. Estos se corresponden respectivamente al cuadrado y triángulo de la figura 4.3, pero en la teoría efectiva. Como fue indicado anteriormente, dado que la estructura de los vértices ggH y $ggHH$ es la misma, las correcciones de loop de ambos diagramas del LO serán similares, y podemos obtenerlas de las correcciones a dos loops para la producción de un bosón de Higgs. Esas correcciones forman parte del denominado factor de forma de los gluones, por lo que etiquetamos dichas contribuciones como FF(1) y FF(2). Dichas contribuciones, entonces, pueden ser obtenidas a partir de los factores de forma de los gluones calculados a dos loops en las Refs. [110–113].

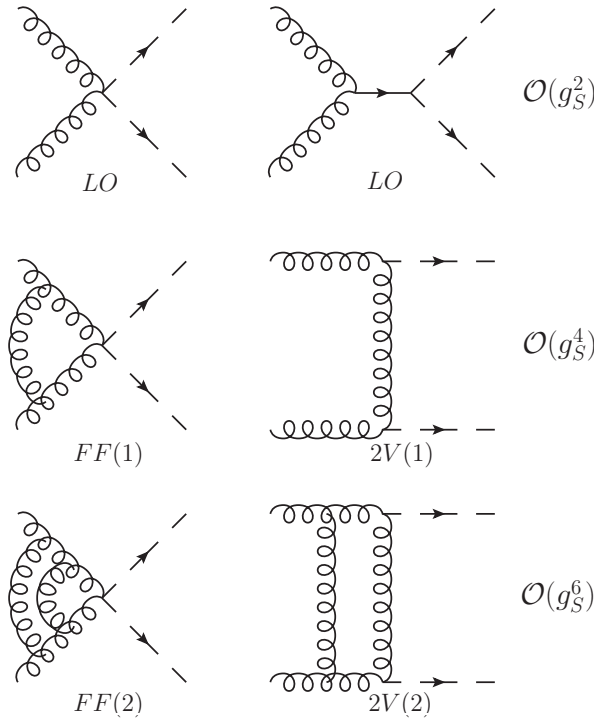


Figura 4.8: Ejemplos de los diagramas de Feynman necesarios para el cómputo de las correcciones virtuales para la producción de dos bosones de Higgs a NNLO, y la correspondiente notación para cada una de ellas.

Por otro lado, están las contribuciones que surgen de diagramas a orden árbol con dos vértices gHH (etiquetadas como $2V(1)$) y sus correspondientes correcciones a un loop (etiquetadas como $2V(2)$). Estos diagramas, a pesar de contener un loop menos en la teoría efectiva, son del mismo orden que las correcciones $FF(1)$ y $FF(2)$ respectivamente. Esto es claro si se piensa en la teoría completa, en la cual cada uno de los vértices gHH implica un loop. Para estas contribuciones la cinemática es más compleja que en el caso de las contribuciones del tipo factor de forma, y por lo tanto es necesario realizar un cálculo explícito.

La contribución a la sección eficaz proveniente de las correcciones virtuales a NNLO incluye la interferencia entre los diagramas $FF(2)+2V(2)$ y los del LO, los cuadrados de $FF(1)$ y $2V(1)$, y su correspondiente interferencia. El cálculo de estas contribuciones fue realizado utilizando los paquetes de MATHEMATICA FEYNARTS [114] y FEYN CALC [115] para la generación de los diagramas y la manipulación de las amplitudes correspondientes, y el algoritmo FIRE [104] para la reducción de las expresiones resultantes a integrales maestras, las cuales fueron obtenidas de la Ref. [106]. Con el fin de chequear el procedimiento

utilizado, los factores de forma de los gluones a dos loops fueron calculados, reproduciendo exitosamente los resultados de las Refs. [110,111].

Las correcciones virtuales para la sección eficaz partónica, $\hat{\sigma}_v$, se obtienen integrando el cuadrado de las amplitudes en el espacio de fases del par de bosones de Higgs, es decir

$$\hat{\sigma}_v = \frac{1}{2s} \frac{1}{2^2 8^2 (1-\epsilon)^2} \int |\overline{\mathcal{M}}|^2 d\text{PS}, \quad (4.20)$$

en donde incluimos también el factor de flujo, el promedio sobre helicidades y colores de los gluones y el factor por partículas idénticas en el estado final. Expandiendo en potencias del acoplamiento fuerte α_S :

$$\hat{\sigma}_v = \left(\frac{\alpha_S}{2\pi}\right)^2 \left[\hat{\sigma}^{(0)} + \frac{\alpha_S}{2\pi} \hat{\sigma}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_S}{2\pi}\right)^2 \hat{\sigma}^{(2)} + \mathcal{O}(\alpha_S^3) \right]. \quad (4.21)$$

La corrección virtual a NLO renormalizada $\hat{\sigma}^{(1)}$ está dada por

$$\hat{\sigma}^{(1)} = \int_{t_-}^{t_+} dt \left\{ 2 \text{Re} \left[\mathbf{I}_g^{(1)} \right] \frac{d\hat{\sigma}^{(0)}}{dt} + \frac{d\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}}{dt} \right\}, \quad (4.22)$$

mientras que el término renormalizado correspondiente a las correcciones virtuales a NNLO $\hat{\sigma}^{(2)}$ puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^{(2)} = & \int_{t_-}^{t_+} dt \left\{ \left(\left| \mathbf{I}_g^{(1)} \right|^2 + 2 \text{Re} \left[\left(\mathbf{I}_g^{(1)} \right)^2 \right] + 2 \text{Re} \left[\mathbf{I}_g^{(2)} \right] \right) \frac{d\hat{\sigma}^{(0)}}{dt} \right. \\ & \left. + 2 \text{Re} \left[\mathbf{I}_g^{(1)} \right] \frac{d\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}}{dt} + \frac{d\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(2)}}{dt} \right\}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

en donde hemos utilizado la fórmula de Catani para el comportamiento singular de las amplitudes de QCD a dos loops [116–118], y en donde hemos definido las siguientes cantidades:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}^{(0)}}{dt} &= F_{\text{LO}} |C_{\text{LO}}|^2 (1-\epsilon), & C_{\text{LO}} &= \frac{3 M_H^2}{s - M_H^2 + i M_H \Gamma_H} - 1, \\ F_{\text{LO}} &= \frac{G_F^2}{2304 \pi (1-\epsilon)^2} f(\epsilon), & f(\epsilon) &= \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \left[\frac{s(s - 4M_H^2) - (t-u)^2}{16\pi s} \right]^{-\epsilon}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Toda la dependencia en el acoplamiento triple λ está incluida en el coeficiente C_{LO} . Los

operadores de inserción de uno y dos loops toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_g^{(1)} &= - \left(-\frac{4\pi\mu_R^2}{s} \right)^\epsilon \frac{S_\epsilon^{-1}}{\Gamma(1-\epsilon)} \left(C_A \frac{1}{\epsilon^2} + \gamma_g \frac{1}{\epsilon} \right), \\
\mathbf{I}_g^{(2)} &= \frac{\left(-\frac{4\pi\mu_R^2}{s} \right)^\epsilon S_\epsilon^{-1}}{72\epsilon^4\Gamma(1-\epsilon)} \left\{ 12\epsilon(C_A + \epsilon\gamma_g)(11C_A - 2N_f) - 36\frac{S_\epsilon^{-1}}{\Gamma(1-\epsilon)} \left(-\frac{4\pi\mu_R^2}{s} \right)^\epsilon (C_A + \epsilon\gamma_g)^2 \right. \\
&\quad \left. + \epsilon(-1)^\epsilon \left(\frac{\mu_R^2}{s} \right)^\epsilon \left[36\epsilon^2 H_g + 2(3 + 5\epsilon)(C_A + 2\epsilon\gamma_g)N_f + C_A(C_A + 2\epsilon\gamma_g)(-33 - 67\epsilon + 3\epsilon\pi^2) \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{4.25}$$

con

$$\begin{aligned}
S_\epsilon &= (4\pi)^\epsilon e^{-\epsilon\gamma_E}, & \gamma_g &= \frac{11}{6}C_A - \frac{1}{3}N_f, \\
H_g &= C_A^2 \left(\frac{1}{2}\zeta_3 + \frac{5}{12} + \frac{11\pi^2}{144} \right) - C_A N_f \left(\frac{29}{27} + \frac{\pi^2}{72} \right) + \frac{1}{2}C_F N_f + \frac{5}{27} N_f^2.
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Como se puede observar, estos operadores son funciones del parámetro de regularización dimensional ϵ , con polos de potencias máximas $1/\epsilon^2$ y $1/\epsilon^4$ respectivamente. Las correcciones virtuales son obviamente divergentes, y es necesario combinarlas con las contribuciones reales correspondientes para poder obtener un resultado finito y con significado físico. La función $f(\epsilon)$ surge del espacio de fases en $n = 4 - 2\epsilon$ dimensiones, y verifica que $f(0) = 1$.

Tal como se puede ver a partir de la ecuación (4.23), y siendo que los operadores $\mathbf{I}_g^{(1)}$ e $\mathbf{I}_g^{(2)}$ son universales, el comportamiento singular de las correcciones virtuales a NNLO (es decir, los coeficientes multiplicando a los polos en ϵ) pueden ser anticipados completamente una vez conocido el resultado a NLO. Sin embargo, las contribuciones finitas $\hat{\sigma}_{\text{fin}}$ sólo pueden ser obtenidas a partir de un cálculo explícito de las correcciones a dos loops completas. Nuestros resultados coinciden con la estructura de polos de las ecuaciones (4.22) y (4.23), y para los remanentes finitos allí definidos obtenemos las expresiones que se muestran a continuación. En primer lugar separamos las contribuciones de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}}{dt} &= F_{\text{LO}} \left\{ |C_{\text{LO}}|^2 \mathcal{F}^{(1)} + \text{Re}(C_{\text{LO}}) \mathcal{R}^{(1)} + \mathcal{O}(\epsilon^3) \right\}, \\
\frac{d\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(2)}}{dt} &= F_{\text{LO}} \left\{ |C_{\text{LO}}|^2 \mathcal{F}^{(2)} + \text{Re}(C_{\text{LO}}) \mathcal{R}^{(2)} + \text{Im}(C_{\text{LO}}) \mathcal{I}^{(2)} + \mathcal{V}^{(2)} + \mathcal{O}(\epsilon) \right\}.
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Por simplicidad, tomamos $\mu_R^2 = s$ en las siguientes expresiones. Las contribuciones a un

loop vienen dadas por

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}^{(1)} &= \frac{4}{3} - \epsilon \left[\frac{4M_H^2}{3s} - \frac{2M_H^4}{3s} \left(\frac{1}{t} + \frac{1}{u} \right) + \frac{2}{3} \right], \\
\mathcal{F}^{(1)} &= 11 + \epsilon \left(\frac{7}{6} \zeta_2 (2N_f - 33) + 12\zeta_3 - 17 \right) \\
&\quad + \epsilon^2 \left(\frac{7}{6} \zeta_2 (33 - 2N_f) + \frac{1}{9} \zeta_3 (2N_f - 141) + 18\zeta_4 - 12 \right).
\end{aligned} \tag{4.28}$$

La expansión de $\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}$ es necesaria hasta orden ϵ^2 debido a los polos dobles presentes en $\mathbf{I}_g^{(1)}$. La contribución $\mathcal{F}^{(1)}$ surge de la interferencia entre FF(1) y el LO, mientras que $\mathcal{R}^{(1)}$ se origina a partir de la interferencia entre 2V(1) y el LO. La expansión hasta $\mathcal{O}(\epsilon^0)$ coincide con los resultados presentes en la Ref. [10].

Los resultados para el remanente finito de las contribuciones virtuales a NNLO son los siguientes:

$$\mathcal{V}^{(2)} = \frac{1}{(3stu)^2} \left[M_H^8 (t+u)^2 - 2M_H^4 tu (t+u)^2 + t^2 u^2 (4s^2 + (t+u)^2) \right], \tag{4.29}$$

$$\mathcal{I}^{(2)} = 4\pi \left(1 + \frac{2M_H^4}{s^2} \right) \log \left(\frac{(M_H^2 - t)(M_H^2 - u)}{tu} \right), \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}^{(2)} &= \left(\frac{8N_f}{3} + \frac{19}{2} \right) \log \left(\frac{s}{M_t^2} \right) + N_f \left(\frac{217\zeta_2}{12} - \frac{17\zeta_3}{6} - \frac{3239}{108} \right) \\
&\quad - \frac{11\zeta_2 N_f^2}{18} - \frac{249\zeta_2}{2} - \frac{253\zeta_3}{4} + \frac{45\zeta_4}{8} + \frac{8971}{36},
\end{aligned} \tag{4.31}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}^{(2)} &= - \left(1 + \frac{2M_H^4}{s^2} \right) \left\{ -\frac{24}{3} \zeta_2 + 2\text{Li}_2 \left(1 - \frac{M_H^4}{tu} \right) + 4\text{Li}_2 \left(\frac{M_H^2}{t} \right) + 4\text{Li}_2 \left(\frac{M_H^2}{u} \right) \right. \\
&\quad \left. + 4 \log \left(1 - \frac{M_H^2}{t} \right) \log \left(-\frac{M_H^2}{t} \right) + 4 \log \left(1 - \frac{M_H^2}{u} \right) \log \left(-\frac{M_H^2}{u} \right) - \log^2 \left(\frac{t}{u} \right) \right\} \\
&\quad + \frac{4M_H^2}{s} + \frac{314}{9} - \frac{20}{27} N_f - \frac{33 - 2N_f}{9} \log \left(\frac{tu}{s^2} \right) + 8(C_H^{(2)} - C_{HH}^{(2)}).
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Aquí $\mathcal{F}^{(2)}$ se origina de la interferencia entre los diagramas del tipo factor de forma a dos loops FF(2) y el LO, mas el cuadrado de FF(1), mientras que $\mathcal{V}^{(2)}$ corresponde al cuadrado del diagrama a nivel árbol 2V(1). Los términos $\mathcal{R}^{(2)}$ y $\mathcal{I}^{(2)}$ combinan las contribuciones de dos interferencias: 2V(2) con el LO, y 2V(1) con FF(1). Las variables de Mandelstam están

dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
s &= Q^2, \\
t &= -\frac{1}{2} \left[Q^2 - 2M_H^2 - \sqrt{Q^2(Q^2 - 4M_H^2)} \cos \theta \right], \\
u &= -\frac{1}{2} \left[Q^2 - 2M_H^2 + \sqrt{Q^2(Q^2 - 4M_H^2)} \cos \theta \right],
\end{aligned} \tag{4.33}$$

y los límites de integración t_{\pm} corresponden a $\cos \theta = \pm 1$. Recordamos que Q es la masa invariante del sistema formado por los dos bosones de Higgs.

El último término en $\mathcal{R}^{(2)}$, el cual surge de contribuciones del tipo factor de forma, es proporcional a la diferencia entre las correcciones a dos loops de los vértices $ggHH$ y ggH .

4.2.3. Fenomenología soft-virtual

Tal como se encuentran expresadas en la ecuación (4.23), las (partes finitas de las) correcciones virtuales a dos loops pueden ser directamente implementadas en la fórmula universal para la aproximación soft-virtual (SV) a NNLO derivada por nosotros en la Ref. [22]. No pretendemos aquí realizar un análisis fenomenológico muy completo, sino simplemente utilizar la aproximación SV para evaluar el impacto de las correcciones virtuales en la sección eficaz.

Con este fin mostramos en la figura 4.9 los factores K para las predicciones a NLO y NNLO-SV, para colisiones protón-protón con una energía de centro de masa de 14 TeV, en función de la masa invariante del sistema formado por el par de bosones de Higgs. La aproximación NNLO-SV se encuentra definida sumando al resultado completo a NLO la contribución SV de orden α_s^4 . Utilizamos a cada orden las distribuciones de partones y acoplamiento fuerte correspondientes provistas por MSTW2008 [21]. Las bandas fueron obtenidas variando en forma independiente las escalas μ_R y μ_F en el rango $0,5 Q \leq \mu_R, \mu_F \leq 2 Q$, con la restricción $0,5 \leq \mu_R/\mu_F \leq 2$. La sección eficaz a LO que normaliza los factores K fue calculada en todos los casos con $\mu_R = \mu_F = Q$. Recordamos que en todos los casos trabajamos en la aproximación del quark top pesado, y que utilizamos la aproximación SV tal como se encuentra definida en el espacio de Mellin, i.e., despreciando todos los términos que se anulan en el límite $N \rightarrow \infty$.

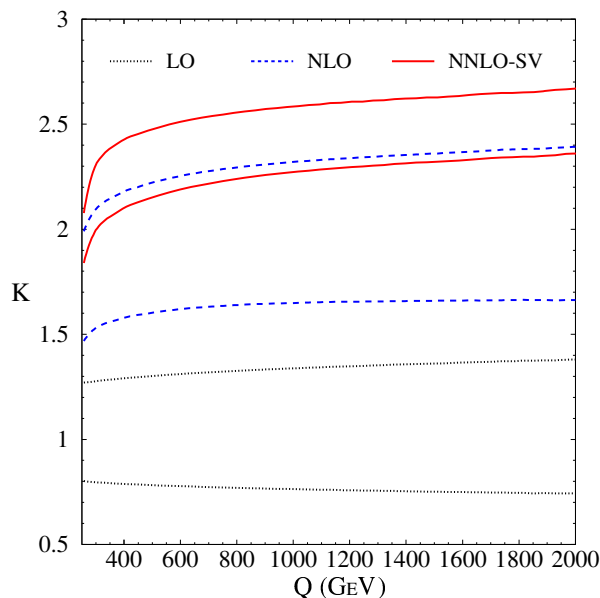


Figura 4.9: Factores K correspondientes a la producción de pares de bosones de Higgs en el LHC en función de la masa invariante del par Q . Las bandas fueron obtenidas variando las escalas de renormalización y factorización tal como se describe en el texto principal.

Tal como puede observarse a partir del gráfico, obtenemos un factor K grande, con $K_{\text{NNLO}}^{\text{SV}} = 2,37$ para la sección eficaz total, lo cual resulta en un incremento de un 23% con respecto al orden anterior ($K_{\text{NLO}} = 1,92$). A pesar de que las correcciones son grandes, se puede apreciar que existe una mejora en la convergencia de la expansión perturbativa, mostrando un pequeño solapamiento con respecto a los resultados del orden anterior. También se observa una reducción en la dependencia con las escalas de renormalización y factorización.

Cabe recalcar que en el caso de la producción de un único bosón de Higgs, la aproximación soft-virtual reproduce con muy buena exactitud el resultado completo a NNLO, tal como se pudo ver en el capítulo anterior. Es de esperar que esto sea aún mejor en el caso de la producción de dos bosones de Higgs, debido a la mayor masa invariante del estado final, lo cual implica una menor energía remanente para emitir radiación extra. De hecho, al orden anterior tenemos que $K_{\text{NLO}}^{\text{SV}} = 1,95$, lo cual difiere del resultado exacto en menos de un 2%. En lo que resta del capítulo calcularemos las correcciones a NNLO en forma exacta, y comprobaremos que en efecto la aproximación soft-virtual reproduce con éxito la mayor parte de las correcciones a NNLO. Esto a su vez permitirá motivar el cálculo de los términos logarítmicos dominantes a todo orden en teoría de perturbaciones, lo cual se llevará a cabo

en el Capítulo 5.

4.3. Cálculo completo a NNLO

En esta sección culminaremos el cálculo completo a NNLO, agregando a los resultados de la sección anterior las correcciones reales correspondientes. En primer lugar describiremos el método utilizado, haciendo hincapié en el método de substracción FKS, y luego presentaremos los resultados para la sección eficaz partónica. Finalmente presentaremos los resultados fenomenológicos para colisionadores hadrónicos.

4.3.1. Descripción del cálculo

Para calcular la sección eficaz de producción de dos bosones de Higgs a NNLO, es necesario evaluar la serie perturbativa de QCD hasta $\mathcal{O}(\alpha_S^4)$. Vamos a separar las contribuciones al elemento de matriz al cuadrado en dos categorías: (a) aquellas que contienen dos vértices efectivos gluones-Higgs (ya sean del tipo ggH o $ggHH$) y (b) aquellas que contienen tres o cuatro vértices efectivos. Recordemos que estamos hablando del cuadrado del elemento de matriz, por lo que las contribuciones consisten en el producto de dos diagramas de Feynman. En el conteo de vértices efectivos indicado arriba incluimos las contribuciones de ambos diagramas.

Teniendo en cuenta la separación recién indicada, la sección eficaz partónica se puede escribir de la siguiente manera

$$Q^2 \frac{d\hat{\sigma}}{dQ^2} = \hat{\sigma}^a + \hat{\sigma}^b, \quad (4.34)$$

donde Q^2 es la masa invariante del sistema formado por el par de bosones de Higgs. Por completitud, incluimos en $\hat{\sigma}^a$ y $\hat{\sigma}^b$ las contribuciones a LO y NLO.

Las contribuciones a $\hat{\sigma}^a$ sólo contienen diagramas con un vértice efectivo cada uno. Este vértice puede ser tanto del tipo ggH o $ggHH$. Ahora bien, para cada diagrama con un vértice ggH (más el propagador del Higgs y el acoplamiento triple) existe uno en el cual este se encuentra reemplazado por un vértice $ggHH$, y viceversa. Es decir, hay una correspondencia uno a uno entre diagramas con un vértice ggH y diagramas con un

vértice $ggHH$. Debido al hecho que, como fue mencionado en la sección anterior, ambos vértices efectivos tienen las mismas reglas de Feynman (a menos de factores constantes), no es necesario calcularlos dos veces. De hecho, las correcciones pertenecientes a $\hat{\sigma}^a$ serán iguales a aquellas asociadas a la producción de un único bosón de Higgs, para el cual las correcciones a NNLO se encuentran disponibles [7–9], a menos de una normalización global a LO. Específicamente, para cada subproceso partónico $ij \rightarrow HH + X$ tenemos que (para escalas de factorización y renormalización $\mu_F = \mu_R = Q$)

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{ij}^a &= \hat{\sigma}_{\text{LO}} \left\{ \eta_{ij}^{(0)} + \left(\frac{\alpha_S}{2\pi}\right) 2\eta_{ij}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_S}{2\pi}\right)^2 \left[4\eta_{ij}^{(2)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 8\delta_{ig}\delta_{jg}\delta(1-x)\frac{\text{Re}(C_{LO})}{|C_{LO}|^2}(C_H^{(2)} - C_{HH}^{(2)}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (4.35)$$

en donde la sección eficaz a LO es

$$\hat{\sigma}_{\text{LO}} = \int_{t_-}^{t_+} dt \frac{G_F^2 \alpha_S^2}{512(2\pi)^3} \{ |C_{\Delta}F_{\Delta} + C_{\square}F_{\square}|^2 + |C_{\square}G_{\square}|^2 \}. \quad (4.36)$$

Las funciones η_{ij} , que dan cuenta de las correcciones de QCD a la sección eficaz total, y los factores de forma C_{Δ} , F_{Δ} , C_{\square} , F_{\square} y G_{\square} , que describen la interacción entre gluones y Higgs vía un loop de quark a LO, pueden encontrarse en el Apéndice B. El término proporcional a $\delta_{ig}\delta_{jg}$ en la ecuación (4.35) surge de la diferencia entre las correcciones de segundo orden de los vértices ggH y $ggHH$ indicada en la ecuación (4.19).

Cabe recalcar que, si bien estamos utilizando el límite $M_t \rightarrow \infty$ para calcular las correcciones de QCD, los resultados se encuentran normalizados por la sección eficaz partónica a LO exacta, es por eso que la expresión en la ecuación (4.36) depende de los distintos factores de forma definidos en el Apéndice B. En el límite en que la masa del quark top es muy grande, $\hat{\sigma}_{\text{LO}}$ toma la forma simple que teníamos en la sección anterior, es decir

$$\hat{\sigma}_{\text{LO}} = \int_{t_-}^{t_+} dt \left(\frac{\alpha_S}{2\pi}\right)^2 F_{LO} |C_{LO}|^2, \quad (4.37)$$

con

$$F_{LO} = \frac{G_F^2}{2304\pi}, \quad C_{LO} = \frac{3M_H^2}{Q^2 - M_H^2 + iM_H\Gamma_H} - 1. \quad (4.38)$$

Respecto de las definiciones de la sección anterior para F_{LO} y C_{LO} , que se encuentran en la ecuación (4.24), la única diferencia consiste en que en este caso hemos tomado $\epsilon = 0$, ya

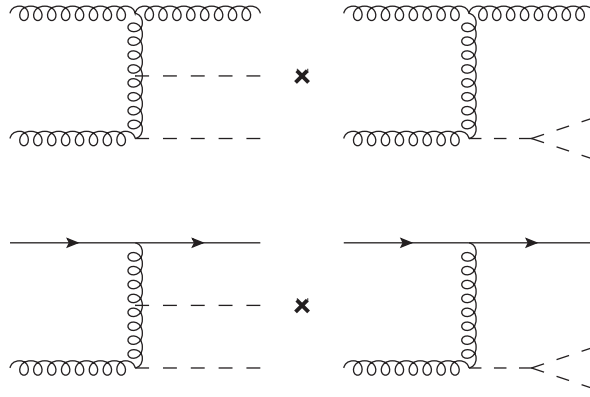


Figura 4.10: Ejemplo de los diagramas de Feynman necesarios para el cálculo a NNLO para los canales $gg \rightarrow HHg$ (arriba) y $qg \rightarrow HHq$ (abajo). Los otros canales partónicos pueden obtenerse a partir del intercambio de partículas del estado inicial y final.

que estos resultados ya no son divergentes, y que en este caso ya no es cierto que $s = Q^2$, debido a que las correcciones reales implican la emisión de partículas adicionales.

Resta ahora obtener los resultados correspondientes a $\hat{\sigma}^b$. Dado que cada vértice ggH y $ggHH$ es proporcional a α_s , estas contribuciones aparecen por primera vez a NLO, como una contribución a orden árbol al proceso partónico $gg \rightarrow HH$. Entonces, a NNLO tendremos contribuciones a un loop y correcciones reales correspondientes a la emisión de una partícula extra. Las correcciones virtuales que contribuyen a $\hat{\sigma}^b$ ya fueron calculadas en la sección anterior, y están dadas por las funciones $\mathcal{R}^{(2)}$, $\mathcal{I}^{(2)}$ y $\mathcal{V}^{(2)}$. Llamaremos a dicha contribución $\hat{\sigma}^{(v)}$.

Finalmente entonces, la única contribución restante a la sección eficaz a NNLO surge de los diagramas con emisión real presentes en $\hat{\sigma}^b$, a los cuales llamaremos $\hat{\sigma}^{(r)}$. Los canales partónicos involucrados son $gg \rightarrow HH + g$ y $qg \rightarrow HH + q$ (más los correspondientes cruces entre partículas del estado inicial y final correspondientes). En la figura 4.10 se muestran ejemplos de los diagramas de Feynman necesarios para este cálculo.

Para realizar esta parte del cálculo nuevamente se utilizaron los paquetes para MATHEMATICA FEYNARTS [114] y FEYNCALC [115] para generar los diagramas y evaluar las amplitudes correspondientes. El cálculo se realizó utilizando polarizaciones no físicas para los gluones, de forma tal que

$$\sum_{\text{pol}} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu^* = -g_{\mu\nu}. \quad (4.39)$$

Para cancelar las contribuciones de las polarizaciones extra, se incluyeron las correcciones de ghosts en los estados iniciales y finales.

La contribución $\hat{\sigma}^{(r)}$ que queremos calcular contiene divergencias asociadas a las configuraciones cinemáticas en las cuales la partícula extra emitida se vuelve soft (su momento tiende a cero) o colineal a la partícula que la emite. Estas divergencias deben cancelarse con las que están presentes en $\hat{\sigma}^{(v)}$. Para aislar estas contribuciones divergentes y así lograr la cancelación entre los distintos términos, utilizamos el denominado método de substracción de Frixione, Kunszt y Signer (FKS) [119]. A continuación explicamos brevemente en qué consiste el mismo.

Substracción FKS

Sean p_1 y p_2 los momentos de los partones incidentes, k_1 y k_2 los momentos de los dos bosones de Higgs y k el momento del partón saliente. Definimos las variables x e y , en donde $x = Q^2/s$, e y es el coseno del ángulo entre p_1 y k . Recordemos que s es el cuadrado de la masa invariante del par de partones incidentes, mientras que Q es la masa invariante del par de bosones de Higgs. En términos de estas variables, las singularidades soft corresponden al límite $x \rightarrow 1$, pues en ese caso $Q^2 \simeq s$, es decir que la radiación extra tiene una energía que tiende a cero. Por otro lado, las singularidades colineales corresponden a los límites $y \rightarrow \pm 1$. Los subprocesos iniciados por gluones contienen los tres tipos de singularidades, mientras que aquellos iniciados por un quark y un gluón sólo contienen singularidades colineales, y los iniciados por un par quark-antiquark son finitos.

El espacio de fases (PS, por sus siglas en inglés) correspondiente a tres partículas en el estado final, dos de ellas con masa M_H y una de ellas no masiva, se escribe en $n = 4 - 2\epsilon$ dimensiones de la siguiente manera

$$d\text{PS}_3 = (4\pi)^{-2+\epsilon} \frac{\Gamma(1-\epsilon)}{\Gamma(1-2\epsilon)} d\text{PS}_2^{(x)} \frac{s^{1-\epsilon}}{2\pi} (1-x)^{1-2\epsilon} (1-y^2)^{-\epsilon} dy \sin^{-2\epsilon} \theta_2 d\theta_2, \quad (4.40)$$

en donde $d\text{PS}_2^{(x)}$ se obtiene a partir del espacio de fases de dos partículas luego del reemplazo $s \rightarrow x s$, es decir

$$d\text{PS}_2^{(x)} = \frac{(16\pi)^{-1+\epsilon}}{\Gamma(1-\epsilon)} (x s)^{-\epsilon} \left(1 - \frac{4M_H^2}{x s}\right)^{\frac{1}{2}-\epsilon} \sin^{-2\epsilon} \theta_1 d \cos \theta_1 dx, \quad (4.41)$$

Las variables θ_1 y θ_2 son los ángulos polar y azimutal del bosón de Higgs con momento k_1 medidos desde el sistema de centro de masa del par de bosones de Higgs, y ambos toman valores entre 0 y π . Todos los invariantes relevantes para este proceso pueden ser expresados en términos de x , y , θ_1 y θ_2 . Específicamente, estos invariantes son

$$\begin{aligned}
s &= (p_1 + p_2)^2, & s_2 &= (k_1 + k_2)^2 = s + t_k + u_k, \\
t_k &= (p_1 - k)^2, & \hat{q}_1 &= (p_1 - k_2)^2 = 2M_H^2 - s - t_k - q_1, \\
u_k &= (p_2 - k)^2, & \hat{q}_2 &= (p_2 - k_1)^2 = 2M_H^2 - s - u_k - q_2, \\
q_1 &= (p_1 - k_1)^2, & w_1 &= (k + k_1)^2 = M_H^2 - q_1 + q_2 - t_k, \\
q_2 &= (p_2 - k_2)^2, & w_2 &= (k + k_2)^2 = M_H^2 + q_1 - q_2 - u_k,
\end{aligned} \tag{4.42}$$

y pueden ser escritos en términos de las variables mencionadas utilizando las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}
t_k &= -\frac{1}{2}s(1-x)(1-y), \\
u_k &= -\frac{1}{2}s(1-x)(1+y), \\
q_1 &= M_H^2 - \frac{1}{2}(s+t_k)(1-\beta_x \cos \theta_1), \\
q_2 &= M_H^2 - \frac{1}{2}(s+u_k)(1+\beta_x \cos \theta_2 \sin \theta_1 \sin \psi + \beta_x \cos \theta_1 \cos \psi),
\end{aligned} \tag{4.43}$$

en donde hemos definido las siguientes cantidades

$$\begin{aligned}
\beta_x &= \sqrt{1 - \frac{4M_H^2}{xs}}, \\
\cos \psi &= 1 - \frac{8x}{(1+x)^2 - (1-x)^2 y^2}.
\end{aligned} \tag{4.44}$$

Para más detalles acerca de esta parametrización se puede consultar, por ejemplo, la Ref. [120].

Nos enfocamos a continuación en el canal $gg \rightarrow HH + g$, dado que es el que contiene todos los tipos de singularidades. En el límite soft, el elemento de matriz al cuadrado tiene un comportamiento divergente proporcional a $(1-x)^{-2}$, mientras que en el límite colineal el mismo se comporta como $(1-y^2)^{-1}$. Combinando estos factores con aquellos que surgen del espacio de fases, se obtiene un factor global $(1-x)^{-1-2\epsilon}(1-y^2)^{-1-\epsilon}$ que regulariza todas las divergencias, gracias a la presencia de la variable ϵ en los exponentes. La clave para aislar

las singularidades entonces, y así poder cancelarlas explícitamente con las provenientes de el resto de las contribuciones a la sección eficaz, es expandir ese factor en potencias de ϵ de la siguiente manera [120]:

$$\begin{aligned}
(1-x)^{-1-2\epsilon}(1-y^2)^{-1-\epsilon} &= -\frac{1}{2\epsilon} \delta(1-x) (1-y^2)^{-1-\epsilon} \\
&- \frac{2^{-2\epsilon}}{2\epsilon} [\delta(1-y) + \delta(1+y)] \left[\left(\frac{1}{1-x} \right)_+ - 2\epsilon \left(\frac{\log(1-x)}{1-x} \right)_+ \right] \\
&+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-x} \right)_+ \left[\left(\frac{1}{1-y} \right)_+ + \left(\frac{1}{1+y} \right)_+ \right],
\end{aligned}$$

en donde las distribuciones plus están definidas de acuerdo a lo siguiente:

$$\int_0^1 dx G_+(x) f(x) = \int_0^1 dx G(x) [f(x) - f(1)], \quad (4.45)$$

$$\int_{-1}^1 dy f(y) \left(\frac{1}{1 \pm y} \right)_+ = \int_{-1}^1 dy \frac{f(y) - f(\mp 1)}{1 \pm y}. \quad (4.46)$$

Las deltas de Dirac que aparecen en los dos primeros términos de la expansión permiten reducir considerablemente la complejidad del elemento de matriz al cuadrado, dando lugar a una integración analítica sobre el espacio de fases muchísimo más sencilla. Estos dos términos incluyen todos los polos en la variable de regularización dimensional ϵ . Estos polos se cancelan en el resultado final luego de sumar las contribuciones virtuales $\hat{\sigma}^{(v)}$ (y los contratérminos colineales relacionados con la factorización de QCD). Por otro lado, el último término en la ecuación (4.45) es finito, y por ende la integración sobre el espacio de fases puede ser realizada en cuatro dimensiones. En particular, es posible hacerlo entonces en forma numérica.

4.3.2. Sección eficaz a NNLO

Presentamos aquí los resultados finales. La contribución a $\hat{\sigma}^b$ del canal partónico iniciado por dos gluones se puede descomponer de la siguiente manera

$$\hat{\sigma}_{gg}^b = \hat{\sigma}_{gg}^{(r)} + \hat{\sigma}^{(v)} = \hat{\sigma}_{gg}^{(sv)} + \hat{\sigma}_{gg}^{(c+)} + \hat{\sigma}_{gg}^{(c-)} + \hat{\sigma}_{gg}^{(f)}, \quad (4.47)$$

en donde los resultados ya renormalizados (para $\mu_F = \mu_R = Q$) toman la siguiente forma

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{gg}^{(sv)} &= \frac{\hat{\sigma}_{LO}}{|C_{LO}|^2} \delta(1-x) \left\{ \left(\frac{\alpha_S}{2\pi} \right) \frac{4}{3} \text{Re}(C_{LO}) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\alpha_S}{2\pi} \right)^2 \left[\text{Re}(C_{LO}) \left(\frac{8\pi^2}{3} + \mathcal{R}^{(2)} - 8(C_H^{(2)} - C_{HH}^{(2)}) \right) + \text{Im}(C_{LO}) \mathcal{I}^{(2)} + \mathcal{V}^{(2)} \right] \right\}, \\
\hat{\sigma}_{gg}^{(c+)} &= \hat{\sigma}_{gg}^{(c-)} = \frac{\hat{\sigma}_{LO}}{|C_{LO}|^2} \left(\frac{\alpha_S}{2\pi} \right)^2 8 [1 - (1-x)x]^2 \left[2 \left(\frac{\log(1-x)}{1-x} \right)_+ - \frac{\log x}{1-x} \right] \text{Re}(C_{LO}), \\
\hat{\sigma}_{gg}^{(f)} &= \int d \cos \theta_1 d \theta_2 dy \frac{\sqrt{x(x - 4M_H^2/s)}}{1024 \pi^4} \left(\frac{1}{1-x} \right)_+ \\
&\quad \times \left[\left(\frac{1}{1-y} \right)_+ + \left(\frac{1}{1+y} \right)_+ \right] f_{gg}(x, y, \theta_1, \theta_2).
\end{aligned} \tag{4.48}$$

En estas expresiones se encuentran incluidos los contratérminos que surgen de la factorización colineal. Las expresiones para $\mathcal{R}^{(2)}$, $\mathcal{I}^{(2)}$ y $\mathcal{V}^{(2)}$ son las obtenidas en la sección anterior para las correcciones virtuales. La expresión explícita para la función $f_{gg}(x, y, \theta_1, \theta_2)$, la cual es relativamente extensa, se encuentra en el Apéndice C. Como se puede ver de las expresiones anteriores, la contribución NLO a $\hat{\sigma}^b$ se encuentra incluida en la definición de $\hat{\sigma}_{gg}^{(sv)}$.

Usando un procedimiento similar se obtienen los resultados correspondientes a los canales qg y gq (en donde q denota cualquier quark o antiquark no masivo), los cuales pueden ser divididos en dos contribuciones

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{qg}^b &= \hat{\sigma}_{qg}^{(r)} = \hat{\sigma}_{qg}^{(c+)} + \hat{\sigma}_{qg}^{(f)}, \\
\hat{\sigma}_{gq}^b &= \hat{\sigma}_{gq}^{(r)} = \hat{\sigma}_{gq}^{(c-)} + \hat{\sigma}_{gq}^{(f)},
\end{aligned} \tag{4.49}$$

que toman la siguiente forma

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{qg}^{(c+)} &= \hat{\sigma}_{gq}^{(c-)} = \frac{\hat{\sigma}_{LO}}{|C_{LO}|^2} \left(\frac{\alpha_S}{2\pi} \right)^2 \frac{16}{9} \left\{ [1 + (1-x)^2] [2 \log(1-x) - \log x] + x^2 \right\} \text{Re}(C_{LO}), \\
\hat{\sigma}_{qg}^{(f)} &= \int d \cos \theta_1 d \theta_2 dy \frac{\sqrt{x(x - 4M_H^2/s)}}{512 \pi^4} \left(\frac{1}{1-y} \right)_+ f_{qg}(x, y, \theta_1, \theta_2), \\
\hat{\sigma}_{gq}^{(f)} &= \int d \cos \theta_1 d \theta_2 dy \frac{\sqrt{x(x - 4M_H^2/s)}}{512 \pi^4} \left(\frac{1}{1+y} \right)_+ f_{gq}(x, y, \theta_1, \theta_2).
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Nuevamente, los contratérminos colineales ya se encuentran incluidos en la definición de $\hat{\sigma}_{qg}^{(c+)}$ y $\hat{\sigma}_{gq}^{(c-)}$. Finalmente, para el subproceso iniciado por un par quark-antiquark tenemos

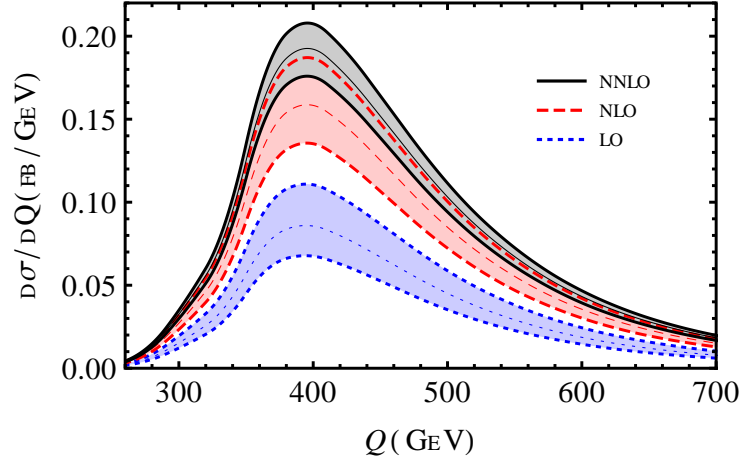


Figura 4.11: Distribución en la masa invariante del par de bosones de Higgs a LO (línea azul, punteada), NLO (rojo rayado) y NNLO (negro sólido) para el LHC con energía de centro de masa $E_{cm} = 14$ TeV. Las bandas fueron obtenidas variando μ_F y μ_R en el rango $0,5Q \leq \mu_F, \mu_R \leq 2Q$ con la restricción $0,5 \leq \mu_F/\mu_R \leq 2$.

que

$$\hat{\sigma}_{q\bar{q}}^b = \int d \cos \theta_1 d\theta_2 dy \frac{\sqrt{x(x - 4M_H^2/s)}}{512 \pi^4} f_{q\bar{q}}(x, y, \theta_1, \theta_2). \quad (4.51)$$

Las expresiones correspondientes a f_{qg} , f_{gq} y $f_{q\bar{q}}$ se encuentran en el Apéndice C.

En resumen, las ecuaciones (4.35), (4.48), (4.50) y (4.51) contienen todas las contribuciones a la sección eficaz partónica a NNLO. Nuestros resultados coinciden con las predicciones a NLO de la Ref. [10].

4.3.3. Fenomenología a NNLO

Presentamos a continuación los resultados fenomenológicos para el LHC. En todos los casos utilizamos las distribuciones de partones y constante de acoplamiento fuerte de MSTW2008 [21], al orden correspondiente. Las bandas de incerteza fueron obtenidas variando independientemente las escalas de factorización y renormalización en el rango $0,5Q \leq \mu_F, \mu_R \leq 2Q$, con la restricción $0,5 \leq \mu_F/\mu_R \leq 2$. Recordamos que nuestros resultados se encuentran normalizados con el LO que contiene la dependencia exacta en la masa de los quarks top y bottom. Para los resultados de esta sección utilizamos $M_H = 126$ GeV, $M_t = 173,18$ GeV y $M_b = 4,75$ GeV.

En la figura 4.11 se muestra la sección eficaz hadrónica para el LHC en función de

la masa invariante del sistema formado por los dos bosones de Higgs, para una energía de centro de masa $E_{cm} = \sqrt{s_H} = 14 \text{ TeV}$, a LO, NLO y NNLO. Podemos observar que es sólo a este último orden que aparecen los primeros signos de convergencia de la serie perturbativa, encontrando una superposición no nula entre las bandas del NLO y NNLO. Las correcciones de segundo orden son considerables, esto se puede observar también al nivel de la sección eficaz total

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{LO}} &= 17,8_{-3,8}^{+5,3} \text{ fb} \\
\sigma_{\text{NLO}} &= 33,2_{-4,9}^{+5,9} \text{ fb} \\
\sigma_{\text{NNLO}} &= 40,2_{-3,5}^{+3,2} \text{ fb}
\end{aligned} \tag{4.52}$$

en donde la incerteza proviene de la variación de las escalas. El aumento respecto de la predicción a NLO es del orden del 20%, y el cociente con respecto al LO (usualmente denominado factor K) es aproximadamente $K_{\text{NNLO}} = 2,3$. La dependencia con respecto a la elección de las escalas de renormalización y factorización se ve claramente reducida a este orden, resultando en una variación de aproximadamente $\pm 8\%$ alrededor del valor central, comparada con una variación total de $\mathcal{O}(\pm 20\%)$ a NLO.

En la figura 4.12 mostramos la sección eficaz total en función de la energía de centro de masa E_{cm} , en el rango de 8 TeV a 100 TeV. Podemos observar que el tamaño de las correcciones perturbativas decrece a medida que la energía de centro de masa aumenta. Podemos observar nuevamente que, en todo el rango de energías analizado, la dependencia con respecto a las escalas se ve sustancialmente reducida al agregar las correcciones de segundo orden.

En la tabla 4.1 se encuentra el valor de la sección eficaz a NNLO para $E_{cm} = 8, 14, 33$ y 100 TeV. Hemos considerado tres fuentes de incertezas teóricas distintas: los órdenes superiores faltantes en la expansión perturbativa de QCD, los cuales son estimados a través de la variación de las escalas como indicamos anteriormente, y la incertezas en la determinación de las distribuciones de partones y el acoplamiento fuerte. Para estimar estas dos últimas, utilizamos los conjuntos de distribuciones de partones con 90% de nivel de confianza de MSTW2008 [121], las cuales brindan resultados muy cercanos a la recomen-

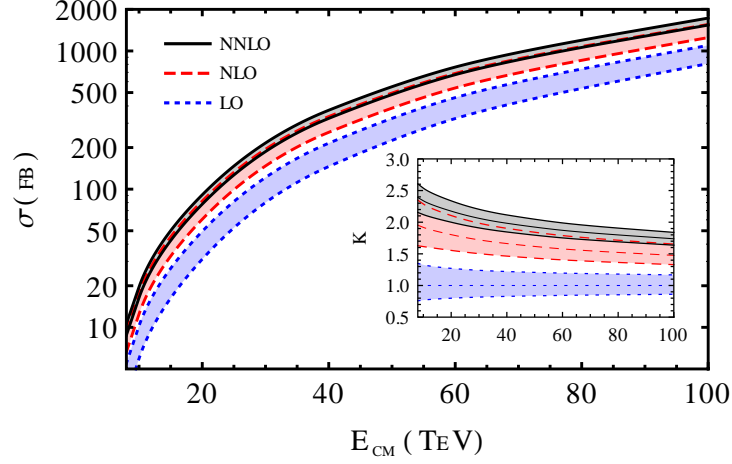


Figura 4.12: Sección eficaz total en función de la energía de centro de masa E_{cm} para las predicciones a LO (azul punteado), NLO (rojo rayado) y NNLO (negro sólido). Las bandas fueron obtenidas variando μ_F y μ_R tal como se indica en el texto principal. El gráfico insertado muestra los correspondientes factores K .

| E_{cm} | 8 TeV | 14 TeV | 33 TeV | 100 TeV |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|
| σ_{NNLO} | 9,76 fb | 40,2 fb | 243 fb | 1638 fb |
| Scale [%] | +9,0 – 9,8 | +8,0 – 8,7 | +7,0 – 7,4 | +5,9 – 5,8 |
| PDF [%] | +6,0 – 6,1 | +4,0 – 4,0 | +2,5 – 2,6 | +2,3 – 2,6 |
| PDF+ α_S [%] | +9,3 – 8,8 | +7,2 – 7,1 | +6,0 – 6,0 | +5,8 – 6,0 |

Tabla 4.1: Sección eficaz total en función de la energía de centro de masa a NNLO. Utilizamos el resultado exacto a LO para normalizar nuestros resultados. Las diferentes fuentes de incertezas se encuentran discutidas en el texto principal.

dación del grupo PDF4LHC [122]. Podemos observar que las incertezas perturbativas y no perturbativas son del mismo orden de magnitud.

El cociente entre las predcciones a NNLO y NLO en función de la energía de centro de masa es relativamente constante. Con el objetivo de facilitar el uso de nuestros resultados a NNLO, proveemos la siguiente expresión analítica aproximada para dicho cociente, válida en el rango $8 \text{ TeV} \leq E_{cm} \leq 100 \text{ TeV}$:

$$\frac{\sigma_{\text{NNLO}}}{\sigma_{\text{NLO}}} = 1,149 - 0,326 \left(\frac{E_{cm}}{1 \text{ TeV}} \right)^{-1} + 0,327 \left(\frac{E_{cm}}{1 \text{ TeV}} \right)^{-1/2}, \quad (4.53)$$

que va desde 1,22 a 8 TeV hasta 1,18 a 100 TeV. Por otro lado, el cociente entre NNLO y LO va de 2,39 a 1,74 en el mismo rango de energías, y puede ser parametrizada por la siguiente expresión aproximada

$$\frac{\sigma_{\text{NNLO}}}{\sigma_{\text{LO}}} = 1,242 - 7,17 \left(\frac{E_{cm}}{1 \text{ TeV}} \right)^{-1} + 5,77 \left(\frac{E_{cm}}{1 \text{ TeV}} \right)^{-1/2}. \quad (4.54)$$

Finalmente, la variación de escalas a NNLO está dada aproximadamente por $\pm p(E_{cm})\%$, con

$$p(E_{cm}) = 4,07 - 9,8 \left(\frac{E_{cm}}{1 \text{ TeV}} \right)^{-1} + 18,6 \left(\frac{E_{cm}}{1 \text{ TeV}} \right)^{-1/2}. \quad (4.55)$$

En este caso, tenemos $\pm 9,4\%$ y $\pm 5,8\%$ a 8 y 100 TeV respectivamente.

Vale la pena mencionar que la aproximación soft-virtual presentada en la Sección 4.2.3 brinda una predicción altamente precisa para la sección eficaz a NNLO, sobrestimando por ejemplo el resultado correspondiente a $E_{cm} = 14 \text{ TeV}$ por menos de un 2%. Tal como fue mencionado anteriormente, es de esperar que esta aproximación funcione en forma aún más precisa a lo que ocurre para el caso de la producción de un único bosón de Higgs, debido a la mayor masa invariante del estado final.

4.4. Conclusiones

En este capítulo hemos desarrollado nuestro cálculo a NNLO de la sección eficaz de producción de dos bosones de Higgs en colisionadores hadrónicos, a través de la fusión de gluones mediada por un quark pesado. Hemos trabajado dentro de la teoría efectiva que surge al tomar el límite de masa del quark top grande, normalizando nuestros resultados fenomenológicos por el resultado a LO exacto (es decir, obtenido en la teoría completa). De esta forma, hemos mejorado la predicción teórica disponible anteriormente para este proceso, que constaba de las correcciones a NLO calculadas en la misma teoría efectiva hace más de quince años [10]. Nuestro cálculo permite acceder a predicciones más precisas y exactas, en un momento en el cual la medición de la auto interacción del bosón de Higgs a través de la observación de este proceso es muy relevante de cara a las próximas etapas del LHC.

Para realizar el cálculo de las correcciones a segundo orden de QCD fue necesario computar las correcciones virtuales a dos loops, como así también las correcciones reales correspondientes a la emisión de partículas extra. Para las primeras, hemos utilizado la técnica de reducción a integrales maestras, en particular usando el software para MATHEMATICA denominado FIRE [104]. Para las segundas, hemos aislado las singularidades infrarrojas

utilizando el método de sustracción FKS [119]. En ambos casos, hemos aprovechado siempre que fuera posible el conocimiento de la sección eficaz de producción de un único bosón de Higgs a NNLO, cuya similitud permitió simplificar algunas cuentas.

Desde el punto de vista fenomenológico, hemos encontrado que las correcciones a segundo orden de QCD para la producción de pares de bosones de Higgs en el LHC son grandes, resultando en un aumento de la sección eficaz del orden del 20 % con respecto al resultado a NLO. También pudimos observar una reducción sustancial de la incerteza proveniente de la variación del resultado con las escalas de factorización y renormalización. Además, pudimos comprobar los primeros signos de convergencia de la serie perturbativa, encontrando un solapamiento no nulo entre las bandas correspondientes al NLO y NNLO, situación que no ocurre al orden anterior.

En el siguiente capítulo seguiremos analizando este proceso, y mejoraremos aún más el conocimiento de la expansión perturbativa de QCD para su sección eficaz a través de la inclusión de las contribuciones correspondientes a la emisión de gluones soft a todo orden en el desarrollo de α_S .

Capítulo 5

Resumación de umbral para la producción de dos bosones de Higgs

La universalidad de las emisiones de gluones soft, junto con la factorización del espacio de fases que ocurre en ese límite, dan lugar a la exponenciación de estas contribuciones. Esto, por lo tanto, permite obtener resultados que incluyen contribuciones de gluones soft a todo orden en teoría de perturbaciones. Este procedimiento es denominado resumación de gluones soft, o bien resumación de umbral. Mediante el mismo, los términos dominantes de los ordenes perturbativos aún no calculados pueden ser incluidos en nuestras predicciones.

En este capítulo describiremos el cálculo de estas contribuciones resumadas para la sección eficaz correspondiente a la producción de dos bosones de Higgs. Ya habiendo motivado la relevancia de este proceso en el capítulo anterior, pasaremos directamente a describir los detalles del cálculo. En primer lugar, en la sección 5.1 haremos una introducción general a la resumación de umbral. Luego, en la sección 5.2 definiremos el formalismo necesario para realizar este cálculo, y mostraremos los resultados analíticos explícitos para el proceso en cuestión. En la sección 5.3 detallaremos los resultados fenomenológicos para el LHC. Finalmente, en la sección 5.4 presentaremos nuestras conclusiones.

5.1. Resumación de umbral

En esta sección daremos una motivación para la fórmula de resumación que utilizaremos a lo largo de este capítulo. El objetivo no es dar una demostración formal de la misma,

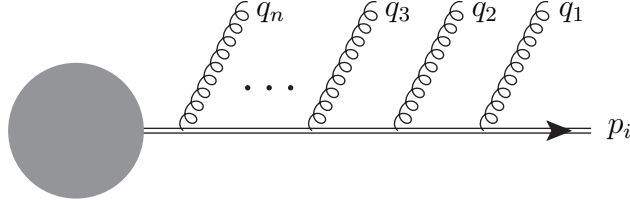


Figura 5.1: Un partón de alto momento p_i emitiendo n gluones soft de momentos q_1, q_2, \dots, q_n . Todos los momentos son considerados salientes.

ni tampoco obtener una expresión válida para los logaritmos subdominantes, sino simplemente mostrar en forma simple, pero utilizando un lenguaje similar al utilizado en el resto del capítulo, el origen de la misma. Con ese fin, vamos a considerar sólo la contribución proveniente de la emisión de gluones soft independientes, es decir que no vamos a considerar acoplamiento entre los gluones soft emitidos. Las correlaciones que surgen de dichas contribuciones ignoradas se cancelan de todas formas con las partes análogas de las correcciones virtuales, en cuanto a lo que respecta a los logaritmos dominantes. Tampoco calcularemos explícitamente las contribuciones provenientes del intercambio de gluones soft virtuales ni aquellas que surgen de los contratérminos asociados a la factorización colineal, sino que simplemente indicaremos su efecto en el resultado final.

Consideremos un proceso general de la forma

$$pp \rightarrow F + X \quad (5.1)$$

con F un estado final sin color y de masa invariante Q . Al orden más bajo en teoría de perturbaciones el proceso se encuentra iniciado a nivel partónico por un par quark-antiquark o bien un par de gluones. Independientemente de cual sea el caso, la amplitud correspondiente a la emisión de un gluón soft es

$$|\mathcal{M}_1\rangle \simeq g_S \left(\sum_{i=1}^2 \mathbf{T}_i \frac{p_i^\mu}{p_i \cdot q} \right) |\mathcal{M}_0\rangle, \quad (5.2)$$

en donde $|\mathcal{M}\rangle$ representa un vector en el espacio de espin \otimes color, y $|\mathcal{M}_0\rangle$ indica el elemento de matriz al orden más bajo. El operador de carga de color \mathbf{T}_a es tal que $\mathbf{T}_a^2 = C_a$, con $C_a = C_A$ y $C_a = C_F$ según si la partícula que emite es un gluón o un quark respectivamente. Además, por conservación del color se cumple que $\sum_i \mathbf{T}_i |\mathcal{M}_0\rangle = 0$. Consideramos por simplicidad que todos los momentos son salientes.

Ahora consideremos una pata i (ya sea quark o gluón) que emite n gluones, en un

cierto orden q_1, q_2, \dots, q_n (ver figura 5.1). Vamos a tener en el denominador los siguientes propagadores

$$\frac{1}{(p_i + q_1)^2(p_i + q_1 + q_2)^2 \dots (p_i + q_1 + q_2 + \dots + q_n)^2} = \prod_{j=1}^n \frac{1}{2p_i \cdot (\sum_{l=1}^j q_l)}, \quad (5.3)$$

en donde usamos que $p_i^2 = 0$ y despreciamos los términos cuadráticos en q_l (igual que en la expresión correspondiente a la emisión de un único gluón soft). Considerando todos los ordenamientos posibles, vamos a tener esta misma expresión sumada sobre todas las posibles permutaciones. Utilizaremos la siguiente identidad

$$\sum_{\text{perm } \pi} \prod_{j=1}^n \frac{1}{p_i \cdot (\sum_{l=1}^j q_{\pi(l)})} = \prod_{j=1}^n \frac{1}{p_i \cdot q_j}. \quad (5.4)$$

Para demostrarla, lo haremos por inducción [17]. Para $n = 2$ tenemos que

$$\begin{aligned} \sum_{\pi} \prod_{j=1}^2 \frac{1}{p_i \cdot (\sum_{l=1}^j q_{\pi(j)})} &= \sum_{\pi} \frac{1}{p_i \cdot q_{\pi(1)}} \frac{1}{p_i \cdot (q_{\pi(1)} + q_{\pi(2)})} \\ &= \frac{1}{p_i \cdot q_1} \frac{1}{p_i \cdot (q_1 + q_2)} + \frac{1}{p_i \cdot q_2} \frac{1}{p_i \cdot (q_2 + q_1)} = \frac{1}{p_i \cdot q_1} \frac{1}{p_i \cdot q_2}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Luego, para realizar el paso inductivo, notemos que el último término en la productoria es siempre el mismo independientemente de la permutación, pues implica sumar los n momentos soft. Por lo tanto

$$\sum_{\pi} \prod_{j=1}^n \frac{1}{p_i \cdot (\sum_{l=1}^j q_{\pi(j)})} = \frac{1}{p_i \cdot (\sum q_m)} \sum_{\pi} \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{p_i \cdot (\sum_{l=1}^j q_{\pi(j)})}. \quad (5.6)$$

Para cualquier permutación, la cantidad dentro de la sumatoria es ahora independiente de $q_{\pi(n)}$. Llamando $k = q_{\pi(n)}$ podemos escribir la suma sobre permutaciones como

$$\sum_{\pi} = \sum_{k=1}^n \sum_{\pi'}, \quad (5.7)$$

en donde π' representa al conjunto de permutaciones de los restantes $n - 1$ momentos.

Ahora bien, por la hipótesis inductiva nuestro resultado vale para $n - 1$ y por lo tanto

$$\sum_{\pi} \prod_{j=1}^n \frac{1}{p_i \cdot (\sum_{l=1}^j q_{\pi(j)})} = \frac{1}{p_i \cdot (\sum q_m)} \sum_{k=1}^n \frac{1}{p_i \cdot q_1} \dots \frac{1}{p_i \cdot q_{k-1}} \frac{1}{p_i \cdot q_{k+1}} \dots \frac{1}{p_i \cdot q_n}. \quad (5.8)$$

Multiplicando y dividiendo cada término de la suma por $p_i \cdot q_k$, llegamos finalmente al resultado deseado.

La identidad de la ecuación (5.4) implica que cada emisión es independiente de la anterior, y simplemente tenemos que agregar un factor $\mathbf{T}_i p_i^\mu / p_i \cdot q_j$ por cada una de ellas. Para verlo en más detalle, se pueden considerar las contribuciones de todos los diagramas que tienen una cierta distribución dada de $n - 1$ gluones soft en los distintos partones hard, y considerar todas las inserciones posibles de otro gluón extra j . En tal caso, por lo demostrado anteriormente, las contribuciones de dicho gluón j se factorizan individualmente para cada partón hard con el factor $\mathbf{T}_i p_i^\mu / p_i \cdot q_j$, y al sumar sobre todos los partones hard ese factor simplemente se convierte en $\sum_i \mathbf{T}_i p_i^\mu / p_i \cdot q_j$, y así en forma iterativa se demuestra para los n gluones. Finalmente entonces, lo que tenemos es que

$$|\mathcal{M}_n\rangle \simeq \left[\prod_{j=1}^n g_S \left(\sum_{i=1}^2 \mathbf{T}_i \frac{p_i^{\mu_j}}{p_i \cdot q_j} \right) \right] |\mathcal{M}_0\rangle \quad (5.9)$$

Usando la conservación de color y la expresión para el cuadrado de los operadores de carga de color, y agregando un factor $1/n!$ por los n gluones idénticos tenemos que

$$|\mathcal{M}_n|^2 \simeq \frac{1}{n!} \left(\prod_{j=1}^n g_S^2 C_a \frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q_j p_2 \cdot q_j} \right) |\mathcal{M}_0|^2, \quad (5.10)$$

con $C_a = C_A$ o bien $C_a = C_F$ según el proceso sea iniciado por gluones o un par quark-antiquark. El elemento de matriz se encuentra entonces completamente factorizado.

A continuación debemos factorizar el espacio de fases. El espacio de fases correspondiente al proceso que incluye n gluones soft es

$$d\text{PS} = \left[\prod_{i=1}^n \frac{d^4 q_i}{(2\pi)^3} \delta^+(q_i^2) \right] \left[\prod_{j=1}^l \frac{d^4 k_j}{(2\pi)^3} \delta^+(k_j^2 - m_j^2) \right] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - q_1 - \dots - q_m - k_1 - \dots - k_l), \quad (5.11)$$

en donde k_j son los momentos de las partículas sin color que conforman el estado final F . Introduciendo un momento K a través de la siguiente identidad (el símbolo de la integral se encuentra implícito)

$$1 = d^4 K \delta^4(K - k_1 - \dots - k_l) dQ^2 \delta^+(K^2 - Q^2). \quad (5.12)$$

podemos reescribir el espacio de fases como

$$d\text{PS} = \frac{dQ^2}{2\pi} \left[\prod_{j=1}^l \frac{d^4 k_j}{(2\pi)^3} \delta^+(k_j^2 - m_j^2) \right] (2\pi)^4 \delta^4(K - k_1 - \dots - k_l) \quad (5.13)$$

$$\cdot \left[\prod_{i=1}^n \frac{d^4 q_i}{(2\pi)^3} \delta^+(q_i^2) \right] \left[\frac{d^4 K}{(2\pi)^3} \delta^+(K^2 - Q^2) \right] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - K - q_1 - \dots - q_m).$$

Ahora la primer línea es el espacio de fases original, y no depende explícitamente de los momentos de las partículas soft, sólo lo hace a través del valor del momento K , que se encuentra fijado por las deltas de Dirac a tener una masa invariante $K^2 = Q^2$. Podemos identificarlo entonces como el espacio de fases sin emisión, evaluado en una masa invariante Q , es decir $dPS_0(Q)$. Cancelando además la integral en d^4K con la delta del segundo renglón, tenemos que

$$dPS = dQ^2 dPS_0(Q) \left[\prod_{i=1}^n \frac{d^4q_i}{(2\pi)^3} \delta^+(q_i^2) \right] \delta^+(K^2 - Q^2) \quad (5.14)$$

Ahora ya tenemos prácticamente el espacio de fases factorizado. Juntando con la expresión para el elemento de matriz, obtenemos para la sección eficaz partónica que

$$\frac{d\sigma_n}{dQ^2} = \sigma_0(Q) \frac{1}{n!} \left[\prod_{j=1}^n \frac{d^4q_j}{(2\pi)^3} \delta^+(q_j^2) g_S^2 C_a \frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q_j p_2 \cdot q_j} \right] \delta^+(K^2 - Q^2) \quad (5.15)$$

en donde combinamos el elemento de matriz sin emisión con el espacio de fases correspondiente para obtener la sección eficaz partónica sin emisión σ_0 .

Tenemos todavía una correlación entre las emisiones debido a la $\delta^+(K^2 - Q^2)$, que fija de hecho la energía total que se llevan las partículas soft. Si trabajamos en el espacio de Mellin, la transformada de la sección eficaz partónica es

$$\sigma(N) = \int_0^1 z^{N-1} \sigma(z) \quad (5.16)$$

con $z = Q^2/s$. Entonces,

$$\frac{d\sigma_n}{dQ^2}(N) = \int_0^1 z^{N-1} \sigma_0(Q) \frac{1}{n!} \left[\prod_{j=1}^n \frac{d^4q_j}{(2\pi)^3} \delta^+(q_j^2) g_S^2 C_a \frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q_j p_2 \cdot q_j} \right] \delta^+(K^2 - Q^2) \quad (5.17)$$

Podemos utilizar la $\delta^+(K^2 - Q^2)$ para realizar la integral en z , ya que $Q^2 = zs$, entonces $\delta^+(K^2 - Q^2) = \delta^+(K^2/s - z)/s$. Tenemos entonces finalmente que

$$\frac{d\sigma_n}{dQ^2}(N) = \frac{\sigma_0(Q)}{s} \frac{1}{n!} z^{N-1} \left[\prod_{j=1}^n \frac{d^4q_j}{(2\pi)^3} \delta^+(q_j^2) g_S^2 C_a \frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q_j p_2 \cdot q_j} \right] \quad (5.18)$$

Finalmente vamos a reescribir el factor z^{N-1} . Sea ω_q la componente cero de la suma de los cuadrinomientos soft, y consideremos el sistema de centro de masa de los partones hard p_1 y p_2 , que tienen energía $E = \sqrt{s}/2$. Queremos ver que, para $z = Q^2/s$ cercano a 1, vale que $z \simeq 1 - \omega_q/E$. Ahora bien, ω_q es la diferencia entre la energía de los partones entrantes y

aquella llevada por el sistema F , de masa invariante Q . Dado que la emisión es soft, F se encuentra prácticamente en reposo en el sistema de centro de masa de los partones hard, a menos de correcciones de orden ω_q/E , y por lo tanto su energía es aproximadamente Q . Entonces,

$$1 - \frac{\omega_q}{E} \simeq 1 - \frac{2E - Q}{E} = 1 - 2 + 2\sqrt{z} \simeq z \quad (5.19)$$

a menos de correcciones de orden $(1 - z)^2$. A la vez, $\omega_q = \sum_{i=1}^n \omega_i$. Dado que $\omega_q/E \ll 1$, y por ende también $\omega_i/E \ll 1$, podemos aproximar

$$z \simeq \left(1 - \frac{\omega_q}{E}\right) \simeq \prod_{i=1}^n \left(1 - \frac{\omega_i}{E}\right) \quad (5.20)$$

a menos de correcciones de orden $(\omega_i/E)^2$. Volviendo entonces a la ecuación (5.18), tenemos una factorización completa de la forma

$$\frac{d\sigma_n}{dQ^2}(N) = \frac{\sigma_0(Q)}{s} \frac{1}{n!} \left[\prod_{j=1}^n \frac{d^4 q_j}{(2\pi)^3} \delta^+(q_j^2) g_S^2 C_a \frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q_j p_2 \cdot q_j} \left(1 - \frac{\omega_i}{E}\right)^{N-1} \right] \quad (5.21)$$

Los n factores de la productoria son n integrales idénticas, con lo cual podemos escribirlas como

$$\frac{d\sigma_n}{dQ^2}(N) = \frac{\sigma_0(Q)}{s} \frac{1}{n!} \left[\frac{d^4 q}{(2\pi)^3} \delta^+(q^2) g_S^2 C_a \frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q p_2 \cdot q} \left(1 - \frac{\omega_q}{E}\right)^{N-1} \right]^n \quad (5.22)$$

Un detalle a tener en cuenta es que si bien las integrales son todas idénticas, en principio se encuentran relacionadas en forma no trivial por restricciones cinemáticas. Por ejemplo, la suma de las energías de los gluones soft, ω_q , debe ser menor a E , lo cual implica que los límites de integración de cada una de las integrales en $d^4 q_i$ se encuentran concatenados entre sí. Sin embargo, podemos omitir esa restricción si sólo pretendemos un resultado válido en el límite soft, puesto que en dicho límite $\omega_q \ll E$ de todas formas. Finalmente entonces, el resultado de la ecuación (5.22) se mantiene válido en dicho límite.

Evidentemente, si ahora desamos considerar las contribuciones de la emisión de gluones soft a todo orden en teoría de perturbaciones, la suma sobre n de la expresión de la ecuación (5.22) dará como resultado una exponencial. Definiendo el factor de Sudakov de la siguiente manera

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{d\sigma_n}{dQ^2}(N) = \frac{\sigma_0(Q)}{s} \tilde{\Delta}_N \quad (5.23)$$

tenemos que

$$\ln \tilde{\Delta}_N = \frac{d^4 q}{(2\pi)^3} \delta^+(q^2) g_S^2 C_a \frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q p_2 \cdot q} \left(1 - \frac{\omega_q}{E}\right)^{N-1} \quad (5.24)$$

De esta forma, entonces, hemos exponenciado las contribuciones de los gluones soft. Hemos puesto un tilde sobre el factor de Sudakov, pues en realidad hasta este momento sólo hemos considerado las contribuciones provenientes de las correcciones reales.

Realizamos la primer integración sobre $d^4 q$ utilizando la siguiente identidad

$$d^4 q \delta^+(q^2) = \frac{d^3 q}{2\omega_q} \quad (5.25)$$

Luego, las integrales restantes las podemos escribir en términos de la energía, el impulso transversal q_t y el ángulo azimutal ϕ :

$$\vec{q} = (q_t \cos \phi, q_t \sin \phi, q_z) \quad (5.26)$$

$$dq_x dq_y = q_t dq_t d\phi = \frac{1}{2} dq_t^2 d\phi \quad (5.27)$$

Para la integral en dq_z separamos en dos casos, q_z positivo o negativo, y en cada caso pasamos a la variable ω_q . Tenemos respectivamente que $dq_z = \pm d\omega_q \omega_q / |q_z|$. Estas dos integrales se pueden juntar en una sola, con lo cual aparece un factor 2 extra, con lo cual entonces podemos reemplazar $dq_z \rightarrow 2d\omega_q \omega_q / |q_z|$, ya que el integrando es invariante frente al intercambio $q_z \rightarrow -q_z$. De este modo, entonces, tenemos que

$$d^3 q = d\omega_q dq_t^2 d\phi \omega_q / |q_z| \quad (5.28)$$

$$d\omega_q = -E dz \quad (5.29)$$

$$d^3 q = -E dz dq_t^2 d\phi \omega_q / |q_z| \quad (5.30)$$

$$\frac{2p_1 \cdot p_2}{p_1 \cdot q p_2 \cdot q} = \frac{4s}{s\omega_q^2(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)} = \frac{4}{\omega_q^2 \sin^2 \theta} = \frac{4}{q_t^2} \quad (5.31)$$

Finalmente, como estamos interesados en resumir el logaritmo dominante, la contribución se originará de configuraciones soft y colineales simultáneamente. Teniendo en cuenta entonces que $q_t \ll \omega_q$, se llega a que $q_z \simeq \omega_q$. Teniendo en cuenta todos estos resultados, el factor de Sudakov toma la siguiente forma

$$\ln \tilde{\Delta}_N = 2 \int_0^1 dz \frac{z^{N-1}}{1-z} \int_{(q_t^{\min})^2}^{(q_t^{\max})^2} \frac{dq_t^2}{q_t^2} \frac{\alpha_S}{\pi} C_a \quad (5.32)$$

en donde hemos realizado trivialmente la integral sobre ϕ , y el signo menos del jacobiano se absorbio en los límites de integración de la variable z . Los límites de integración son $q_t^{\min} = 0$ y $q_t^{\max} = (1 - z)Q$.

La expresión obtenida es obviamente divergente; para llegar a un resultado finito debemos incluir las correcciones virtuales y los contratérminos provenientes de la factorización colineal. Los primeros regularizarán la divergencia presente en $z = 1$, mientras que los segundos se encargarán de la divergencia para $q_t = 0$ remanente. No demostraremos los siguientes resultados, pero se puede ver que la inclusión de las contribuciones virtuales implica el reemplazo $z^{N-1} \rightarrow z^{N-1} - 1$, lo cual en efecto cura la divergencia soft y garantiza la unitariedad, mientras que los contratérminos colineales generan el reemplazo $q_t^{\min} \rightarrow \mu_F$, siendo esta la escala de factorización.

El factor de Sudakov toma entonces finalmente la siguiente forma:

$$\ln \Delta_N = 2 \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1 - z} \int_{\mu_F^2}^{(1-z)^2 Q^2} \frac{dq_t^2}{q_t^2} \frac{\alpha_S}{\pi} C_a. \quad (5.33)$$

Si bien en principio la constante de acoplamiento fuerte debería estar evaluada en alguna escala dependiente de las variables de integración, por ejemplo q_t , a los fines de calcular las contribuciones del logaritmo dominante podemos considerarla constante, por lo tanto

$$\ln \Delta_N = 2 \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi} C_a \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1 - z} \int_{\mu_F^2}^{(1-z)^2 Q^2} \frac{dq_t^2}{q_t^2}. \quad (5.34)$$

Realizando la primer integral, tenemos que

$$\ln \Delta_N = 2 \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi} C_a \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1 - z} \left[2 \ln(1 - z) + \ln \left(\frac{Q^2}{\mu_F} \right) \right], \quad (5.35)$$

lo cual puede ser expresado en términos de distribuciones plus de la siguiente manera:

$$\ln \Delta_N = 2 \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi} C_a \int_0^1 dz z^{N-1} \left[2\mathcal{D}_1(z) + \ln \left(\frac{Q^2}{\mu_F} \right) \mathcal{D}_0(z) \right]. \quad (5.36)$$

La contribución dominante viene dada por el primer término, pues

$$\int_0^1 dz z^{N-1} \mathcal{D}_k(z) = \frac{(-1)^{k+1}}{k+1} \ln^{k+1} N + \mathcal{O}(\ln^k N). \quad (5.37)$$

De este modo, obtenemos finalmente que

$$\ln \Delta_N = 2 \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi} C_a \ln^2 N + \mathcal{O}(\ln N) \quad (5.38)$$

Esta expresión resume entonces todos los logaritmos dominantes, de la forma $\alpha_S^k \ln^{2k} N$. Para hacer explícito el significado de esto, expandimos nuestro resultado en potencias de α_S :

$$\begin{aligned} \Delta_N &= 1 + \frac{\alpha_S}{\pi} [2C_a \ln^2 N + \mathcal{O}(\ln N)] + \left(\frac{\alpha_S}{\pi}\right)^2 [2C_a^2 \ln^4 N + \mathcal{O}(\ln^3 N)] \\ &+ \left(\frac{\alpha_S}{\pi}\right)^3 \left[\frac{4}{3}C_a^3 \ln^4 N + \mathcal{O}(\ln^3 N)\right] + \mathcal{O}(\alpha_S^4), \end{aligned} \quad (5.39)$$

y a cada orden se predice en forma correcta el coeficiente multiplicando a la mayor potencia de $\ln N$.

5.2. Formalismo y resumación a NNLL

Comenzaremos entonces por definir el formalismo necesario para realizar la resumación de umbral. Al igual que en el capítulo anterior, consideramos la producción de dos bosones de Higgs vía loops de quarks top, y trabajamos dentro de la aproximación de quark top pesado. Recordemos que en dicho límite el acoplamiento efectivo entre gluones y bosones de Higgs viene dado por el Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} \left(C_H \frac{H}{v} - C_{HH} \frac{H^2}{v^2} \right). \quad (5.40)$$

En primer lugar, fijaremos la notación para el cálculo a orden fijo en la expansión perturbativa. La sección eficaz hadrónica, diferencial en la masa invariante del sistema formado por los dos bosones de Higgs Q , puede escribirse de la siguiente forma

$$\begin{aligned} Q^2 \frac{d\sigma}{dQ^2}(s_H, Q^2) &\equiv \sigma(s_H, Q^2) = \sum_{a,b} \int_0^1 dx_1 dx_2 f_{a/h_1}(x_1, \mu_F^2) f_{b/h_2}(x_2, \mu_F^2) \\ &\times \int_0^1 dz \delta\left(z - \frac{\tau}{x_1 x_2}\right) \hat{\sigma}_0 z G_{ab}(z; \alpha_S(\mu_R^2), Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2), \end{aligned} \quad (5.41)$$

en donde $\tau = Q^2/s_H$, μ_R y μ_F son las escalas de renormalización y factorización respectivamente, y $\hat{\sigma}_0$ es la sección eficaz partónica a LO. Las distribuciones de partones de los hadrones incidentes son $f_{a/h}(x, \mu_F^2)$ y los subíndices a, b etiquetan el tipo de partón ($a, b = g, q_f, \bar{q}_f$, con $N_f = 5$ sabores de quarks livianos). El coeficiente partónico G_{ab} puede

ser expandido en potencias del acoplamiento renormalizado de QCD $\alpha_S(\mu_R^2)$ (de aquí en adelante, la dependencia de α_S con μ_R se encuentra sobreentendida):

$$G_{ab}(z; \alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{\alpha_S}{2\pi}\right)^n G_{ab}^{(n)}(z; Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2). \quad (5.42)$$

Utilizamos el esquema $\overline{\text{MS}}$ para la renormalización del acoplamiento fuerte.

Dado que la resumación de umbral debe ser realizada en el espacio de Mellin [123, 124], introducimos aquí la notación correspondiente. Consideramos la transformada de Mellin de la sección eficaz hadrónica, $\sigma_N(Q^2)$. Los momentos de Mellin con respecto a la variable $\tau = Q^2/s_H$ para Q constante se definen de la siguiente manera:

$$\sigma_N(Q^2) \equiv \int_0^1 d\tau \tau^{N-1} \sigma(s_H, Q^2). \quad (5.43)$$

En el espacio de Mellin, la ecuación (5.41) toma la siguiente forma factorizada:

$$\sigma_{N-1}(Q^2) = \hat{\sigma}_0 \sum_{a,b} f_{a/h_1, N}(\mu_F^2) f_{b/h_2, N}(\mu_F^2) G_{ab, N}(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2), \quad (5.44)$$

en donde hemos introducido los momentos de las distribuciones de partones y del coeficiente partónico como

$$f_{a/h, N}(\mu_F^2) = \int_0^1 dx x^{N-1} f_{a/h}(x, \mu_F^2), \quad (5.45)$$

$$G_{ab, N} = \int_0^1 dz z^{N-1} G_{ab}(z). \quad (5.46)$$

Una vez que estos momentos son conocidos, la sección eficaz física en el espacio de z es obtenida a través de la inversión de Mellin

$$\begin{aligned} \sigma^{res}(s_H, Q^2) &= \hat{\sigma}_0 \sum_{a,b} \int_{C_{MP}-i\infty}^{C_{MP}+i\infty} \frac{dN}{2\pi i} \left(\frac{Q^2}{s_H}\right)^{-N+1} f_{a/h_1, N}(\mu_F^2) f_{b/h_2, N}(\mu_F^2) \\ &\quad \times G_{ab, N}(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2), \end{aligned} \quad (5.47)$$

en donde la constante C_{MP} que define el contorno de integración en el plano de la variable N se encuentra a la derecha de todas las posibles singularidades del integrando, tal como se encuentra definido en la Prescripción Mínima en la Ref. [63].

Vamos a considerar la suma a todo orden en teoría de perturbaciones de los términos dominantes en el umbral de producción ($z \rightarrow 1$), que corresponde al límite $N \rightarrow \infty$ en el

espacio de Mellin. En este límite, el único canal partónico no suprimido es aquel iniciado por gluones, por lo tanto sólo consideraremos su contribución.¹ La resumación de los gluones soft se realiza escribiendo el coeficiente partónico $G_{gg,N}$ de la siguiente manera

$$G_{gg,N}^{(\text{res})}(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) = C_{gg}(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) \Delta_N(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2), \quad (5.48)$$

Las correcciones logarítmicas dominantes (que aparecen en la forma $\alpha_S^n \ln^{2n-k} N$ en el espacio de Mellin) son exponentiadas en el factor de Sudakov Δ_N , el cual depende únicamente de la dinámica de la emisión de gluones soft a partir de los partones del estado inicial. Puede ser expandido como

$$\begin{aligned} \ln \Delta_N \left(\alpha_S, \ln N; \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) &= \ln N g^{(1)}(b_0 \alpha_S \ln N) + g^{(2)}(b_0 \alpha_S \ln N, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) \\ &\quad + \alpha_S g^{(3)}(b_0 \alpha_S \ln N, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) \\ &\quad + \sum_{n=4}^{+\infty} \alpha_S^{n-2} g^{(n)}(b_0 \alpha_S \ln N, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2), \end{aligned} \quad (5.49)$$

en donde b_0 es el primer coeficiente de la función β de QCD.

La función $\ln N g^{(1)}$ resume todas las contribuciones logarítmicas dominantes de la forma $\alpha_S^n \ln^{n+1} N$ (LL, por *leading logarithmic*), $g^{(2)}$ contiene los términos subdominantes $\alpha_S^n \ln^n N$ (NLL, por *next-to-leading logarithmic*), $\alpha_S g^{(3)}$ aquellos de la forma $\alpha_S^{n+1} \ln^n N$ (NNLL), y así sucesivamente.

El objetivo que buscamos es lograr evaluar las funciones $g^{(n)}$ a partir de unos pocos coeficientes calculables perturbativamente. Esto puede lograrse reescribiendo la fórmula de resumación de la siguiente manera

$$\begin{aligned} G_{gg,N}^{(\text{res})}(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) &= \overline{C}_{gg}(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) \\ &\quad \times \overline{\Delta}_N(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) + \mathcal{O}(1/N). \end{aligned} \quad (5.50)$$

El factor \overline{C}_{gg} es completamente análogo al factor C_{gg} , y sólo difiere en que algunos términos constantes en N , presentes en C_{gg} , han sido trasladados a $\overline{\Delta}_N$. Este último puede

¹Esto es estrictamente cierto para el caso de producción de un bosón de Higgs, en donde el único otro posible canal dando lugar a divergencias soft es el iniciado por un par quark-antiquark vía loops de gluones, pero este se anula por el espín cero del estado final. En nuestro caso, una contribución de la forma $q\bar{q} \rightarrow HH$ sí es posible, pero en el límite de la masa del quark top grande su contribución podría aparecer recién a N⁴LO, y de todas formas sería numéricamente despreciable.

expresarse de la siguiente manera: [39]

$$\begin{aligned} \ln \bar{\Delta}_N(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) &= \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \\ &\times \left[2 \int_{\mu_F^2}^{(1-z)^2 Q^2} \frac{dq^2}{q^2} A(\alpha_S(q^2)) + D(\alpha_S((1-z)^2 Q^2)) \right], \end{aligned} \quad (5.51)$$

en donde $A(\alpha_S)$ y $D(\alpha_S)$ son funciones perturbativas

$$A(\alpha_S) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_S}{\pi} \right)^n A^{(n)}, \quad D(\alpha_S) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\alpha_S}{\pi} \right)^n D^{(n)}. \quad (5.52)$$

Los coeficientes $A^{(n)}$ y $D^{(n)}$ pueden ser extraídos, por ejemplo, del cálculo de $G_{gg,N}$ a N^n LO. Cabe mencionar que al orden más bajo sólo contribuye la función $A(\alpha_S)$, siendo esta $A(\alpha_S) = \frac{\alpha_S}{\pi} C_a + \mathcal{O}(\alpha_S^2)$, con lo cual se obtiene una expresión similar a la que hemos motivado en la ecuación (5.33).

La función $g^{(1)}$ depende de $A^{(1)}$, la función $g^{(2)}$ también depende de $A^{(2)}$ (observar que $D^{(1)} = 0$), la función $g^{(3)}$ también depende de $A^{(3)}$ y $D^{(2)}$, y así sucesivamente. Todos los coeficientes perturbativos requeridos para construir las funciones $g^{(1)}$, $g^{(2)}$ y $g^{(3)}$ son conocidos y dependen únicamente de la naturaleza de los partones incidentes. Los resultados explícitos son los siguientes: [39, 60, 65]

$$\begin{aligned} A^{(1)} &= C_a, & A^{(2)} &= \frac{1}{2} C_a \left[C_A \left(\frac{67}{18} - \zeta_2 \right) - \frac{5}{9} N_f \right], \\ A^{(3)} &= \frac{1}{4} C_a \left[C_A^2 \left(\frac{245}{24} - \frac{67}{9} \zeta_2 + \frac{11}{6} \zeta_3 + \frac{11}{5} \zeta_2^2 \right) + C_F N_f \left(-\frac{55}{24} + 2\zeta_3 \right) \right. \\ &\quad \left. + C_A N_f \left(-\frac{209}{108} + \frac{10}{9} \zeta_2 - \frac{7}{3} \zeta_3 \right) + N_f^2 \left(-\frac{1}{27} \right) \right], \\ D^{(2)} &= C_a \left[C_A \left(-\frac{101}{27} + \frac{11}{3} \zeta_2 + \frac{7}{2} \zeta_3 \right) + N_f \left(\frac{14}{27} - \frac{2}{3} \zeta_2 \right) \right], \end{aligned} \quad (5.53)$$

en donde $C_a = C_A$ o bien $C_a = C_F$ según si el proceso se encuentra iniciado por gluones o un par quark-antiquark, respectivamente (en nuestro caso, $C_a = C_A$). En términos de ellas,

las funciones $g^{(1)}$, $g^{(2)}$ y $g^{(3)}$ toman la siguiente forma [39, 60]

$$g^{(1)}(\lambda) = + \frac{A^{(1)}}{\pi b_0 \lambda} [2\lambda + (1 - 2\lambda) \ln(1 - 2\lambda)] , \quad (5.54)$$

$$\begin{aligned} g^{(2)}(\lambda, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) = & - \frac{A^{(2)}}{\pi^2 b_0^2} [2\lambda + \ln(1 - 2\lambda)] - \frac{2A^{(1)}\gamma_E}{\pi b_0} \ln(1 - 2\lambda) \\ & + \frac{A^{(1)}b_1}{\pi b_0^3} \left[2\lambda + \ln(1 - 2\lambda) + \frac{1}{2} \ln^2(1 - 2\lambda) \right] \\ & + \frac{A^{(1)}}{\pi b_0} [2\lambda + \ln(1 - 2\lambda)] \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2} - \frac{2A^{(1)}}{\pi b_0} \lambda \ln \frac{Q^2}{\mu_F^2} , \end{aligned} \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned} g^{(3)}(\lambda, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) = & + \frac{4A^{(1)}}{\pi} (\zeta(2) + \gamma_E^2) \frac{\lambda}{1 - 2\lambda} - \frac{2A^{(1)}\gamma_E b_1}{\pi b_0^2 (1 - 2\lambda)} [2\lambda + \ln(1 - 2\lambda)] \\ & + \frac{A^{(1)}b_1^2}{\pi b_0^4 (1 - 2\lambda)} \left[2\lambda^2 + 2\lambda \ln(1 - 2\lambda) + \frac{1}{2} \ln^2(1 - 2\lambda) \right] \\ & + \frac{A^{(1)}b_2}{\pi b_0^3} \left[2\lambda + \ln(1 - 2\lambda) + \frac{2\lambda^2}{1 - 2\lambda} \right] + \frac{2A^{(3)}}{\pi^3 b_0^2} \frac{\lambda^2}{1 - 2\lambda} - \frac{D^{(2)}}{\pi^2 b_0} \frac{\lambda}{1 - 2\lambda} \\ & + \frac{4\gamma_E A^{(2)}}{\pi^2 b_0} \frac{\lambda}{1 - 2\lambda} - \frac{A^{(2)}b_1}{\pi^2 b_0^3} \frac{1}{1 - 2\lambda} [2\lambda + \ln(1 - 2\lambda) + 2\lambda^2] \\ & - \frac{2A^{(2)}}{\pi^2 b_0} \lambda \ln \frac{Q^2}{\mu_F^2} - \frac{A^{(1)}}{\pi} \lambda \ln^2 \frac{Q^2}{\mu_F^2} + \frac{2A^{(1)}}{\pi} \lambda \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2} \ln \frac{Q^2}{\mu_F^2} \\ & + \frac{1}{1 - 2\lambda} \left(\frac{A^{(1)}b_1}{\pi b_0^2} [2\lambda + \ln(1 - 2\lambda)] - \frac{4A^{(1)}\gamma_E}{\pi} \lambda - \frac{4A^{(2)}}{\pi^2 b_0} \lambda^2 \right) \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2} \\ & + \frac{2A^{(1)}}{\pi} \frac{\lambda^2}{1 - 2\lambda} \ln^2 \frac{Q^2}{\mu_R^2} , \end{aligned} \quad (5.56)$$

en donde

$$\lambda = b_0 \alpha_S(\mu_R^2) \ln N , \quad (5.57)$$

y b_0, b_1, b_2 son los primeros tres coeficientes de la función β de QCD:²

$$\begin{aligned} b_0 = & \frac{1}{12\pi} (11C_A - 2N_f) , \quad b_1 = \frac{1}{24\pi^2} (17C_A^2 - 5C_A N_f - 3C_F N_f) , \\ b_2 = & \frac{1}{(4\pi)^3} \left(\frac{2857}{54} C_A^3 - \frac{1415}{54} C_A^2 N_f - \frac{205}{18} C_A C_F N_f + C_F^2 N_f + \frac{79}{54} C_A N_f^2 + \frac{11}{9} C_F N_f^2 \right) . \end{aligned} \quad (5.58)$$

Con los resultados anteriores, ya estamos en condiciones de evaluar el factor de Sudakov Δ_N . Sin embargo, todavía es necesario obtener la función $C_{gg}(\alpha_S)$ de la ecuación (5.48),

²Notar la diferente normalización respecto de la convención utilizada en los capítulos anteriores, por esa razón utilizamos la notación b_i en lugar de β_i .

la cual contiene *todas* las contribuciones que son constantes en el límite de N grande. Estas son generadas por las correcciones virtuales, como así también por las contribuciones no logarítmicas de las correcciones soft, y pueden ser calculadas como una expansión en potencias de α_S :

$$C_{gg}(\alpha_S, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\alpha_S}{2\pi}\right)^n C_{gg}^{(n)}(Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) . \quad (5.59)$$

El coeficiente $C_{gg}^{(i)}$, necesario para realizar la resumación a $N^i\text{LL}$, puede ser obtenido a partir del cálculo a orden fijo a $N^i\text{LO}$. Dada la naturaleza universal de las emisiones de gluones soft, la única contribución a $C_{gg}^{(i)}$ que depende del proceso que se esté estudiando proviene de las correcciones virtuales. De hecho, en la Ref. [22] hemos derivado una fórmula universal para los coeficientes necesarios hasta NNLL, que únicamente dependen de las amplitudes a uno y dos loops (más recientemente este resultado fue extendido hasta $N^3\text{LL}$ en la Ref. [125]). Por lo tanto, podemos obtener las expresiones correspondientes a $C_{gg}^{(1)}$ y $C_{gg}^{(2)}$ a partir de nuestro cálculo de las correcciones virtuales a dos loops descrito en la Sección 4.2 (Ref. [126]). Específicamente, tenemos que

$$\begin{aligned} C_{gg}^{(1)} &= C_A \frac{4\pi^2}{3} + 4C_A \gamma_E^2 + \frac{\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}}{\hat{\sigma}_0} , \\ C_{gg}^{(2)} &= C_A^2 \left(-\frac{55\zeta_3}{36} - 14\gamma_E \zeta_3 + \frac{607}{81} + \frac{404\gamma_E}{27} + \frac{134\gamma_E^2}{9} + \frac{44\gamma_E^3}{9} + 8\gamma_E^4 \right. \\ &\quad \left. + \frac{67\pi^2}{16} + \frac{14\gamma_E^2 \pi^2}{3} + \frac{91\pi^4}{144} \right) + C_A N_f \left(\frac{5\zeta_3}{18} - \frac{82}{81} - \frac{56\gamma_E}{27} - \frac{20\gamma_E^2}{9} - \frac{8\gamma_E^3}{9} - \frac{5\pi^2}{8} \right) \\ &\quad + b_0^2 \frac{11\pi^4}{3} + C_A \frac{\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}}{\hat{\sigma}_0} \left(\frac{4\pi^2}{3} + 4\gamma_E^2 \right) + \frac{\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(2)}}{\hat{\sigma}_0} , \end{aligned} \quad (5.60)$$

en donde γ_E es el número de Euler y ζ_n representa la función zeta de Riemann. Las correcciones a uno y dos loops regularizadas $\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}$ y $\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(2)}$ se encuentran definidas por las siguientes fórmulas (para $\mu_R = \mu_F = Q$)

$$\begin{aligned} C_{LO} &= \frac{3M_H^2}{Q^2 - M_H^2 + iM_H \Gamma_H} - 1 , \\ \frac{\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(1)}}{\hat{\sigma}_0} &= \frac{1}{|C_{LO}|^2} \left(11 |C_{LO}|^2 + \frac{4}{3} \text{Re}(C_{LO}) \right) , \\ \frac{\hat{\sigma}_{\text{fin}}^{(2)}}{\hat{\sigma}_0} &= \frac{1}{|C_{LO}|^2 (t_+ - t_-)} \int_{t_-}^{t_+} dt \left\{ |C_{LO}|^2 \mathcal{F}^{(2)} + \text{Re}(C_{LO}) \mathcal{R}^{(2)} + \text{Im}(C_{LO}) \mathcal{I}^{(2)} + \mathcal{V}^{(2)} \right\} , \end{aligned} \quad (5.62)$$

con $t_{\pm} = -\frac{1}{2} \left(Q^2 - 2M_H^2 \mp Q\sqrt{Q^2 - 4M_H^2} \right)$ y en donde las expresiones para $\mathcal{F}^{(2)}$, $\mathcal{R}^{(2)}$, $\mathcal{I}^{(2)}$ y $\mathcal{V}^{(2)}$ pueden encontrarse en la Sección 4.2.

Finalmente, con el fin de aprovechar el conocimiento del resultado a orden fijo, realizamos el procedimiento usual: expandimos la sección eficaz resumada hasta $\mathcal{O}(\alpha_s^4)$ ³, sustraemos el resultado expandido al resumado, y sumamos la sección eficaz a NNLO completa, es decir:

$$\sigma^{NNLL}(s_H, Q^2) = \sigma^{res}(s_H, Q^2) - \sigma^{res}(s_H, Q^2)|_{\mathcal{O}(\alpha_s^4)} + \sigma^{NNLO}(s_H, Q^2), \quad (5.63)$$

y en forma similar para el LL y NLL.

Con las definiciones de esta sección, ya estamos en condiciones de realizar la resumación de umbral hasta NNLL. Para más detalles acerca del formalismo, ver por ejemplo la Ref. [39].

5.3. Fenomenología a NNLL

En esta sección presentaremos los resultados fenomenológicos. Para nuestros cálculos utilizamos un valor de la masa del bosón de Higgs $M_H = 125$ GeV. Todos nuestros resultados se encuentran normalizados por el LO que contiene la dependencia exacta con la masa del quark top, con $M_t = 173,21$ GeV. Para las densidades de partones y el acoplamiento fuerte utilizamos los resultados de MSTW2008 [21], en forma consistente a cada orden en teoría de perturbaciones (i.e., PDFs a LO y evolución de α_s a un loop para las secciones eficaces a LO y LL, etc.). La incerteza debida a la dependencia del resultado con las escalas de renormalización y factorización fue evaluada variando estas en forma independiente en el rango $\mu_0/2 \leq \mu_R, \mu_F \leq 2\mu_0$ con la restricción $1/2 \leq \mu_R/\mu_F < 2$, en donde μ_0 es la escala central. Nuestro análisis fue realizado para dos elecciones de esta última escala: $\mu_0 = Q$ y $\mu_0 = Q/2$, siendo Q la masa invariante del sistema formado por el par de bosones de Higgs.

En nuestros resultados numéricos siempre se encuentra incluida la contribución de todos los canales partónicos relevantes. Tal como se indicó en la sección anterior, la resumación de umbral sólo se aplica al canal iniciado por gluones. Sin embargo, con el procedimiento

³La sección eficaz al orden más bajo $\hat{\sigma}_0$ comienza a $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$

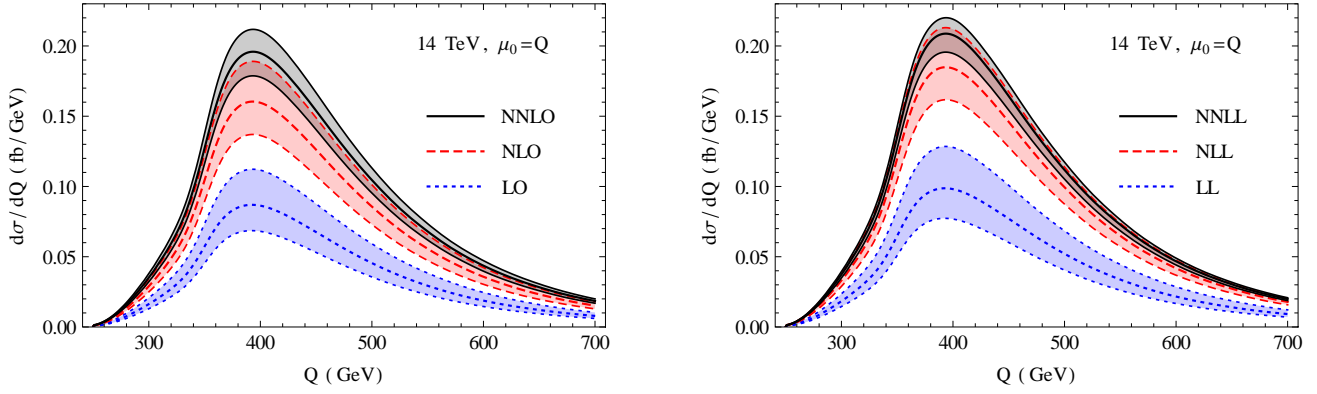


Figura 5.2: La distribución en la masa invariante del par de bosones de Higgs para $E_{cm} = 14$ TeV y para la escala central $\mu_0 = Q$, para los resultados a orden fijo (left) y resumados (right). En el gráfico de la izquierda (derecha) se encuentran las curvas correspondientes al LO (LL), NLO (NLL) y NNLO (NNLL), con líneas azul punteada, roja rayada y negra sólida, respectivamente.

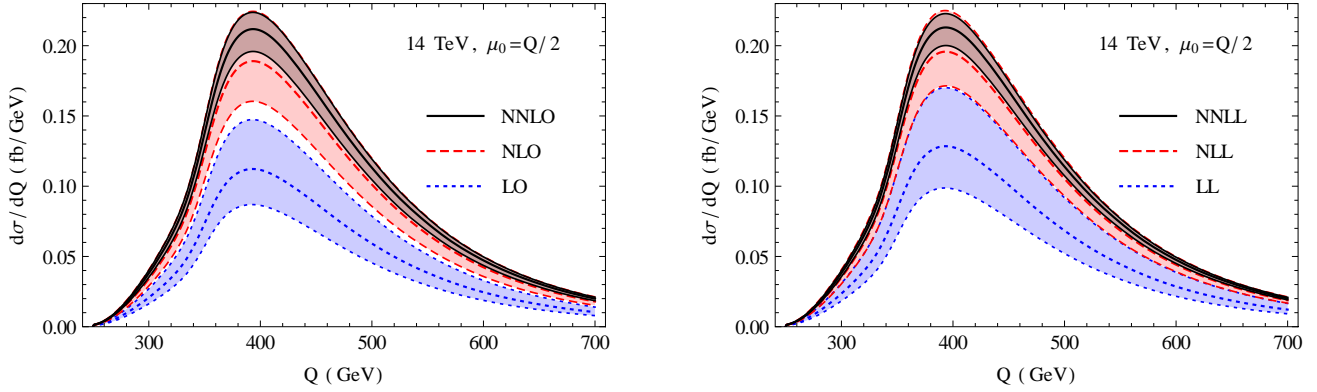


Figura 5.3: La distribución en la masa invariante del par de bosones de Higgs para $E_{cm} = 14$ TeV y para la escala central $\mu_0 = Q/2$, para los resultados a orden fijo (left) y resumados (right). Los colores de las diferentes curvas son los mismos que en la figura 5.2.

indicado en la ecuación (5.63), el resto de los canales partónicos son tenidos en cuenta hasta el orden fijo correspondiente.

Mostramos en primer lugar la distribución en la masa invariante del par de bosones de Higgs para una energía de centro de masa del colisionador de $E_{cm} = 14$ TeV. En la figura 5.2 se encuentran los resultados correspondientes a la escala central $\mu_0 = Q$, mientras que en la figura 5.3 se pueden observar aquellos correspondientes a $\mu_0 = Q/2$. Para ambas figuras, el gráfico de la izquierda presenta los resultados a orden fijo (a LO, NLO y NNLO) mientras que el de la derecha muestra las secciones eficaces resumadas (a LL, NLL y NNLL).

En primer lugar podemos observar que, con la excepción de las distribuciones resumadas para $\mu_0 = Q/2$, no existe un solapamiento entre las bandas correspondientes al LO (LL) y

NLO (NLL), y es únicamente a segundo orden que aparece una superposición notable de las bandas de incerteza. Podemos ver también que, a cada orden, la inclusión de las contribuciones resumadas resulta en un aumento de la sección eficaz. También podemos observar que el tamaño de las bandas de incerteza a NNLL es siempre menor que la correspondiente a NNLO. Este efecto es más notorio para la elección $\mu_0 = Q$, para la cual también se puede observar un mayor solapamiento entre las bandas del NLL y NNLL, con respecto a las del NLO y NNLO. Las distribuciones a orden fijo y resumadas tienen menos diferencias para $\mu_0 = Q/2$; esto había sido observado también para la producción de un único bosón de Higgs, en donde la elección $\mu_0 = M_H/2$ en el orden fijo imita parcialmente los efectos de la resumación de umbral [39]. Con respecto a la forma de las distribuciones, podemos ver que las diferencias luego de realizar la resumación son muy pequeñas. Esto se debe al hecho de que el tamaño relativo de las contribuciones resumadas tiene una dependencia muy débil con la masa invariante del par de bosones de Higgs.

En la figura 5.4 mostramos los factores K , definidos como el cociente entre una dada predicción y el LO. Para el denominador fijamos $\mu_R = \mu_F = \mu_0$. Podemos observar aquí con más detalle las mismas características que fueron descritas anteriormente al nivel de la sección eficaz. En particular, se puede ver que la serie resumada tiene una mejor convergencia que la de orden fijo, mostrando un mayor solapamiento entre las bandas a primer y segundo orden.

En la figura 5.5 mostramos el cociente entre las predicciones a NNLL y NNLO, nuevamente en función de la masa invariante del par de bosones de Higgs, para diferentes energías del colisionador. El cociente muestra una dependencia prácticamente lineal en Q , aumentando su valor a medida que aumenta la masa invariante del sistema. Esta característica es esperable, debido a que las contribuciones resumadas son numéricamente más relevantes a medida que el proceso se encuentra más cerca del umbral de producción partónico. Esto mismo se ve reflejado en el hecho de que el cociente se vuelve más pequeño para energías mayores del colisionador. Podemos observar también que, tal como se observa en las figuras 5.2 y 5.3, el cociente entre el NNLL y el NNLO es significativamente menor para la elección de escalas $\mu_R = \mu_F = \mu = Q/2$. Al nivel de la sección eficaz total, por ejemplo, el aumento

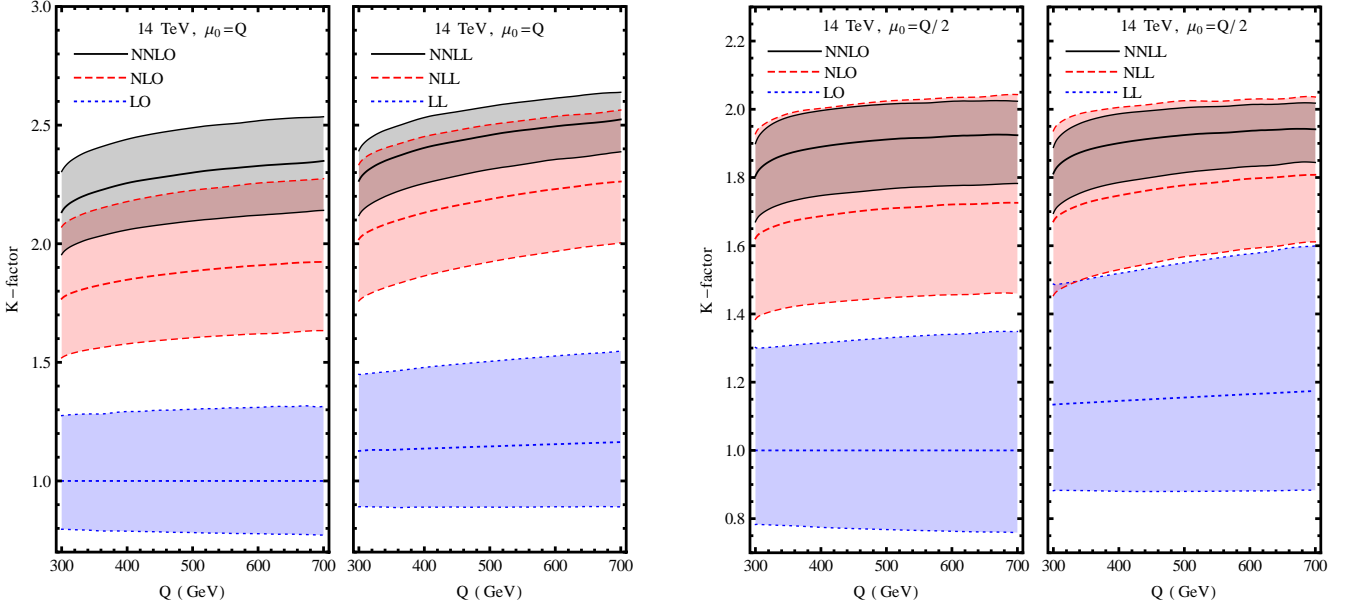


Figura 5.4: Los factores K para las secciones eficaces a orden fijo y resumadas en función de la masa invariante del par de bosones de Higgs, para $E_{cm} = 14$ TeV. Los gráficos de la izquierda (derecha) muestran los resultados para $\mu_0 = Q$ ($\mu_0 = Q/2$). Los colores de las diferentes curvas son los mismos que en la figura 5.2.

en el resultado a NNLL con respecto al NNLO es del 6,8% para $E_{cm} = 14$ TeV y $\mu = Q$, mientras que cae a 0,65% para $\mu = Q/2$.

A continuación nos enfocamos en la incerteza teórica proveniente de las contribuciones a ordenes no calculadas, la cual se estima a través de la variación de las escalas tal como indicamos anteriormente. En la tabla 5.1 se muestran las predicciones a NNLO y NNLL para la sección eficaz total, junto con la incerteza proveniente de las escalas. Podemos observar que en todos los casos la incerteza del resultado resumado es menor que la del cálculo a orden fijo. Por ejemplo, para $E_{cm} = 14$ TeV la incerteza total a NNLO es del 17% para $\mu_0 = Q$, mientras que es del 11% a NNLL. Esta reducción es menos importante pero aún se puede observar para $\mu_0 = Q/2$, en donde el valor de la incerteza disminuye del 13% al 10% para el mismo valor de la energía de centro de masa.

Otro hecho interesante que vale la pena recalcar, es la estabilidad de la sección eficaz resumada a NNLL, que resulta ser prácticamente independiente de la elección de la escala central. Las diferencias entre los resultados correspondientes a $\mu_0 = Q$ y $\mu_0 = Q/2$ son menores al 2%, y presentan bandas de incerteza compatibles.

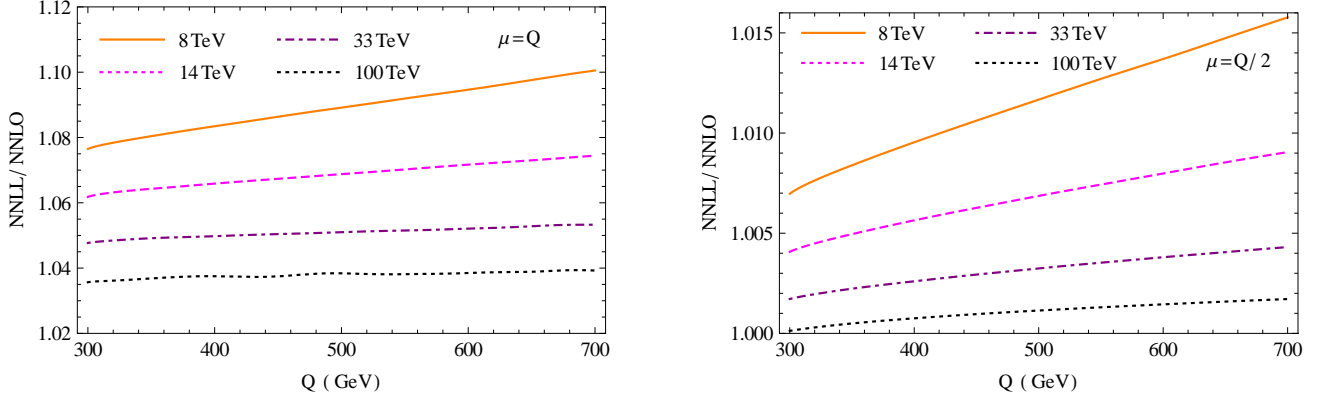


Figura 5.5: El cociente entre las predicciones a NNLL y NNLO en función de la masa invariante del par de bosones de Higgs, para las escalas $\mu = Q$ (izquierda) y $\mu = Q/2$ (derecha). Se muestran los resultados para energías de centro de masa de 8 TeV (curva naranja sólida), 14 TeV (magenta rayada), 33 TeV (violeta rayada-punteada) y 100 TeV (negra punteada).

| $\mu_0 = Q$ | NNLO (fb) | scale unc. (%) | NNLL (fb) | scale unc. (%) |
|---------------|-----------|----------------|-----------|----------------|
| 8 TeV | 9,92 | +9,3 – 10 | 10,8 | +5,4 – 5,9 |
| 13 TeV | 34,3 | +8,3 – 8,9 | 36,8 | +5,1 – 6,0 |
| 14 TeV | 40,9 | +8,2 – 8,8 | 43,7 | +5,1 – 6,0 |
| 33 TeV | 247 | +7,1 – 7,4 | 259 | +5,0 – 6,1 |
| 100 TeV | 1660 | +6,8 – 7,1 | 1723 | +5,2 – 6,1 |
| $\mu_0 = Q/2$ | NNLO (fb) | scale unc. (%) | NNLL (fb) | scale unc. (%) |
| 8 TeV | 10,8 | +5,7 – 8,5 | 11,0 | +4,0 – 5,6 |
| 13 TeV | 37,2 | +5,5 – 7,6 | 37,4 | +4,2 – 5,8 |
| 14 TeV | 44,2 | +5,5 – 7,6 | 44,5 | +4,2 – 5,9 |
| 33 TeV | 264 | +5,3 – 6,6 | 265 | +4,6 – 6,1 |
| 100 TeV | 1760 | +5,3 – 6,7 | 1762 | +4,9 – 6,4 |

Tabla 5.1: Sección eficaz total junto con la incerteza proveniente de la variación de las escalas de factorización y renormalización, para distintas energías de colisión, a NNLO y NNLL, y para $\mu_0 = Q$ y $\mu_0 = Q/2$.

Con el objetivo de ilustrar con más detalle la reducción de la incerteza, presentamos en la figura 5.6 la dependencia de la sección eficaz total con las escalas, tanto para el cálculo a orden fijo como para el resumado, a los distintos niveles de precisión calculados. Los gráficos de la izquierda corresponden a la variación simultánea de las escalas de renormalización y factorización con $\mu_R = \mu_F = \mu$, los del centro corresponden a la dependencia con la escala de renormalización para $\mu_F = Q$, mientras que en los de la derecha se encuentra la dependencia con la escala de factorización, para $\mu_R = Q$.

En todos los gráficos correspondientes al cálculo a orden fijo podemos observar que la inclusión de las correcciones de órdenes superiores reduce la dependencia con las escalas. La inclusión de las contribuciones provenientes de la resumación de umbral reduce aún más esta fuente de incerteza teórica a NNLL, excepto solamente por las curvas correspondientes a la variación de μ_F para $\mu_R = Q$ fijo. Esta última característica ha sido observada también para el caso de producción de un único bosón de Higgs [39], lo cual sugiere que la dependencia prácticamente plana con μ_F a NNLO puede ser un efecto accidental.

Resumimos nuestros resultados para la sección eficaz total en la figura 5.7, para $E_{cm} = 8$ TeV y 14 TeV. En esta figura mostramos el valor de la sección eficaz a LO, NLO y NNLO, junto con las predicciones a LL, NLL y NNLL. El panel izquierdo de cada gráfico contiene los resultados correspondientes a la escala central $\mu_0 = Q$, mientras que el de la derecha muestra los asociados a $\mu_0 = Q/2$. Las líneas verticales indican la incerteza proveniente de las escalas de cada resultado.

Los gráficos correspondientes a ambas energías de centro de masa tienen características similares. Tal como se indicó anteriormente, para $\mu_0 = Q$ las correcciones previnientes de la resumación de umbral son importantes a todo orden, y la reducción de la incerteza total a NNLL es notoria. Para $\mu_0 = Q/2$ el aumento en la sección eficaz es mucho menor, aunque de todas formas se puede observar una reducción de la incerteza. Podemos observar nuevamente la estabilidad de la predicción resumada respecto de la elección de la escala central. Esto se encuentra ilustrado en la figura 5.7 por las líneas punteadas horizontales, que indican el resultado a NNLL para cada valor de μ_0 . Podemos ver que la superposición entre ambos resultados es prácticamente perfecta, mientras que en el caso de las predicciones

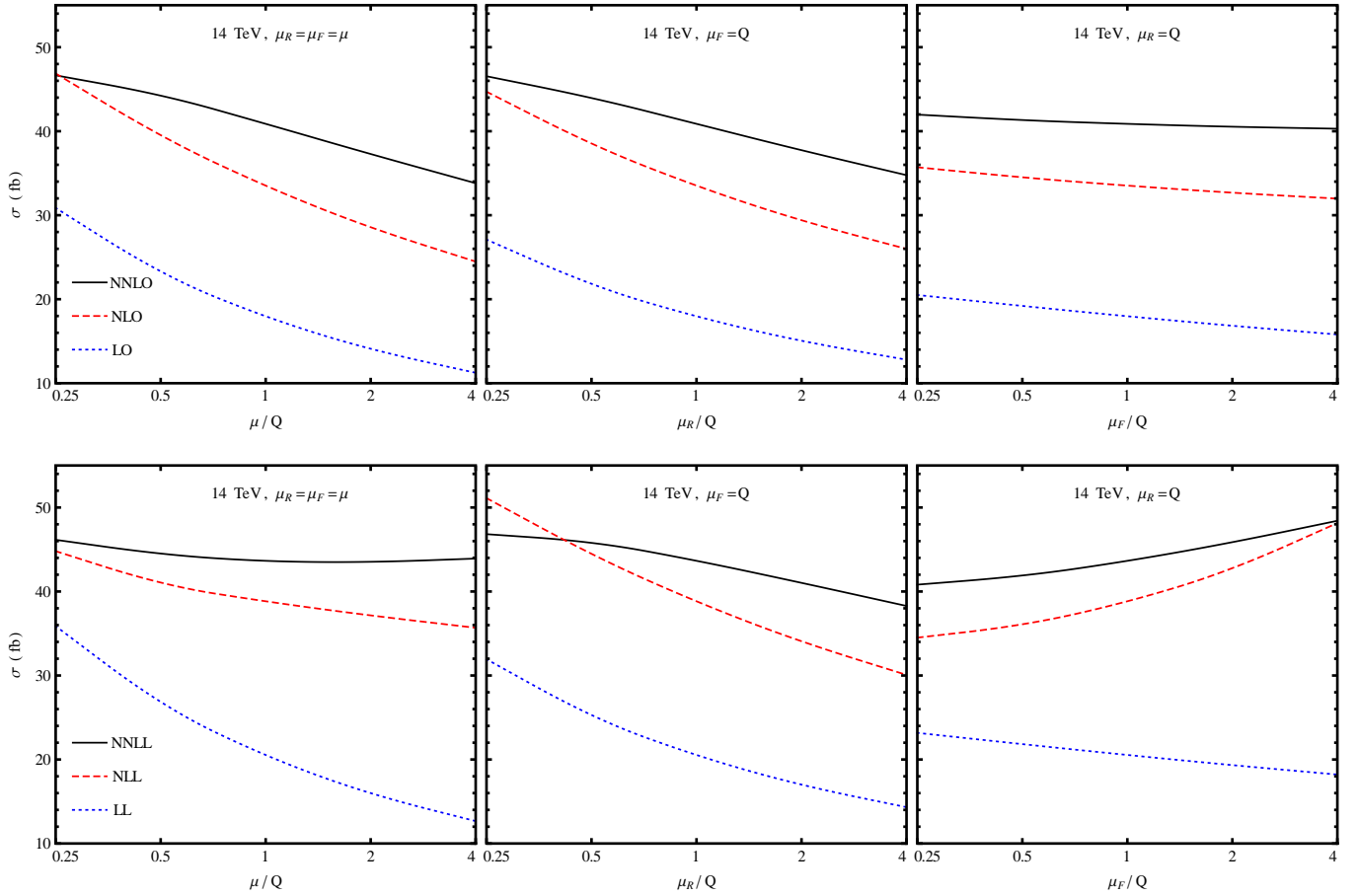


Figura 5.6: Dependencia de la sección eficaz total con las escalas para $E_{cm} = 14$ TeV, para las predicciones a orden fijo (arriba) y resumadas (abajo). Los colores de las diferentes curvas son los mismos que en la figura 5.2.

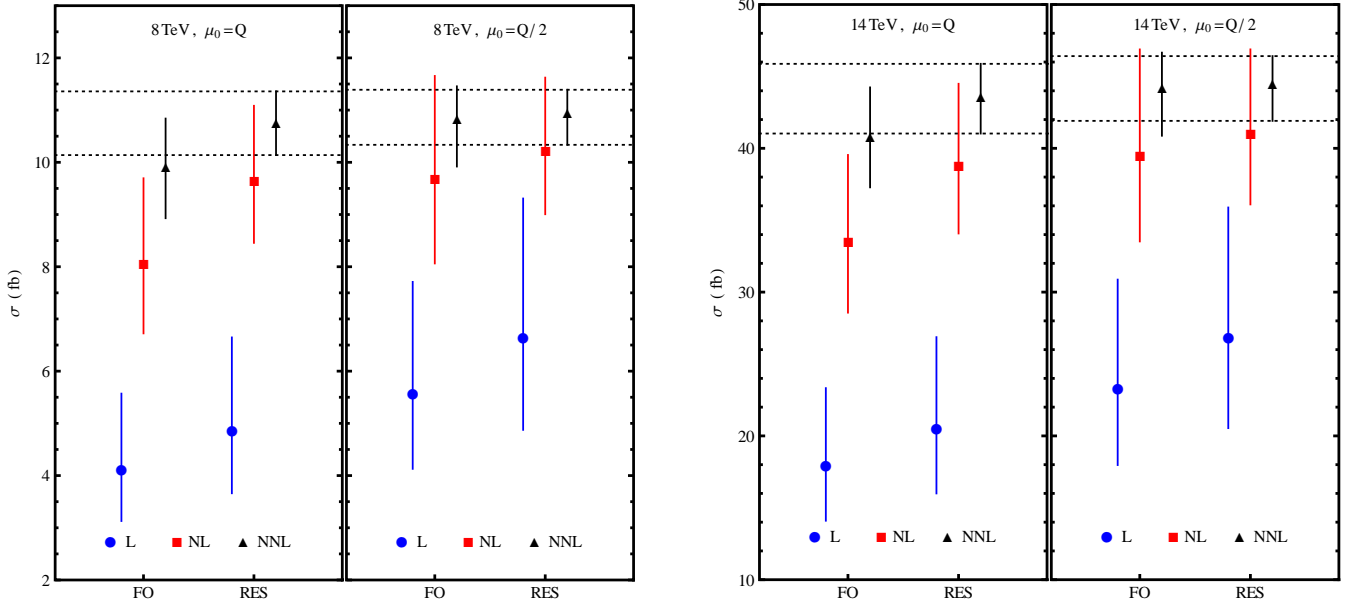


Figura 5.7: La sección eficaz total a orden fijo (FO, por sus siglas en inglés) y resumada (RES) a orden cero (círculo azul), uno (cuadrado rojo) y dos (triángulo negro), para $E_{cm} = 8$ TeV (izquierda) y 14 TeV (derecha), y para ambos valores centrales de las escalas $\mu_0 = Q$ y $\mu_0 = Q/2$. Las líneas sólidas verticales indican la incerteza. Las líneas punteadas horizontales muestran, en cada caso, la mejor predicción (NNLL).

a orden fijo existen diferencias mucho más grandes entre ellas.

Finalmente, comentamos acerca de los resultados obtenidos en la Ref. [80]. En ese trabajo, se obtuvo una predicción a NLO+NNLL para la producción de pares de bosones de Higgs, basado en la teoría efectiva soft-colineal (SCET, por sus siglas en inglés). Dicho cálculo, además de haberse realizado utilizando un formalismo distinto, no incluye en forma consistente el resultado hasta NNLO (dado en nuestro caso por la ecuación (5.63)), puesto que el cálculo completo a segundo orden no se encontraba disponible para el momento de su publicación. Los autores de la Ref. [80] encuentran una incerteza total menor al 8%, lo cual se encuentra ligeramente por debajo de nuestras estimaciones. Además, su valor central para la sección eficaz total difiere del nuestro en un 2 – 3%.

5.4. Conclusiones

En este capítulo hemos realizado la resumación de gluones soft, o resumación de umbral, hasta *next-to-next-to-leading logarithmic accuracy* (NNLL). De esta manera, hemos sumado

a todo orden en teoría de perturbaciones las contribuciones dominantes de los infinitos términos de la expansión perturbativa en potencias de la constante de acoplamiento fuerte. Nuestros resultados incluyen en forma consistente las predicciones a orden fijo a NNLO. Hemos trabajado en la aproximación de masa del top quark grande para el cálculo de dichas correcciones, normalizando por el resultado exacto a LO.

Los términos resumados aumentan la sección eficaz total en un 6,8% para $E_{cm} = 14$ TeV y $\mu_0 = Q$. Este efecto aumenta para energías de centro de masa menores, y disminuye para energías más grandes, tal como se espera para contribuciones de umbral. El aumento en la sección eficaz total, para el mismo valor de energía de centro de masa, disminuye a 0,65% para $\mu_0 = Q/2$.

La incerteza teórica obtenida a partir de la variación de las escalas de renormalización y factorización también se reduce con respecto al cálculo a orden fijo, yendo de $\pm 8,5\%$ a $\pm 5,5\%$. La predicción resumada, incluyendo su correspondiente banda de incerteza, resulta ser prácticamente independiente del valor elegido para la escala central, $\mu_0 = Q$ o $\mu_0 = Q/2$. Dada la similitud entre ambos resultados, podemos elegir en principio cualquiera de ellos como nuestra recomendación final. Por otro lado, para la predicción de observables utilizando cálculos a orden fijo recomendamos la escala central $\mu_0 = Q/2$ dado que, como se mencionó anteriormente, esta elección reproduce con mayor precisión los resultados resumados.

Teniendo en cuenta estos resultados, la incerteza proveniente de los términos faltantes en la expansión perturbativa de QCD se encuentra definitivamente por debajo de aquella relacionada con los efectos de considerar en las correcciones la dependencia exacta con la masa del quark top [98–100], la cual se estima del orden de $\sim \pm 10\%$. También se encuentra por debajo de las incertezas relacionadas con la determinación del flujo incidente de partones y el acoplamiento fuerte, que es aproximadamente $\sim \pm 7\%$ para 14 TeV.⁴ Estos dos últimos son por lo tanto los aspectos que, desde el punto de vista fenomenológico, deberían ser estudiados en el futuro si es que se pretende mejorar la precisión de las predicciones actuales

⁴Cabe mencionar que esta incerteza se reduce notablemente al utilizar la nueva prescripción del grupo PDF4LHC para las PDFs y α_S [127], ver los resultados del Apéndice D.

para el LHC.

Los resultados presentados en este capítulo representan la predicción más precisa disponible para la producción de dos bosones de Higgs a través de fusión de gluones, y han sido incluidos en el informe anual del *Higgs Cross Section Working Group* del LHC, el cual compila los resultados teóricos a ser utilizados por las colaboraciones experimentales y otros estudios fenomenológicos. Las predicciones numéricas brindadas para dicho informe se encuentran en el Apéndice D.

Conclusiones

En la presente tesis hemos llevado a cabo diversos cálculos para alcanzar las predicciones más precisas de secciones eficaces que son necesarias para el estudio de las propiedades de la nueva partícula, presuntamente el bosón de Higgs, descubierta recientemente en el LHC. Para ello, hemos calculado en cada caso las correspondientes correcciones determinadas por la expansión perturbativa de la cromodinámica cuántica.

En primer lugar, a lo largo del Capítulo 3 hemos obtenido parte de las correcciones a tercer y cuarto orden correspondientes a la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs a través del mecanismo dominante de fusión de gluones, utilizando el Lagrangiano efectivo de interacción entre gluones y el bosón de Higgs válido en el límite de la masa del quark top grande. Este es obviamente uno de los procesos más relevantes en el LHC, y por lo tanto su conocimiento teórico preciso es de vital importancia. Con nuestros cálculos, hemos obtenido expresiones aproximadas de la sección eficaz a N^3LO , mejorando las predicciones disponibles anteriormente. Nuestro cálculo se basó en el conocimiento de los términos dominantes cerca del umbral de producción. Pudimos observar un aumento de entre 3 y 10% respecto del orden anterior a 14 TeV, según qué valor de la escala de renormalización se elija. También pudimos comprobar que la incerteza proveniente de los órdenes superiores, estimada a través de la variación de las escalas, se ve considerablemente reducida. Además, evaluamos también en forma aproximada las correcciones a N^4LO , para concluir que la incerteza perturbativa restante en nuestra predicción no es mayor a $\pm 5\%$. A este punto, la incerteza dominante en la predicción de esta sección eficaz proviene de la determinación de la constante de acoplamiento fuerte y las distribuciones de partones.

Luego, en los Capítulos 4 y 5 nos hemos centrado en la producción de pares de bosones de

Higgs. Este proceso será importante en las próximas etapas del LHC, dado que representa la única forma de comenzar a medir el potencial escalar de este bosón, el cual es responsable de la ruptura espontánea de simetría. Actualmente, una medición de este proceso se encuentra limitada por la baja cantidad de eventos acumulada, debido a que la sección eficaz correspondiente es muy pequeña y los backgrounds son importantes. Esta situación se revertirá a medida que el LHC colecte una cantidad importante de luminosidad integrada. En forma similar a lo que sucede para el caso de un único bosón de Higgs, el mecanismo de fusión de gluones es el principal canal de producción de pares. Por lo tanto, hemos calculado las correcciones correspondientes a dicho canal de producción, y nuevamente hemos realizado nuestros cálculos utilizando el Lagrangiano efectivo de interacción entre el bosón de Higgs y gluones.

En el Capítulo 4 hemos obtenido las correcciones a NNLO para la sección eficaz total y distribución en masa invariante, mejorando las predicciones a NLO disponibles anteriormente. Las mismas resultan ser muy importantes, en forma similar a lo que ocurre para la producción de un único bosón de Higgs. El aumento respecto del orden anterior es del alrededor del 20%. Nuevamente, podemos observar una reducción sustancial en la incerteza proveniente de la variación de las escalas de factorización y renormalización, pasando de valores de $\mathcal{O}(\pm 20\%)$ para el NLO, a $\mathcal{O}(\pm 10\%)$ para el NNLO.

Finalmente, en el Capítulo 5 hemos incluido la contribución dominante de los ordenes superiores, a través de la denominada resumación de umbral, que permite incluir las contribuciones correspondientes a la emisión de gluones soft a todo orden en la expansión perturbativa. La inclusión de estos términos genera un aumento en la sección eficaz, y además reduce aún más la incerteza relacionada con la variación de las escalas, que pasa a ser aproximadamente $\pm 5,5\%$. Este valor, de un orden similar a aquel relacionado con el flujo de partones y la determinación de α_S , se encuentra claramente por debajo de las incertezas relacionadas con los efectos de masa del top finita, que se estiman del orden de $\pm 10\%$. La expansión perturbativa se encuentra por lo tanto suficientemente bajo control, y los futuros esfuerzos desde el punto de vista fenomenológico se encontrarán probablemente dirigidos al cálculo de correcciones más allá del límite de masa del quark top infinita. Nues-

tros resultados representan la predicción más precisa para la sección eficaz total de este proceso a través de fusión de gluones, y son utilizados por las colaboraciones experimentales ATLAS y CMS del LHC [84, 86–88].

Apéndice A

Polilogaritmos y sumas armónicas

Comenzamos por definir los polilogaritmos armónicos [51], una generalización de los polilogaritmos de Nielsen. Recordemos que estos últimos se definen como

$$S_{np}(x) = \frac{(-1)^{n+p-1}}{(n-1)!p!} \int_0^1 dy \frac{\ln^{n-1}(y) \ln^p(1-xy)}{y}, \quad (\text{A.1})$$

lo cual se reduce a un polilogaritmo usual para $p = 1$:

$$S_{n-1,1}(x) = \text{Li}_n(x). \quad (\text{A.2})$$

Los polilogaritmos armónicos (HPL's, por sus siglas en inglés) de peso w y argumento x se identifican por un conjunto de w índices, agrupados en un vector \vec{m}_w , y se indican como $H(\vec{m}_w; x)$ (ocasionalmente omitiremos la dependencia en x y usaremos la notación $H_{\vec{m}_w}$). Para $w = 1$ se define

$$\begin{aligned} H(0; x) &= \ln x, \\ H(1; x) &= \int_0^x \frac{dx'}{1-x'} = -\ln(1-x), \\ H(-1; x) &= \int_0^x \frac{dx'}{1+x'} = \ln(1+x). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Para las derivadas, tenemos que

$$\frac{d}{dx} H(a; x) = f(a; x), \quad (\text{A.4})$$

en donde el índice a puede tomar los tres valores $0, +1, -1$ y las 3 funciones racionales

$f(a; x)$ están dadas por

$$\begin{aligned} f(0; x) &= \frac{1}{x}, \\ f(1; x) &= \frac{1}{1-x}, \\ f(-1; x) &= \frac{1}{1+x}. \end{aligned} \tag{A.5}$$

Para $w > 1$, podemos extender la notación para los vectores \vec{m}_w de la siguiente manera

$$\vec{m}_w = (a, \vec{m}_{w-1}), \tag{A.6}$$

en donde $a = m_w$ es el primer índice (tomando por supuesto alguno de los tres valores $0, 1, -1$), y \vec{m}_{w-1} representa el vector de las $(w-1)$ componentes remanentes. Además, $\vec{0}_w$ representará el vector cuyas w componentes son todas iguales al índice 0. Los polilogaritmos armónicos de peso w se definen entonces de la siguiente manera:

$$\text{H}(\vec{0}_w; x) = \frac{1}{w!} \ln^w x, \tag{A.7}$$

mientras que, si $\vec{m}_w \neq \vec{0}_w$

$$\text{H}(\vec{m}_w; x) = \int_0^x dx' f(a; x') \text{H}(\vec{m}_{w-1}; x'). \tag{A.8}$$

Las derivadas pueden escribirse en forma general de la siguiente forma

$$\frac{d}{dx} \text{H}(\vec{m}_w; x) = f(a; x) \text{H}(\vec{m}_{w-1}; x), \tag{A.9}$$

donde, nuevamente, $a = m_w$ es la primer componente de \vec{m}_w .

En analogía con la ecuación (A.7), si $\vec{1}_w, (\vec{-1})_w$ son los vectores cuyas componentes son todas iguales a 1 o -1 , aplicando las definiciones en forma recursiva se tiene que

$$\begin{aligned} \text{H}(\vec{1}_w; x) &= \frac{1}{w!} (-\ln(1-x))^w, \\ \text{H}((\vec{-1})_w; x) &= \frac{1}{w!} \ln^w(1+x). \end{aligned} \tag{A.10}$$

Además, la relación entre los HPL's y los polilogaritmos de Nielsen se escribe de la siguiente manera,

$$\text{S}_{np}(x) = \text{H}(\vec{0}_n, \vec{1}_p; x). \tag{A.11}$$

Miramos ahora algunos ejemplos. Para $w = 2$ existen 9 funciones. Estas 9 funciones pueden ser expresadas en términos de logaritmos y dilogaritmos. Dado el dilogaritmo de Euler usual,

$$\text{Li}_2(x) = - \int_0^x \frac{dx'}{x'} \ln(1-x') \quad (\text{A.12})$$

se puede ver que

$$\begin{aligned} \text{H}(0, 1; x) &= \text{Li}_2(x) , \\ \text{H}(0, -1; x) &= -\text{Li}_2(-x) , \\ \text{H}(1, 0; x) &= -\ln x \ln(1-x) + \text{Li}_2(x) , \\ \text{H}(1, 1; x) &= \frac{1}{2!} \ln^2(1-x) , \\ \text{H}(1, -1; x) &= \text{Li}_2\left(\frac{1-x}{2}\right) - \ln 2 \ln(1-x) - \text{Li}_2\left(\frac{1}{2}\right) , \\ \text{H}(-1, 0; x) &= \ln x \ln(1+x) + \text{Li}_2(-x) , \\ \text{H}(-1, 1; x) &= \text{Li}_2\left(\frac{1+x}{2}\right) - \ln 2 \ln(1+x) - \text{Li}_2\left(\frac{1}{2}\right) , \\ \text{H}(-1, -1; x) &= \frac{1}{2!} \ln^2(1+x) . \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Algo similar ocurre para los HPL's de peso 3; sin embargo, esto ya no es cierto a partir de HPL's de peso 4 en adelante.

En particular, con el fin de escribir la sección eficaz de producción de un boson de Higgs a NNLO en términos de estas funciones, tal como fue necesario para obtener los resultados descritos en el capítulo 3, las siguientes identidades, junto con las definidas anteriormente, son de utilidad

$$\text{Li}_2(1-x) = \text{H}_{1,0} + \zeta_2,$$

$$\text{Li}_3(-x) = -\text{H}_{0,0,-1},$$

$$\text{Li}_3(1-x) = -\text{H}_{1,1,0} - \zeta_2 \text{H}_1 + \zeta_3,$$

$$\text{Li}_3((1-x)/(1+x)) = -\text{H}_{1,1,0} - \text{H}_{1,-1,0} - \text{H}_{-1,1,0} - \text{H}_{-1,-1,0} + \text{H}_{1,1,-1} + \text{H}_{1,-1,-1}$$

$$+\text{H}_{-1,1,-1} + \text{H}_{-1,-1,-1} - \ln 2 (\text{H}_{-1,-1} + \text{H}_{1,-1} + \text{H}_{-1,1} + \text{H}_{1,1}) - \zeta_2(\text{H}_1 + \text{H}_{-1}) + \zeta_3,$$

$$\begin{aligned}
\text{Li}_3(-(1-x)/(1+x)) &= -\ln 2 (\text{H}_{1,1} + \text{H}_{1,-1} + \text{H}_{-1,1} + \text{H}_{-1,-1}) + \text{H}_{1,1,-1} + \text{H}_{-1,1,-1} \\
&\quad + \text{H}_{1,-1,-1} + \text{H}_{-1,-1,-1} + \zeta_2(\text{H}_1 + \text{H}_{-1})/2 - 3\zeta_3/4, \\
\text{S}_{12}(1-x) &= -\text{H}_{1,0,0} + \zeta_3, \\
\text{S}_{12}(-x) &= -\text{H}_{0,-1,-1},
\end{aligned} \tag{A.14}$$

en donde todos los HPL's se encuentran evaluados en x .

Estas funciones tienen muchas propiedades interesantes, para una descripción detallada ver la Ref. [51], en la cual las mismas fueron introducidas por primera vez. En particular, para nuestros propósitos son de utilidad las propiedades del producto de dos HPL's, como así también la transformada de Mellin de un HPL.

El producto de dos HPL's cualquiera de pesos w_1 y w_2 puede expresarse como una combinación lineal de HPL's de peso $w = w_1 + w_2$. Empezando por el caso $w_1 = 1$, se puede llegar a la siguiente identidad

$$\begin{aligned}
\text{H}(a; x)\text{H}(m_p, \dots, m_1; x) &= \text{H}(a, m_p \dots, m_1; x) \\
&\quad + \text{H}(m_p, a, m_{p-1} \dots, m_1; x) \\
&\quad + \text{H}(m_p, m_{p-1}, a, m_{p-2} \dots, m_1; x) \\
&\quad + \dots \\
&\quad + \text{H}(m_p, \dots, m_1, a; x),
\end{aligned} \tag{A.15}$$

la cual puede ser obtenida por inducción en p , siendo el caso $p = 1$ relativamente sencillo. Suponiendo entonces que la identidad vale para $p - 1$, se debe multiplicar por $f(m_p; x)$ e integrar en x . En el lado derecho de la ecuación podemos llevar a cabo la integral y obtener todos los términos necesarios, excepto el que comienza con a . El lado izquierdo puede ser integrado por partes, obteniendo el resultado del lado izquierdo de la ecuación (A.15), mas otro término que puede ser integrado y da como resultado el término faltante del lado derecho.

La ecuación (A.15) para el producto de dos HPL's $\text{H}(\vec{p}; x)\text{H}(\vec{q}; x)$; si p, q son las dimensiones de \vec{p}, \vec{q} (or, equivalentemente, el peso de las dos HPL's), el producto es igual a la suma de $(p+q)!/p!q!$ términos, cada uno de ellos siendo una HPL de peso $(p+q)$ con

coeficiente $+1$, obtenida eligiendo p índices en todas las formas posibles y completándolos de izquierda a derecha con los componentes de \vec{p} sin cambiar su orden, mientras que los restantes q lugares contienen las componentes de \vec{q} , nuevamente sin alterar su orden. Esto puede expresarse con la fórmula

$$H(\vec{p}; x)H(\vec{q}; x) = \sum_{\vec{r}=\vec{p}\uplus\vec{q}} H(\vec{r}; x) \quad (\text{A.16})$$

en donde $\vec{p}\uplus\vec{q}$ representa todas las combinaciones de \vec{p} y \vec{q} en las cuales el orden relativo de los elementos de \vec{p} y \vec{q} es preservado.

Veamos por último cómo expresar la transformada de Mellin de un HPL. Para ello debemos definir las sumas armónicas, de la siguiente forma recursiva

$$\begin{aligned} S_a(n) &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^a}, \\ S_{-a}(n) &= \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^i}{i^a}, \\ S_{a,\vec{m}}(n) &= \sum_{i=1}^n \frac{S_{\vec{m}}(i)}{i^a}, \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

en donde $a > 0$. Estas sumas aparecen en el desarrollo en potencias del argumento de las funciones H , y resultan por lo tanto útiles a la hora de expresar la transformada de Mellin de estas funciones, definida como

$$M(H_{\vec{m}}, N) = \int_0^1 dx x^N H_{\vec{m}}(x), \quad (\text{A.18})$$

como así también el producto de estas con las denominadas distribuciones plus. El método de obtención de esta transformada para pesos menores a 9 (suficiente para nuestros propósitos) es un tanto técnico, para más detalles ver Refs. [50, 51].

Las expresiones que se obtienen para las transformadas de HPL's en términos de sumas armónicas permiten a su vez realizar la transformada inversa de estas últimas, a través de una reducción algebraica [51]. Además, el producto de dos sumas armónicas también puede expresarse como una combinación lineal de sumas armónicas, por lo que es posible utilizar el siguiente algoritmo para el cálculo de convoluciones:

1. Escribir las expresiones relevantes en términos de HPL's o productos de ellos (a menos de factores racionales).

2. Reducir la expresión a una suma de HPL's.
3. Calcular las transformadas de Mellin, las cuales quedan escritas en términos de sumas armónicas.
4. Obtener las convoluciones de interés en el espacio de Mellin, que consiste simplemente en multiplicar las transformadas.
5. Reducir las expresiones resultantes a combinaciones lineales de sumas armónicas.
6. Calcular las transformadas inversas de las sumas armónicas resultantes.

Todas las rutinas necesarias para realizar estos pasos se encuentran ya implementadas en los paquetes HARMPOL y SUMMER del código de manipulación simbólica FORM [52–54].

Cabe mencionar que, en caso de estar interesados sólomente en los primeros términos del desarrollo alrededor de $x = 1$, es posible expandir las expresiones relevantes en primer lugar y luego utilizar directamente las ecuaciones (3.16) para obtener las transformadas de Mellin válidas para N grande. Sin embargo, para obtener resultados más generales, como los que se muestran más adelante en este Apéndice, es necesario el procedimiento detallado anteriormente.

Expansiones para N grande a N³LO y N⁴LO

A continuación mostramos las expresiones generales correspondientes a las ecuaciones (3.22) y (3.23). Para lograr resultados más compactos, estos se encuentran escritos en términos de $\ln \tilde{N} = \ln N + \gamma_E$. Los coeficientes de orden N^0 a N³LO son

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(3)} \Big|_{\ln^6 \tilde{N}} &= \frac{256}{3} C_A^3 , \\
c_{gg}^{(3)} \Big|_{\ln^5 \tilde{N}} &= \frac{1408}{9} C_A^3 - \frac{256}{9} C_A^2 N_f , \\
c_{gg}^{(3)} \Big|_{\ln^4 \tilde{N}} &= C_A^3 \left[\frac{14800}{27} + 384 \zeta_2 \right] - \frac{2624}{27} C_A^2 N_f + \frac{64}{27} C_A N_f^2 , \\
c_{gg}^{(3)} \Big|_{\ln^3 \tilde{N}} &= C_A^3 \left[\frac{67264}{81} - 448 \zeta_3 + \frac{704}{3} \zeta_2 \right] - C_A^2 N_f \left[\frac{14624}{81} + \frac{128}{3} \zeta_2 \right] - \frac{32}{3} C_A C_F N_f + \frac{640}{81} C_A N_f^2 ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(3)} \Big|_{\ln^2 \tilde{N}} &= C_A^3 \left[\frac{122276}{81} + \frac{15008}{9} \zeta_2 - \frac{5632}{9} \zeta_3 + \frac{2752}{5} \zeta_2^2 \right] - C_A^2 N_f \left[\frac{33688}{81} + \frac{2240}{9} \zeta_2 + \frac{704}{9} \zeta_3 \right] \\
&\quad - C_A C_F N_f \left[252 - 192 \zeta_3 \right] + \frac{800}{81} C_A N_f^2 , \\
c_{gg}^{(3)} \Big|_{\ln^1 \tilde{N}} &= C_A^3 \left[\frac{594058}{729} + \frac{64784}{81} \zeta_2 - \frac{24656}{27} \zeta_3 - \frac{176}{5} \zeta_2^2 - \frac{2336}{3} \zeta_2 \zeta_3 + 384 \zeta_5 \right] \\
&\quad + C_A^2 N_f \left[-\frac{125252}{729} - \frac{9104}{81} \zeta_2 + \frac{1808}{27} \zeta_3 - \frac{32}{5} \zeta_2^2 \right] - C_A C_F N_f \left[\frac{3422}{27} - \frac{608}{9} \zeta_3 - \frac{64}{5} \zeta_2^2 \right] \\
&\quad + C_A N_f^2 \left[\frac{3712}{729} + \frac{64}{9} \zeta_3 \right] , \\
c_{gg}^{(3)} \Big|_{\ln^0 \tilde{N}} &= C_A^3 \left[\frac{215131}{81} + \frac{186880}{81} \zeta_2 - \frac{130828}{81} \zeta_3 + \frac{119692}{135} \zeta_2^2 - \frac{2024}{3} \zeta_2 \zeta_3 + \frac{3476}{9} \zeta_5 \right. \\
&\quad \left. + \frac{3872}{15} \zeta_2^3 + 96 \zeta_3^2 \right] + C_A N_f^2 \left[\frac{2515}{27} - \frac{1328}{81} \zeta_2 + \frac{3344}{81} \zeta_3 - \frac{224}{15} \zeta_2^2 \right] \\
&\quad + C_A^2 N_f \left[-\frac{98059}{81} - \frac{38168}{81} \zeta_2 + \frac{296}{81} \zeta_3 - \frac{4696}{135} \zeta_2^2 - \frac{784}{3} \zeta_2 \zeta_3 + \frac{808}{9} \zeta_5 \right] \\
&\quad + C_A C_F N_f \left[-\frac{63991}{81} - \frac{3404}{9} \zeta_2 + \frac{1184}{3} \zeta_3 + \frac{176}{45} \zeta_2^2 + 384 \zeta_2 \zeta_3 + 160 \zeta_5 \right] \\
&\quad + C_F^2 N_f \left[\frac{608}{9} + \frac{592}{3} \zeta_3 - 320 \zeta_5 \right] + C_F N_f^2 \left[\frac{8962}{81} - \frac{184}{9} \zeta_2 - \frac{224}{3} \zeta_3 - \frac{32}{45} \zeta_2^2 \right] . \quad (\text{A.19})
\end{aligned}$$

Excepto por los términos correspondientes a $\ln^0 \tilde{N}$, estos resultados ya se encontraban disponibles anteriormente, por ejemplo en el apéndice E de la Ref. [39]. Nuestros nuevos coeficientes de orden N^{-1} , con el coeficiente desconocido $\xi_H^{(3)}$ de la ecuación (3.17), son los siguientes

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(3)} \Big|_{N^{-1} \ln^5 \tilde{N}} &= 256 C_A^3 , \\
c_{gg}^{(3)} \Big|_{N^{-1} \ln^4 \tilde{N}} &= \frac{7552}{9} C_A^3 - \frac{640}{9} C_A^2 N_f , \\
c_{gg}^{(3)} \Big|_{N^{-1} \ln^3 \tilde{N}} &= C_A^3 \left[\frac{29312}{27} + \frac{11}{9} \xi_H^{(3)} + 768 \zeta_2 \right] + C_A^2 N_f \left[-\frac{4960}{27} - \frac{2}{9} \xi_H^{(3)} \right] + \frac{128}{27} C_A N_f^2 .
\end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Los resultados correspondientes a N⁴LO son

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^8 \tilde{N}} &= \frac{512}{3} C_A^4 , \\
c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^7 \tilde{N}} &= \frac{5632}{9} C_A^4 - \frac{1024}{9} C_A^3 N_f , \\
c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^6 \tilde{N}} &= C_A^4 \left[\frac{216320}{81} + \frac{2560}{3} \zeta_2 \right] - \frac{45568}{81} C_A^3 N_f + \frac{2048}{81} C_A^2 N_f^2 ,
\end{aligned}$$

$$c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^5 \tilde{N}} = C_A^4 \left[\frac{838112}{135} + \frac{14080}{9} \zeta_2 - 1792 \zeta_3 \right] - C_A^3 N_f \left[\frac{26048}{15} + \frac{2560}{9} \zeta_2 \right] - \frac{256}{3} C_A^2 C_F N_f$$

$$+ \frac{17024}{135} C_A^2 N_f^2 - \frac{256}{135} C_A N_f^3 ,$$

$$c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^4 \tilde{N}} = C_A^4 \left[\frac{3450592}{243} - \frac{45056}{9} \zeta_3 + \frac{250912}{27} \zeta_2 + \frac{7936}{5} \zeta_2^2 \right]$$

$$+ C_A^3 N_f \left[-\frac{1084592}{243} - \frac{1024}{9} \zeta_3 - \frac{41600}{27} \zeta_2 \right] + C_A^2 C_F N_f \left[-\frac{12592}{9} + 1024 \zeta_3 \right]$$

$$+ C_A^2 N_f^2 \left[\frac{77152}{243} + \frac{640}{27} \zeta_2 \right] + \frac{160}{9} C_A C_F N_f^2 - \frac{640}{81} C_A N_f^3 ,$$

$$c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^3 \tilde{N}} = C_A^4 \left[\frac{13631360}{729} + \frac{923968}{81} \zeta_2 - \frac{1125184}{81} \zeta_3 + \frac{7040}{9} \zeta_2^2 - \frac{16000}{3} \zeta_2 \zeta_3 + 3072 \zeta_5 \right]$$

$$+ C_A^3 N_f \left[-\frac{4591096}{729} - \frac{219904}{81} \zeta_2 + \frac{116096}{81} \zeta_3 - \frac{11008}{45} \zeta_2^2 \right] + \frac{16}{3} C_A C_F^2 N_f$$

$$+ C_A^2 C_F N_f \left[-2208 - 128 \zeta_2 + \frac{3968}{3} \zeta_3 + \frac{512}{5} \zeta_2^2 \right] + C_A C_F N_f^2 \left[\frac{5600}{27} - \frac{1280}{9} \zeta_3 \right]$$

$$+ C_A^2 N_f^2 \left[\frac{436760}{729} + \frac{1280}{9} \zeta_2 + \frac{7424}{81} \zeta_3 \right] - \frac{3200}{243} C_A N_f^3 ,$$

$$c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^2 \tilde{N}} = C_A^4 \left[\frac{28356478}{729} + \frac{2800672}{81} \zeta_2 - \frac{799888}{27} \zeta_3 + \frac{873104}{135} \zeta_2^2 - \frac{82720}{9} \zeta_2 \zeta_3 \right.$$

$$\left. + \frac{65824}{9} \zeta_5 + \frac{25792}{15} \zeta_2^3 + 2336 \zeta_3^2 \right] + C_A C_F^2 N_f \left[\frac{4864}{9} - 2560 \zeta_5 + \frac{4736}{3} \zeta_3 \right]$$

$$+ C_A^3 N_f \left[-\frac{12176488}{729} - \frac{661136}{81} \zeta_2 + 3152 \zeta_3 - \frac{32768}{135} \zeta_2^2 - \frac{19520}{9} \zeta_2 \zeta_3 - \frac{448}{9} \zeta_5 \right]$$

$$+ C_A^2 C_F N_f \left[-\frac{751982}{81} - \frac{34576}{9} \zeta_2 + \frac{15232}{3} \zeta_3 + \frac{7744}{45} \zeta_2^2 + 3840 \zeta_2 \zeta_3 + 1280 \zeta_5 \right]$$

$$+ C_A^2 N_f^2 \left[\frac{1072784}{729} + \frac{11680}{81} \zeta_2 + \frac{9760}{27} \zeta_3 - \frac{320}{3} \zeta_2^2 \right] + C_A N_f^3 \left[-\frac{7424}{729} - \frac{128}{9} \zeta_3 \right]$$

$$+ C_A C_F N_f^2 \left[\frac{110996}{81} - \frac{2624}{3} \zeta_3 - \frac{1472}{9} \zeta_2 - \frac{1408}{45} \zeta_2^2 \right] + 2 A_{g,4} ,$$

$$c_{gg}^{(4)} \Big|_{\ln^1 \tilde{N}} = C_A^4 \left[\frac{50096}{9} + \frac{29565664}{729} \zeta_2 + \frac{2426936}{243} \zeta_3 - \frac{1592288}{405} \zeta_2^2 - \frac{876608}{27} \zeta_2 \zeta_3 \right.$$

$$\left. + \frac{4928}{5} \zeta_2^3 + \frac{17248}{9} \zeta_3^2 - \frac{9824}{3} \zeta_2^2 \zeta_3 + 6144 \zeta_2 \zeta_5 \right] + 16 \zeta_2 C_A C_F^2 N_f$$

$$+ C_A^3 N_f \left[-\frac{191776}{81} - \frac{10159592}{729} \zeta_2 - \frac{1819648}{243} \zeta_3 + \frac{820928}{405} \zeta_2^2 + \frac{127616}{27} \zeta_2 \zeta_3 \right.$$

$$\left. + \frac{4928}{9} \zeta_3^2 - 384 \zeta_2^3 \right] + C_A C_F N_f^2 \left[\frac{15008}{81} + 384 \zeta_2 + \frac{256}{27} \zeta_3 - 256 \zeta_2 \zeta_3 \right]$$

$$\begin{aligned}
& + C_A^2 C_F N_f \left[-\frac{108272}{81} - \frac{116096}{27} \zeta_2 + \frac{38504}{27} \zeta_3 + 128 \zeta_2^2 + \frac{22400}{9} \zeta_2 \zeta_3 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1024}{5} \zeta_2^3 - 896 \zeta_3^2 \right] + C_A N_f^3 \left[-\frac{3200}{81} \zeta_2 - \frac{5120}{81} \zeta_3 + \frac{256}{45} \zeta_2^2 \right] \\
& + C_A^2 N_f^2 \left[\frac{17920}{81} + \frac{1019464}{729} \zeta_2 + \frac{349184}{243} \zeta_3 - \frac{10624}{45} \zeta_2^2 \right] - D_{g,4} \quad (A.21)
\end{aligned}$$

con los todavía desconocidos $A_{g,4}$ y $D_{g,4}$, y para los términos subdominantes

$$\begin{aligned}
c_{gg}^{(4)} \Big|_{N^{-1} \ln^7 \tilde{N}} &= \frac{2048}{3} C_A^4 , \\
c_{gg}^{(4)} \Big|_{N^{-1} \ln^6 \tilde{N}} &= \frac{35840}{9} C_A^4 - \frac{3584}{9} C_A^3 N_f , \\
c_{gg}^{(4)} \Big|_{N^{-1} \ln^5 \tilde{N}} &= C_A^4 \left[\frac{244736}{27} + 2560 \zeta_2 + \frac{88}{9} \xi_H^{(3)} \right] - C_A^3 N_f \left[\frac{49792}{27} + \frac{16}{9} \xi_H^{(3)} \right] + \frac{2048}{27} C_A^2 N_f^2 .
\end{aligned} \quad (A.22)$$

Las contribuciones de orden N^0 correspondientes al proceso de Drell-Yan pueden escribirse al mismo nivel de precisión gracias a la determinación del coeficiente correspondiente a la $\delta(1-z)$ a N³LO en las Refs. [59, 125]. Las expresiones análogas a las ecuaciones (A.20) y (A.22) han sido determinadas en la Ref. [42].

Resultados en el espacio de z más allá de $(1-z)^0$

Para cantidades no singlete tales como la contribución de la aniquilación quark-antiquark a la sección eficaz correspondiente al proceso de Drell-Yan, el kernel físico recibe sólomente contribuciones con una única potencia logarítmica por cada orden en teoría de perturbaciones, y esto se verifica a todo orden en la expansión alrededor de $z=1$ [42]. Esto también es cierto para las contribuciones de la forma $C_A^k n_f^\ell$ en la producción de un bosón de Higgs vía fusión de gluones, es decir

$$\begin{aligned}
K_{gg}^{(1)}(z) &= \ln(1-z) p_{gg}(z) \left[-16 C_A \beta_0 - 32 C_A^2 H_0 \right] + \mathcal{O}(\ln^0(1-z)) , \\
K_{gg}^{(2)}(z) &= \ln^2(1-z) p_{gg}(z) \left[32 C_A \beta_0^2 + 112 C_A^2 \beta_0 H_0 + 128 C_A^3 H_{0,0} \right] + \mathcal{O}(\ln(1-z)) , \\
K_{gg}^{(3)}(z) &= \ln^3(1-z) p_{gg}(z) \left[-64 C_A \beta_0^3 - \xi_H^{(3)} C_A^2 \beta_0^2 H_0 - \eta_H^{(3)} C_A^3 \beta_0 H_{0,0} - \xi_P^{(3)} C_A^4 H_{0,0,0} \right] \\
&+ \mathcal{O}(\ln^2(1-z)) \quad (A.23)
\end{aligned}$$

para $\mu_R = m_H$ con $H_0 = \ln z$, $H_{0,0} = 1/2 \ln^2 z$, $H_{0,0,0} = 1/6 \ln^3 z$ [51] y

$$p_{gg}(z) = (1-z)_+^{-1} - 2 + z^{-1} + z - z^2 .$$

Las primeras dos líneas de la ecuación (A.23) son una consecuencia directa de los resultados de las Refs. [33,34] y [7–9]. La generalización a tercer orden basada en los resultados de DIS, en donde las correcciones de QCD son conocidas [43,128,129], involucra dos parámetros aún desconocidos, $\xi_H^{(3)}$ tal como sucedía anteriormente y $\eta_H^{(3)}$, que es relevante para $(1-z)^{k \geq 1}$, así como también un coeficiente desconocido de la función de partición a cuatro loops $P_{gg}^{(3)}$, el cual no es relevante para nuestros resultados.

La ecuación (A.23) junto con las ecuaciones (3.13) y (3.14) dan como resultado, para $\mu_F = \mu_R = m_H$, lo siguiente

$$\begin{aligned}
4^{-3} c_{gg}^{(3)}(z) \Big|_{C_F=0} &= (\ln^5(1-z) 8 C_A^3 - \ln^4(1-z) 10/3 C_A^2 \beta_0 + \ln^3(1-z) 1/3 C_A \beta_0^2) p_{gg}(z) \\
&+ \ln^4(1-z) C_A^3 \left\{ -27 H_0 p_{gg}(z) - 32 H_0 (1+z) + 59(1-z) - 187/3 (z^{-1} - z^2) \right\} \\
&+ \ln^3(1-z) C_A^3 \left\{ \left[16/3 - 56 \zeta_2 + \left(170/3 + \eta_H^{(3)}/96 \right) H_{0,0} \right] p_{gg}(z) \right. \\
&\quad \left. + \left[4 H_{0,0} - 8 \tilde{H}_{-1,0} \right] p_{gg}(-z) - (119 - 407/3 z^{-1} - 205 z + 605/3 z^2) H_0 \right. \\
&\quad \left. + (76 + 140 z) H_{0,0} - 128 (1+z) \tilde{H}_{1,0} - 721/3 + 2875/12 z + 2314/9 (z^{-1} - z^2) \right\} \\
&+ \ln^3(1-z) C_A^2 \beta_0 \left\{ \left(20/3 (1+H_0) + \xi_H^{(3)}/192 H_0 \right) p_{gg}(z) + 10(1+z) H_0 - 67/3 \right. \\
&\quad \left. + 271/12 z + 193/9 (z^{-1} - z^2) \right\} + \mathcal{O}(\ln^2(1-z)) \tag{A.24}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
4^{-4} c_{gg}^{(4)}(z) \Big|_{C_F=0} &= (\ln^7(1-z) 16/3 C_A^4 - \ln^6(1-z) 14/3 C_A^3 \beta_0 + \ln^5(1-z) 4/3 C_A^2 \beta_0^2) p_{gg}(z) \\
&+ \ln^6(1-z) C_A^4 \left\{ -77/3 H_0 p_{gg}(z) - 32(1+z) H_0 + 166/3 (1-z) - 550/9 (z^{-1} - z^2) \right\} \\
&+ \ln^5(1-z) C_A^4 \left\{ \left[8 - 92 \zeta_2 + \left(244/3 + \eta_H^{(3)}/96 \right) H_{0,0} \right] p_{gg}(z) \right. \\
&\quad \left. + \left[4 H_{0,0} - 8 \tilde{H}_{-1,0} \right] p_{gg}(-z) - (156 - 220 z^{-1} - 306 z + 286 z^2) H_0 \right. \\
&\quad \left. + (104 + 232 z) H_{0,0} - 192 (1+z) \tilde{H}_{1,0} - 1265/3 + 5051/12 z + 3818/9 (z^{-1} - z^2) \right\} \\
&+ \ln^5(1-z) C_A^3 \beta_0 \left\{ \left[10 + \left(91/6 + \xi_H^{(3)}/96 \right) H_0 \right] p_{gg}(z) + 70/3 (1+z) H_0 - 265/6 \right. \\
&\quad \left. + 533/12 z + 93/2 (z^{-1} - z^2) \right\} + \mathcal{O}(\ln^4(1-z)) . \tag{A.25}
\end{aligned}$$

Nuevamente aquí hemos suprimido el argumento z de los polilogaritmos armónicos. Utilizamos una base parcialmente modificada en términos de funciones que tienen expansiones

de Taylor alrededor de $z = 1$ con coeficientes racionales [42], incluyendo

$$\begin{aligned}\tilde{\text{H}}_{1,0}(z) &= \text{H}_{1,0}(z) + \zeta_2 = -\ln z \ln(1-z) - \text{Li}_2(z) + \zeta_2, \\ \tilde{\text{H}}_{-1,0}(z) &= \text{H}_{-1,0}(z) + \zeta_2/2 = \ln z \ln(1+z) + \text{Li}_2(-z) + \zeta_2/2.\end{aligned}$$

Al igual que en el caso de los coeficientes análogos a NNLO [7–9] y aquellos a NNLO y N³LO para DIS vía el intercambio de un bosón de Higgs [43], los coeficientes completos correspondientes a las ecuaciones (A.24) y (A.25) incluirán términos adicionales proporcionales a C_F contribuyendo a partir de $(1-z)^1$.

Los resultados correspondientes para la contribución no singlete de la aniquilación quark-antiquark al proceso de Drell-Yan están dados por ⁵

$$\begin{aligned}4^{-3} c_{\text{DY}}^{(3)\text{ns}}(z) &= (\ln^5(1-z) 4 C_F^3 - \ln^4(1-z) 5/3 C_F^2 \beta_0 + \ln^3(1-z) 1/6 C_F \beta_0^2) p_{qq}(z) \\ &+ \ln^4(1-z) C_F^3 \left\{ -27/2 \text{H}_0 p_{qq}(z) + 4(1+z) \text{H}_0 - 8(1-z) \right\} \\ &+ \ln^3(1-z) C_F^3 \left\{ \left[-16 - 24 \zeta_2 - 3 \text{H}_0 - \tilde{\text{H}}_{1,0} + \left(79/3 + \eta_{\text{DY}}^{(3)}/192 \right) \text{H}_{0,0} \right] p_{qq}(z) \right. \\ &\quad \left. + (17/2 - 73/2 z) \text{H}_0 - 27/2 (1+z) \text{H}_{0,0} + 14(1+z) \tilde{\text{H}}_{1,0} + 8 - 17/2 z \right\} \\ &+ \ln^3(1-z) C_F^2 \beta_0 \left\{ \left[10/3 + \left(13/3 + \xi_{\text{DY}}^{(3)}/384 \right) \text{H}_0 \right] p_{qq}(z) - (1+z) \text{H}_0 + 4(1-z) \right\} \\ &+ \ln^3(1-z) C_F^2 C_A \left\{ \left(8/3 - 4 \zeta_2 + \tilde{\text{H}}_{1,0} + 2 \text{H}_{0,0} \right) p_{qq}(z) + (1+z) (\tilde{\text{H}}_{1,0} + 2 \text{H}_0) \right. \\ &\quad \left. + 6 - 11/2 z \right\} + \mathcal{O}(\ln^2(1-z))\end{aligned}\tag{A.26}$$

y

$$\begin{aligned}4^{-4} c_{\text{DY}}^{(4)\text{ns}}(z) &= (\ln^7(1-z) 8/3 C_F^4 - \ln^6(1-z) 7/3 C_F^3 \beta_0 + \ln^5(1-z) 2/3 C_F^2 \beta_0^2) p_{qq}(z) \\ &+ \ln^6(1-z) C_F^4 \left\{ -77/6 \text{H}_0 p_{qq}(z) + 4(1+z) \text{H}_0 - 8(1-z) \right\} \\ &+ \ln^5(1-z) C_F^4 \left\{ \left[-16 - 40 \zeta_2 - 3 \text{H}_0 - \tilde{\text{H}}_{1,0} + \left(116/3 + \eta_{\text{DY}}^{(3)}/192 \right) \text{H}_{0,0} \right] p_{qq}(z) \right. \\ &\quad \left. + (16 - 52 z) \text{H}_0 - 21(1+z) \text{H}_{0,0} + 22(1+z) \tilde{\text{H}}_{1,0} + 16 - 33/2 z \right\} \\ &+ \ln^5(1-z) C_F^3 \beta_0 \left\{ \left[5 + \left(103/12 + \xi_{\text{DY}}^{(3)}/192 \right) \text{H}_0 \right] p_{qq}(z) - 8/3 (1+z) \text{H}_0 + 22/3 (1-z) \right\}\end{aligned}$$

⁵Las contribuciones $\ln^4(1-z)$ y $\ln^5(1-z)$ a $c_{\text{DY}}^{(3)\text{ns}}(z)$ ya se encontraban publicadas en la ecuación (6.29) de la Ref. [42], en donde los coeficientes son erróneos por un factor 3/4.

$$\begin{aligned}
& + \ln^5(1-z) C_F^3 C_A \left\{ \left(4 - 6\zeta_2 + \tilde{H}_{1,0} + 2H_{0,0} \right) p_{qq}(z) + (1+z) (\tilde{H}_{1,0} + 2H_0) \right. \\
& \left. + 6 - 11/2 z \right\} + \mathcal{O}(\ln^4(1-z))
\end{aligned} \tag{A.27}$$

con

$$p_{qq}(z) = 2(1-z)_+^{-1} - 1 - z .$$

El término $\ln^3(1-z)$ en la ecuación (A.26) y la contribución $\ln^5(1-z)$ en (A.27) incluyen los aún desconocidos coeficientes $\xi_{DY}^{(3)}$ y $\eta_{DY}^{(3)}$, los cuales esperamos que sean iguales a los correspondientes a la producción de un bosón de Higgs en las ecuaciones (A.23) – (A.25).

Apéndice B

Factores de forma para la producción de dos bosones de Higgs

Presentamos a continuación los factores de forma correspondientes a la producción de dos bosones de Higgs a LO: F_Δ , F_\square y G_\square [96]. Definimos en primer lugar los siguientes invariantes:

$$\hat{s} = (p_a + p_b)^2, \quad \hat{t} = (p_c - p_a)^2, \quad \hat{u} = (p_c - p_b)^2$$

$$S = \hat{s}/m_Q^2, \quad T = \hat{t}/m_Q^2, \quad U = \hat{u}/m_Q^2$$

$$\rho_c = M_c^2/m_Q^2, \quad \rho_d = M_d^2/m_Q^2, \quad \tau_Q = 4/S$$

$$T_1 = T - \rho_c, \quad U_1 = U - \rho_c, \quad T_2 = T - \rho_d, \quad U_2 = U - \rho_d,$$

en donde p_a y p_b son los momentos de los gluones entrantes, y p_c y p_d son los correspondientes a los bosones de Higgs. Aquí, m_Q representa la masa del quark presente en el loop, mientras que M_c y M_d son las masas de los bosones de Higgs (en nuestro caso, i.e. el modelo estándar, $M_c = M_d = M_H$).

Vamos a expresar los factores de forma en términos de las siguientes integrales escalares

$$C_{ij} = \int \frac{d^4q}{i\pi^2} \frac{1}{(q^2 - m_Q^2) [(q + p_i)^2 - m_Q^2] [(q + p_i + p_j)^2 - m_Q^2]}, \quad (\text{B.1})$$

$$D_{ijk} = \int \frac{d^4q}{i\pi^2} \frac{1}{(q^2 - m_Q^2) [(q + p_i)^2 - m_Q^2] [(q + p_i + p_j)^2 - m_Q^2] [(q + p_i + p_j + p_k)^2 - m_Q^2]}.$$

Su expresión explícita puede encontrarse en la Ref. [130], o bien pueden ser evaluadas numéricamente utilizando diversos códigos disponibles públicamente (por ejemplo, ver Ref. [106]).

Para el factor de forma F_Δ tenemos que

$$F_\Delta = \frac{2}{S} \{2 + (4 - S)m_Q^2 C_{ab}\} = \tau_Q \left[1 + (1 - \tau_Q)f(\tau_Q) \right] \quad (\text{B.2})$$

en donde

$$f(\tau_Q) = \begin{cases} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt{\tau_Q}} & \tau_Q \geq 1 \\ -\frac{1}{4} \left[\log \frac{1 + \sqrt{1 - \tau_Q}}{1 - \sqrt{1 - \tau_Q}} - i\pi \right]^2 & \tau_Q < 1 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Los factores correspondientes al loop cuadrado son por su parte

$$\begin{aligned} F_\square &= \frac{1}{S^2} \left\{ 4S + 8Sm_Q^2 C_{ab} - 2S(S + \rho_c + \rho_d - 8)m_Q^4 (D_{abc} + D_{bac} + D_{acb}) \right. \\ &\quad \left. + (\rho_c + \rho_d - 8)m_Q^2 \left[T_1 C_{ac} + U_1 C_{bc} + U_2 C_{ad} + T_2 C_{bd} - (TU - \rho_c \rho_d)m_Q^2 D_{acb} \right] \right\}, \\ G_\square &= \frac{1}{S(TU - \rho_c \rho_d)} \left\{ (T^2 + \rho_c \rho_d - 8T)m_Q^2 \left[SC_{ab} + T_1 C_{ac} + T_2 C_{bd} - STm_Q^2 D_{bac} \right] \right. \\ &\quad \left. + (U^2 + \rho_c \rho_d - 8U)m_Q^2 \left[SC_{ab} + U_1 C_{bc} + U_2 C_{ad} - SUm_Q^2 D_{abc} \right] \right. \\ &\quad \left. - (T^2 + U^2 - 2\rho_c \rho_d)(T + U - 8)m_Q^2 C_{cd} \right. \\ &\quad \left. - 2(T + U - 8)(TU - \rho_c \rho_d)m_Q^4 (D_{abc} + D_{bac} + D_{acb}) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Por último, los coeficientes C_Δ y C_\square se definen como

$$C_\Delta = \lambda \frac{M_Z^2}{\hat{s} - M_H^2}, \quad C_\square = 1, \quad (\text{B.6})$$

en donde λ es el acoplamiento triple del bosón de Higgs, $\lambda = \frac{3M_H^2}{M_Z^2}$ en el modelo estándar, siendo M_Z la masa del bosón electrodébil Z .

Correcciones de QCD a la producción de un bosón de Higgs

Presentamos a continuación las correcciones de segundo orden para la sección eficaz de producción de un bosón de Higgs. Las mismas aparecen en la sección eficaz correspondiente a la producción de dos bosones de Higgs a través de la ecuación (4.35). Por completitud, mostramos también los resultados a ordenes anteriores. Las expresiones a continuación están tomadas de la Ref. [8]. Son válidas para $\mu_R = \mu_F = Q$, siendo Q la masa invariante

del par de bosones de Higgs (o la masa del bosón de Higgs en el caso de producción simple en lugar de doble).

A LO tenemos

$$\eta_{ij}^{(0)} = \delta(1-x)\delta_{ig}\delta_{jg}. \quad (\text{B.7})$$

A NLO existen contribuciones de los canales gluón-gluón, quark-gluón y quark-antiquark:

$$\begin{aligned} \eta_{gg}^{(1)} &= \left(\frac{11}{2} + 6\zeta_2 \right) \delta(1-x) + 12 \left[\frac{\ln(1-x)}{1-x} \right]_+ - 12x(-x+x^2+2)\ln(1-x) \\ &\quad - \frac{6(x^2+1-x)^2}{1-x} \ln(x) - \frac{11}{2}(1-x)^3, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\eta_{qg}^{(1)} = -\frac{2}{3} (1+(1-x)^2) \ln \frac{x}{(1-x)^2} - 1 + 2x - \frac{1}{3}x^2, \quad \eta_{q\bar{q}}^{(1)} = \frac{32}{27}(1-x)^3. \quad (\text{B.9})$$

Las correcciones a NNLO las separamos de acuerdo a su dependencia con el número de quarks livianos:

$$\eta_{ij}^{(2)} = \Delta_{ij}^{(2)\text{A}} + N_f \Delta_{ij}^{(2)\text{F}}. \quad (\text{B.10})$$

Para el canal gluón-gluón tenemos que

$$\begin{aligned} \Delta_{gg}^{(2)\text{A}} &= \left(\frac{11399}{144} + \frac{133}{2}\zeta_2 - \frac{165}{4}\zeta_3 - \frac{9}{20}\zeta_2^2 + \frac{19}{8}L_t \right) \delta(1-x) + (133 - 90\zeta_2) \left[\frac{\ln(1-x)}{(1-x)} \right]_+ \\ &\quad + \left(-\frac{101}{3} + 33\zeta_2 + \frac{351}{2}\zeta_3 \right) \left[\frac{1}{(1-x)} \right]_+ - 33 \left[\frac{\ln(1-x)^2}{(1-x)} \right]_+ + 72 \left[\frac{\ln(1-x)^3}{(1-x)} \right]_+ \\ &\quad + \frac{9(38x^2 - 20x^3 + 18x - 39x^4 + 14 + 7x^5)}{1-x^2} \text{Li}_3(x) - \frac{18(x^2+x+1)^2}{1+x} \text{S}_{12}(x^2) \\ &\quad + \frac{9(4x^4 + 8x^3 + 21x^2 + 14x + 7)}{1+x} \text{S}_{12}(-x) - \frac{9(5x^5 - 51x^4 - 57x^3 + 53x^2 + 59x - 11)}{2(1-x^2)} \text{S}_{12}(x) \\ &\quad - \frac{9(8x^4 + 8x^3 - 3x^2 - 2x - 1)}{2(1+x)} \text{Li}_3(-x) - \frac{9(16 + 13x^5 - 40x^3 - 67x^4 + 64x^2 + 36x)}{2(1-x^2)} \text{Li}_2(x) \ln(x) \\ &\quad + \frac{9(2x^4 - 15x^2 - 10x - 5)}{2(1+x)} \text{Li}_2(-x) \ln(x) - \frac{9(59 + 177x^2 - 116x^3 + 59x^4 - 118x)}{4(1-x)} \ln(x) \ln^2(1-x) \\ &\quad + \frac{27(3x^2 + 2x + 1)}{1+x} \text{Li}_2(-x) \ln(1+x) + \frac{9(6 - 11x^3 + 18x^2 - 12x + 6x^4)}{1-x} \ln^2(x) \ln(1-x) \\ &\quad + \frac{9(3 - 8x^3 + 3x^4 - 6x + 9x^2)}{2(1-x)} \text{Li}_2(x) \ln(1-x) - \frac{3(7x - 7x^3 + 4 + 18x^2 - 17x^4 + 9x^5)}{2(1-x^2)} \ln^3(x) \\ &\quad + \frac{9(8x^4 + 16x^3 + 33x^2 + 22x + 11)}{2(1+x)} \zeta_2 \ln(1+x) - \frac{36(x^2+x+1)^2}{1+x} \text{Li}_2(x) \ln(1+x) \\ &\quad - \frac{9(4x^4 + 8x^3 + 27x^2 + 18x + 9)}{4(1+x)} \ln(1+x) \ln^2(x) + (-21 + \frac{63}{2}x^2 - 18x + \frac{33}{2}x^3) \ln(1+x) \ln(x) \\ &\quad + \frac{27(3x^2 + 2x + 1)}{2(1+x)} \ln^2(1+x) \ln(x) - \frac{3(-280x^3 + 143x^4 + 394x - 289 + 21x^2)}{4(1-x)} \text{Li}_2(x) \\ &\quad + (-21 + \frac{63}{2}x^2 - 18x + \frac{33}{2}x^3) \text{Li}_2(-x) + (-\frac{2559}{4}x^3 + \frac{1079}{2}x^2 - \frac{2687}{4}x + \frac{2027}{4}) \ln(1-x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{3(374x^4 - 389x + 154 + 699x^2 - 827x^3)}{8(1-x)} \ln^2(x) + (330x^3 - 348x^2 + 381x - 297) \ln^2(1-x) \\
& + \frac{3(-1180x^3 + 641 - 1238x + 1227x^2 + 605x^4)}{4(1-x)} \ln(x) \ln(1-x) - 72(2-x+x^2)x \ln^3(1-x) \\
& - \frac{1(4318x^4 - 6955x^3 + 6447x^2 - 5611x + 2333)}{8(1-x)} \ln(x) + \frac{3(495x^4 - 886x^3 + 564x^2 - 200x + 16)}{4(1-x)} \zeta_2 \\
& + \frac{9(6x + 18x^2 + 2 + 10x^5 - 6x^3 - 19x^4)}{1-x^2} \zeta_2 \ln(x) - \frac{9(-48x^3 + 23x^4 - 46x + 3 + 69x^2)}{2(1-x)} \zeta_2 \ln(1-x) \\
& + \frac{9(-36 - 15x^4 - 52x + 19x^2 + 13x^3 + 33x^5)}{2(1-x^2)} \zeta_3 + \frac{7539}{16}x^3 - \frac{24107}{48}x^2 + \frac{22879}{48}x - \frac{18157}{48}, \quad (\text{B.11})
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
\Delta_{gg}^{(2)F} &= \left(-\frac{1189}{144} + \frac{5}{6}\zeta_3 - \frac{5}{3}\zeta_2 + \frac{2}{3}L_t\right)\delta(1-x) - \frac{10}{3} \left[\frac{\ln(1-x)}{1-x}\right]_+ + \left(\frac{14}{9} - 2\zeta_2\right) \left[\frac{1}{1-x}\right]_+ \\
& + 2 \left[\frac{\ln(1-x)^2}{1-x}\right]_+ + \left(\frac{31}{6}x + \frac{1}{6} + \frac{65}{12}x^2\right) S_{12}(x) + \left(-\frac{31}{12}x^2 + \frac{1}{6} - \frac{17}{6}x\right) \text{Li}_3(x) \\
& + \left(\frac{47}{12}x^2 + \frac{25}{6}x - \frac{1}{6}\right) \text{Li}_2(x) \ln(x) + \left(-\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}\right) \zeta_2 \ln(1-x) - 4x(1+x)\zeta_2 \ln(x) \\
& + \left(-\frac{1}{6}x + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}x^2\right) \text{Li}_2(x) \ln(1-x) + \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{12}x + \frac{1}{24}x^2\right) \ln(1-x) \ln(x) \ln\left(\frac{(1-x)}{x}\right) \\
& + \frac{5}{9}x(1+x) \ln^3 x + \left(-\frac{17}{6}x^2 - \frac{7}{3}x - \frac{1}{3}\right) \zeta_3 + \left(-\frac{34}{9}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9}\right) (\ln^2(1-x) - \zeta_2) \\
& - \frac{2(21x^2 + 7x + 25x^4 + 17 - 61x^3)}{9(1-x)} \ln(x) \ln(1-x) + \left(\frac{785}{54}x^3 - \frac{83}{36}x^2 + \frac{49}{18}x - \frac{461}{54}\right) \ln(1-x) \\
& + \frac{1(-351x^3 + 117x^2 + 68 + 132x^4 + 52x)}{72(1-x)} \ln^2(x) + \frac{1(227x^3 + 68 + 4x^4 - 302x + 21x^2)}{36(1-x)} \text{Li}_2(1-x) \\
& + \frac{1(333x^2 + 2384x^4 - 598x - 3041x^3 + 1282)}{216(1-x)} \ln(x) - \frac{8887}{648}x^3 + \frac{1267}{432}x^2 - \frac{497}{216}x + \frac{12923}{1296}. \quad (\text{B.12})
\end{aligned}$$

Para el canal quark-gluón tenemos que

$$\begin{aligned}
\Delta_{gg}^{(2)A} &= \left(\frac{170}{3}x + \frac{338}{9} + \frac{119}{3}x^2\right) \text{Li}_3(x) + (4x + 4 + 2x^2)\text{Li}_3(-x) + (16 + 8x^2 + 16x)S_{12}(-x) \\
& + \left(-\frac{614}{9}x - \frac{269}{9}x^2 - \frac{74}{9}\right) S_{12}(x) + (-2x^2 - 4 - 4x)S_{12}(x^2) + \left(\frac{367}{27} + \frac{367}{54}x^2 - \frac{367}{27}x\right) \ln^3(1-x) \\
& + \left((2 + x^2 - 2x) \ln(1-x) - \left(\frac{446}{9}x + \frac{214}{9} + \frac{281}{9}x^2\right) \ln(x) - (8 + 4x^2 + 8x) \ln(1+x)\right) \text{Li}_2(x) \\
& + (8 + 8x + 4x^2) \ln\left(\frac{(1+x)}{x}\right) \text{Li}_2(-x) + \left(-\frac{115}{9}x^2 + \frac{230}{9}x - \frac{230}{9}\right) \ln(x) \ln^2(1-x) \\
& + \left(\frac{107}{9} + \frac{107}{18}x^2 - \frac{107}{9}x\right) \ln^2(x) \ln(1-x) + \left(-\frac{145}{54}x^2 - \frac{71}{27}x - 2\right) \ln(x)^3 \\
& + (-3x^2 - 6 - 6x) \ln(1+x) \ln(x)^2 + (4x + 4 + 2x^2) \ln(1+x)^2 \ln(x) \\
& + \left(-\frac{4}{27}x^3 - \frac{74}{9}x - \frac{11}{9}x^2 - \frac{166}{27}\right) \text{Li}_2(-x) + \left(\frac{2605}{54} - \frac{146}{9}x + \frac{74}{27}x^3 - \frac{79}{6}x^2\right) \text{Li}_2(x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{1139}{18}x + \frac{37}{12}x^2 + 8x^3 - 72 \right) \ln^2(1-x) + \left(-\frac{121}{18}x^2 - \frac{326}{27}x^3 - \frac{826}{9}x + \frac{5935}{54} \right) \ln(x) \ln(1-x) \\
& + \left(\frac{113}{27}x^3 + \frac{244}{9}x - \frac{13}{3}x^2 - \frac{31}{2} \right) \ln^2(x) + \left(-\frac{4}{27}x^3 - \frac{74}{9}x - \frac{11}{9}x^2 - \frac{166}{27} \right) \ln(1+x) \ln(x) \\
& + \zeta_2 \left(-\frac{59}{9}x^2 + \frac{118}{9}x - \frac{118}{9} \right) \ln(1-x) + \zeta_2 \left(\frac{140}{9}x + \frac{128}{9}x^2 + \frac{52}{9} \right) \ln(x) \\
& + \zeta_2(12 + 12x + 6x^2) \ln(1+x) + \left(-\frac{392}{81}x^3 - \frac{49}{3}x^2 + \frac{23671}{162} - 106x \right) \ln(1-x) \\
& + \left(\frac{1985}{108}x^2 + \frac{800}{9}x - \frac{12209}{162} + \frac{616}{81}x^3 \right) \ln(x) + \left(-\frac{292}{27}x^3 - \frac{82}{3}x + \frac{16}{3}x^2 + \frac{221}{27} \right) \zeta_2 \\
& + \left(-18x + 10x^2 + \frac{92}{9} \right) \zeta_3 - \frac{210115}{1944} + \frac{1537}{486}x^3 + \frac{16465}{162}x + \frac{2393}{648}x^2, \tag{B.13}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
\Delta_{qq}^{(2)F} & = \left(\frac{1}{18}x^2 - \frac{1}{9}x + \frac{1}{9} \right) \ln^2(1-x) + \left(-\frac{38}{27}x + \frac{19}{27}x^2 + \frac{29}{27} \right) \ln(x) - \frac{209}{81}x + \frac{265}{162} \tag{B.14} \\
& + \left(\left(-\frac{4}{9} + \frac{4}{9}x - \frac{2}{9}x^2 \right) \ln(x) - x^2 + \frac{16}{9}x - \frac{13}{9} \right) \ln(1-x) + \frac{179}{162}x^2 + \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{2}{9} \right) \ln^2(x).
\end{aligned}$$

Para la dispersión de dos quarks idénticos tenemos:

$$\begin{aligned}
\Delta_{qq}^{(2)A} & = \left(\frac{368}{27}x + \frac{104}{27}x^2 + \frac{400}{27} \right) \text{Li}_3(x) - \frac{32}{9}(x+2)^2 S_{12}(x) - \frac{4}{27}(2+x^2-2x) \ln^2(x) \ln(1-x) \\
& - \frac{4}{27}(x+2)^2 \ln^3(x) - \frac{16}{27}(19+5x^2+17x) \text{Li}_2(x) \ln(x) - \frac{32}{9}(x+3)(1-x) \ln^2(1-x) \\
& + \frac{16}{3}(x+3)(1-x) \ln(x) \ln(1-x) + \frac{4}{27}(26x-18+9x^2) \ln^2(x) - \frac{8}{9}(-6+x^2+4x) \text{Li}_2(x) \\
& + \frac{4}{3}(5x+17)(1-x) \ln(1-x) + \left(\frac{8}{9}(x+2)^2 \zeta_2 - \frac{118}{9} + \frac{248}{27}x + \frac{46}{9}x^2 \right) \ln(x) \\
& + \left(-\frac{8}{27}x^2 - \frac{16}{27} + \frac{16}{27}x \right) \zeta_3 + \left(\frac{16}{3} - \frac{32}{9}x - \frac{8}{3}x^2 \right) \zeta_2 - \frac{4}{27}(27x+160)(1-x), \tag{B.15}
\end{aligned}$$

y

$$\Delta_{qq}^{(2)F} = 0. \tag{B.16}$$

Para el caso de dos quarks distintos, por otro lado, tenemos

$$\begin{aligned}
\Delta_{qq'}^{(2)A} & = \frac{32}{9}(x+2)^2 (\text{Li}_3(x) - S_{12}(x)) - \frac{8}{3}(x+2)^2 \ln(x) \text{Li}_2(x) - \frac{4}{27}(x+2)^2 \ln^3(x) \\
& - \frac{8}{9}(4x-6+x^2) \text{Li}_2(x) - \frac{32}{9}(x+3)(1-x) \ln^2(1-x) + \frac{16}{3}(x+3)(1-x) \ln(x) \ln(1-x) \\
& + \frac{8}{9}(x^2+4x-3) \ln^2(x) + \frac{8}{9} \zeta_2 (x+2)^2 \ln(x) + \frac{4}{3}(5x+17)(1-x) \ln(1-x) \\
& + \frac{2}{9}(29x^2+44x-59) \ln(x) + \left(\frac{16}{3} - \frac{32}{9}x - \frac{8}{3}x^2 \right) \zeta_2 - \frac{2}{9}(11x+105)(1-x), \tag{B.17}
\end{aligned}$$

y

$$\Delta_{qq'}^{(2)F} = 0. \tag{B.18}$$

Finalmente, para el canal quark-antiquark la contribución a NNLO es

$$\begin{aligned}
\Delta_{q\bar{q}}^{(2)A} = & \left(-\frac{16}{9} - \frac{16}{9}x - \frac{8}{9}x^2\right) \text{Li}_3(-x) + \left(-\frac{16}{27}x^2 - \frac{32}{27} - \frac{32}{27}x\right) S_{12}(-x) \\
& + \frac{32}{9}(x+2)^2 \text{Li}_3(x) - \frac{32}{9}(x+2)^2 S_{12}(x) - \frac{4}{27}(x+2)^2 \ln^3(x) + \frac{4}{9}(2+2x+x^2) \ln(1+x) \ln^2(x) \\
& + \left(-\frac{8}{27}(2+2x+x^2) \ln^2(1+x) - \frac{8}{3}(x+2)^2 \text{Li}_2(x) + \frac{8}{9}(2+2x+x^2) \text{Li}_2(-x)\right) \ln(x) \\
& - \frac{16}{27}(2+2x+x^2) \text{Li}_2(-x) \ln(1+x) + \frac{32}{81}(1-x)(13x^2 - 35x - 14) \ln^2(1-x) \\
& - \frac{16}{81}(1-x)(37x^2 - 101x - 44) \ln(x) \ln(1-x) - \frac{8}{81}(44x^3 + 39x - 81x^2 + 27) \ln^2(x) \\
& + \frac{16}{27}x(x+6x^2+2) \ln(1+x) \ln(x) + \frac{8}{81}(42x - 87x^2 + 12 + 10x^3) \text{Li}_2(x) \\
& + \frac{16}{27}x(x+6x^2+2) \text{Li}_2(-x) - \frac{4}{81}(1-x)(384x^2 - 967x - 75) \ln(1-x) + \left(-\frac{16}{27}x^2 - \frac{32}{27} - \frac{32}{27}x\right) \zeta_3 \\
& + \left(\frac{8}{9}(x+2)^2 \zeta_2 + \frac{4222}{81}x^2 - \frac{2896}{81}x - \frac{512}{27}x^3 - \frac{10}{3}\right) \ln(x) - \frac{8}{27}(2+2x+x^2) \zeta_2 \ln(1+x) \\
& + \left(\frac{752}{81}x^3 - \frac{544}{27}x^2 + \frac{80}{81} + \frac{400}{27}x\right) \zeta_2 + \frac{4}{81}(1-x)(783x^2 - 1925x + 373), \tag{B.19}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
\Delta_{q\bar{q}}^{(2)F} = & \frac{32}{81}(1-x)^3 \ln(1-x) + \left(-\frac{64}{27}x^2 + \frac{64}{81}x^3 - \frac{16}{27} + \frac{80}{27}x\right) \ln(x) \\
& - \frac{8}{243}(1-x)(41x^2 - 88x + 23). \tag{B.20}
\end{aligned}$$

Recordemos que S_{np} representa el polilogaritmo de Nielsen.

Apéndice C

En este apéndice presentamos las contribuciones al elemento de matriz al cuadrado que surgen de los diagramas mostrados en la Figura 4.10, es decir, diagramas correspondientes a la emisión de un partón extra que contienen tres vértices efectivos ggH .

Sean p_1 y p_2 los momentos de los partones incidentes, k_1 y k_2 los momentos de los bosones de Higgs y k el momento del partón saliente. Los elementos de matriz pueden expresarse en términos de los siguientes invariantes [120]

$$\begin{aligned}
 s &= (p_1 + p_2)^2, & s_2 &= (k_1 + k_2)^2 = s + t_k + u_k, \\
 t_k &= (p_1 - k)^2, & \hat{q}_1 &= (p_1 - k_2)^2 = 2M_H^2 - s - t_k - q_1, \\
 u_k &= (p_2 - k)^2, & \hat{q}_2 &= (p_2 - k_1)^2 = 2M_H^2 - s - u_k - q_2, \\
 q_1 &= (p_1 - k_1)^2, & w_1 &= (k + k_1)^2 = M_H^2 - q_1 + q_2 - t_k, \\
 q_2 &= (p_2 - k_2)^2, & w_2 &= (k + k_2)^2 = M_H^2 + q_1 - q_2 - u_k.
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

Estos, como ya fue indicado en la ecuación 4.43, pueden expresarse en términos de x , y , θ_1 y θ_2 a través de

$$\begin{aligned}
 t_k &= -\frac{1}{2}s(1-x)(1-y), \\
 u_k &= -\frac{1}{2}s(1-x)(1+y), \\
 q_1 &= M_H^2 - \frac{1}{2}(s+t_k)(1-\beta_x \cos \theta_1), \\
 q_2 &= M_H^2 - \frac{1}{2}(s+u_k)(1+\beta_x \cos \theta_2 \sin \theta_1 \sin \psi + \beta_x \cos \theta_1 \cos \psi),
 \end{aligned} \tag{C.2}$$

en donde hemos definido

$$\begin{aligned}
 \beta_x &= \sqrt{1 - \frac{4M_H^2}{xs}}, \\
 \cos \psi &= 1 - \frac{8x}{(1+x)^2 - (1-x)^2 y^2}.
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

Comenzamos escribiendo los resultados correspondientes al subproceso partónico $gg \rightarrow HHg$. La contribución al elemento de matriz al cuadrado es

$$\mathcal{M}_{gg} = \frac{1}{2s} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{8}\right)^2 \frac{1}{2} \sum_{\text{spin, color}} [\mathcal{A}_{gg}^{2V} (\mathcal{A}_{gg}^{1V})^* + \mathcal{A}_{gg}^{1V} (\mathcal{A}_{gg}^{2V})^*] , \quad (\text{C.4})$$

en donde hemos incluido el factor de flujo, el promedio sobre espines y colores y el factor $\frac{1}{2}$ por tener dos partículas idénticas en el estado final. La amplitud \mathcal{A}_{gg}^{2V} proviene de diagramas con dos vértices ggH (arriba a la izquierda en la figura 4.10), mientras que \mathcal{A}_{gg}^{1V} representa aquellos diagramas con un único vértice efectivo (arriba a la derecha en la figura 4.10). Esta contribución puede ser expresada de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{gg} = & \frac{\alpha_S^4 G_F^2 \text{Re}(C_{LO})}{576\pi^2 s} [F(s, q_1, q_2, t_k, u_k) + F(s, \hat{q}_1, \hat{q}_2, t_k, u_k) \\ & + F(s, q_2, q_1, u_k, t_k) + F(s, \hat{q}_2, \hat{q}_1, u_k, t_k) + F(t_k, q_1, w_2, s, u_k) + F(t_k, \hat{q}_1, w_1, s, u_k)] , \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

en donde hemos definido

$$F(s, q_1, q_2, t_k, u_k) = f_1(s, q_1, q_2, t_k, u_k) + f_2(s, q_1, q_2, t_k, u_k) . \quad (\text{C.6})$$

La función f_1 toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} f_1(s, q_1, q_2, t_k, u_k) = & \frac{1}{q_1 s t_k (M_H^2 + q_1 - q_2 - u_k) u_k} \left[st_k (-q_2^2 (2s - 3t_k) (s + t_k) \right. \\ & + q_1 q_2 (6s^2 + 3st_k + 2t_k^2 + q_2 (s + t_k)) - q_1^2 (q_2 s + 4(s^2 + st_k + t_k^2))) \\ & + (2(q_1 - q_2) s^2 (2q_1^2 - 2q_1 q_2 + q_2^2 + s^2) + s(-q_1^2 s + q_2(-3q_2^2 + 2q_2 s - 8s^2)) \\ & + q_1(6q_2^2 + 3q_2 s + 14s^2)) t_k + (-8q_1^2 s - q_2(q_2^2 - 3q_2 s + 7s^2) + q_1(q_2^2 + 10q_2 s + 17s^2)) t_k^2 \\ & + (-4q_1^2 + 6q_1(q_2 + s) + q_2(q_2 + 4s)) t_k^3 u_k + (2s(2q_1^3 - 2q_1^2(q_2 + s) - 2q_2 s(q_2 + s)) \\ & + q_1(q_2 + s)(q_2 + 3s)) + (q_1(q_1 - q_2)q_2 + (11q_1 - 6q_2)q_2 s + 2(11q_1 - 3q_2)s^2 - 2s^3) t_k \\ & + (-4q_1^2 + 7q_1 q_2 - 3q_2^2 + 23q_1 s + q_2 s - 6s^2) t_k^2 + (6q_1 + 2q_2 + s) t_k^3 u_k^2 \\ & + (-4s(q_1^2 + q_2 s - q_1(q_2 + 2s)) - (3q_1^2 - 13q_1 s + s(7q_2 + 4s)) t_k + (6q_1 - 3q_2 - 2s) t_k^2 + t_k^3) u_k^3 \\ & + (q_1 - t_k)(4s + t_k) u_k^4 - M_H^6 s (t_k + u_k) (t_k + 2u_k) + M_H^4 (st_k((-q_1 + q_2)s \\ & + (q_1 + 2q_2 - 2s) t_k + 3t_k^2) + (2(q_1 - q_2)s^2 + 3(2q_1 + q_2)st_k + (q_1 - q_2 + 9s)t_k^2 + 5t_k^3) u_k \\ & \left. + (q_1(6s + t_k) + t_k(-q_2 + 9s + 6t_k)) u_k^2 + t_k u_k^3) + M_H^2 (st_k((q_1 - q_2)(q_1 + q_2 - 2s)s \right. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

$$\begin{aligned}
& + (-q_2(2q_1 + q_2) + (q_1 + q_2)s)t_k + 2(q_1 - 3q_2)t_k^2 - (4q_1(q_1 - q_2)s^2 + s(-3q_2(-4q_1 + q_2) \\
& + (q_1 + 3q_2)s - 2s^2)t_k + 2(-q_2^2 + 6q_2s - 4s^2 + q_1(q_2 + s))t_k^2 + 2(q_1 + 3q_2 + 2s)t_k^3)u_k \\
& - (2s(4q_1^2 - 2q_1q_2 + q_2^2 + s^2) + (q_1^2 - q_2(q_2 - 3s) + 11q_1s)t_k \\
& + (3(q_1 + q_2) + 8s)t_k^2 + 6t_k^3)u_k^2 + (-4s(q_2 + s) - 6st_k - 5t_k^2 + 2q_1(2s + t_k))u_k^3 - (4s + t_k)u_k^4 \Big] ,
\end{aligned}$$

mientras que f_2 está definida por

$$\begin{aligned}
f_2(s, q_1, q_2, t_k, u_k) = & \frac{1}{q_2s t_k^2 u_k} \Big[st_k(4q_2s^3 - s((M_H^2 + 3q_1 - 4q_2)(q_1 - q_2) \\
& + (4M_H^2 + q_1 - 11q_2)s)t_k - ((M_H^2 + 3q_1 - 4q_2)(M_H^2 - q_2) + (7M_H^2 + 2q_1 - 11q_2)s)t_k^2 \\
& + 4(-M_H^2 + q_2)t_k^3) - (4(q_1 - q_2)^2s^3 + s^2(4(M_H^2 - q_2)(q_1 - q_2) + 5(q_1 - 3q_2)s)t_k \\
& + s(5M_H^4 + 6q_1^2 + 5q_2(q_2 - 5s) + q_1(-6q_2 + s) + M_H^2(-6q_1 - 4q_2 + 4s))t_k^2 \\
& + ((M_H^2 - q_2)(4M_H^2 - 3q_1 - q_2) + 3(3M_H^2 + 2q_1 - 5q_2)s + s^2)t_k^3 + (M_H^2 - q_2 + 4s)t_k^4)u_k \\
& - (-8(M_H^2 - q_1)(q_1 - q_2)s^2 + s(4(M_H^2 - q_1)(M_H^2 - q_2) + (-5M_H^2 + 8q_1 - 15q_2)s)t_k \\
& + ((M_H^2 - q_1)(4M_H^2 - 3q_1 - q_2) + (M_H^2 - q_1 - 20q_2)s + 5s^2)t_k^2 + 2(M_H^2 + 2q_1 - 4q_2)t_k^3 + t_k^4)u_k^2 \\
& + (-4(M_H^2 - q_1)^2s + (3M_H^2 - 3q_1 + 10q_2)st_k + (-5M_H^2 + q_1 + 10q_2 + s)t_k^2 + t_k^3)u_k^3 + 4q_2t_ku_k^4 \Big] .
\end{aligned} \tag{C.8}$$

Finalmente, la función $f_{gg}(x, y, \theta_1, \theta_2)$ en la ecuación (4.48) se define en términos de \mathcal{M}_{gg} como

$$f_{gg}(x, y, \theta_1, \theta_2) = \Delta_{LO} s(1-x)^2(1-y^2)\mathcal{M}_{gg} , \tag{C.9}$$

en donde el factor Δ_{LO} introduce la normalización con la dependencia exacta con M_t a LO, y está dado por

$$\Delta_{LO} = \frac{|C_{\Delta}F_{\Delta} + C_{\square}F_{\square}|^2 + |C_{\square}G_{\square}|^2}{|\frac{2}{3}C_{LO}|^2} . \tag{C.10}$$

En el límite $M_t \rightarrow \infty$ tenemos que $\Delta_{LO} \rightarrow 1$. Este factor depende de $Q^2 = xs$ y del invariante de Mandelstam t , que está dado por

$$t = -\frac{1}{2} \left(Q^2 - 2M_H^2 - Q\sqrt{Q^2 - 4M_H^2} \cos \theta_1 \right) . \tag{C.11}$$

Para el proceso $gg \rightarrow HHq$ definimos la contribución al elemento de matriz al cuadrado en forma similar a lo hecho para \mathcal{M}_{gg}

$$\mathcal{M}_{gg} = \frac{1}{2s} \left(\frac{1}{2} \right)^2 \frac{1}{3} \frac{1}{8} \frac{1}{2} \sum_{\text{spin, color}} [\mathcal{A}_{gg}^{2V} (\mathcal{A}_{gg}^{1V})^* + \mathcal{A}_{gg}^{1V} (\mathcal{A}_{gg}^{2V})^*] . \tag{C.12}$$

Esta contribución puede escribirse como

$$\mathcal{M}_{qg} = \frac{\alpha_S^4 G_F^2 \text{Re}(C_{LO})}{648\pi^2 s} [h(s, q_1, q_2, t_k, u_k) + h(s, \hat{q}_1, \hat{q}_2, t_k, u_k)] , \quad (\text{C.13})$$

en donde la función h está dada por

$$\begin{aligned} h(s, q_1, q_2, t_k, u_k) = & \frac{1}{t_k^2 q_2} \left[2(-M_H^4 t_k^2 - q_2^2 (s^2 + st_k + t_k^2) + M_H^2 t_k (-M_H^2 + t_k) u_k - (M_H^2 - t_k)^2 u_k^2 \right. \\ & - q_1^2 (s + u_k)^2 + q_1 (s(-M_H^2 t_k + q_2(2s + t_k)) + (2(M_H^2 + q_2)s + (M_H^2 - q_2 - 2s)t_k) u_k \\ & \left. + 2(M_H^2 - t_k) u_k^2) + q_2 (-t_k (s^2 + u_k(t_k + u_k)) + M_H^2 (s(t_k - 2u_k) + t_k(2t_k + u_k))) \right] . \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

Para \mathcal{M}_{gq} y $\mathcal{M}_{q\bar{q}}$ obtenemos, vía un intercambio de las partículas iniciales y finales, los siguientes resultados

$$\mathcal{M}_{gq} = \frac{\alpha_S^4 G_F^2 \text{Re}(C_{LO})}{648\pi^2 s} [h(s, \hat{q}_2, \hat{q}_1, u_k, t_k) + h(s, q_2, q_1, u_k, t_k)] , \quad (\text{C.15})$$

$$\mathcal{M}_{q\bar{q}} = -\frac{\alpha_S^4 G_F^2 \text{Re}(C_{LO})}{243\pi^2 s} [h(t_k, q_1, w_2, s, u_k) + h(t_k, \hat{q}_1, w_1, s, u_k)] , \quad (\text{C.16})$$

Finalmente, las funciones f_{qg} , f_{gq} y $f_{q\bar{q}}$ se definen como

$$\begin{aligned} f_{qg}(x, y, \theta_1, \theta_2) &= \Delta_{LO} s(1-x)(1-y) \mathcal{M}_{qg} , \\ f_{gq}(x, y, \theta_1, \theta_2) &= \Delta_{LO} s(1-x)(1+y) \mathcal{M}_{gq} , \\ f_{q\bar{q}}(x, y, \theta_1, \theta_2) &= \Delta_{LO} s(1-x) \mathcal{M}_{q\bar{q}} . \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Recordamos que q indica cualquier quark o antiquark no masivo.

Apéndice D

Resultados numéricos para el informe del HXSWG

En este apéndice presentamos los resultados numéricos para la sección eficaz de producción de dos bosones de Higgs a través de fusión de gluones que han sido calculados para el informe del *Higgs Cross Section Working Group* del LHC. Los resultados aquí presentados corresponden a los cálculos descritos en los capítulos 4 y 5, es decir, que poseen una precisión NNLL+NNLO.

Los parámetros utilizados para realizar estas predicciones son los siguientes: para la masa del bosón de Higgs se hizo un barrido con 4 valores, 124,5, 125, 125,09 y 125,5 GeV; la masa del quark top fue fijada a $m_t = 172,5$ GeV, y no se consideraron contribuciones de otros quarks; el valor central de las escalas de factorización y renormalización elegido fue $\mu_F = \mu_R = Q/2 \equiv \mu_0$, siendo Q la masa invariante del sistema formado por el par de bosones de Higgs. La incerteza proveniente de la variación de estas últimas fue estimada realizando un barrido de 7 puntos, con $\mu_F, \mu_R = \{\mu_0/2, \mu_0, 2\mu_0\}$ manteniendo la restricción $1/2 \leq \mu_F/\mu_R \leq 2$. Todos los cálculos se repitieron para 4 energías posibles del LHC, 7, 8, 13 y 14 TeV, como así también para 100 TeV, debido a que la observación de este proceso y la determinación con precisión del autoacoplamiento del bosón de Higgs es una de las motivaciones para un futuro colisionador hadrónico de mayor energía. Las distribuciones de partones y acoplamiento fuerte utilizados fueron aquellos dados por la última recomendación del grupo PDF4LHC [127].

En la Tabla D.1 se muestran los resultados para la sección eficaz total a NNLL+NNLO, para todos los valores de m_h y E_{cm} requeridos. Se muestran también las incertezas provenientes de la variación de las escalas, como así también la correspondiente a la determinación

| | | | | |
|--------------------|-----------|----------------|--------------|--------------------------|
| $m_h = 124,5$ GeV | NNLL (fb) | scale unc. (%) | PDF unc. (%) | PDF+ α_S unc. (%) |
| 7 TeV | 7,77 | +4,0 – 5,7 | $\pm 3,4$ | $\pm 4,4$ |
| 8 TeV | 11,3 | +4,1 – 5,7 | $\pm 3,0$ | $\pm 4,0$ |
| 13 TeV | 38,2 | +4,3 – 6,0 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,1$ |
| 14 TeV | 45,3 | +4,4 – 6,0 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,0$ |
| 100 TeV | 1760 | +5,0 – 6,7 | $\pm 1,7$ | $\pm 2,7$ |
| $m_h = 125$ GeV | NNLL (fb) | scale unc. (%) | PDF unc. (%) | PDF+ α_S unc. (%) |
| 7 TeV | 7,72 | +4,0 – 5,7 | $\pm 3,4$ | $\pm 4,4$ |
| 8 TeV | 11,2 | +4,1 – 5,7 | $\pm 3,1$ | $\pm 4,0$ |
| 13 TeV | 38,0 | +4,3 – 6,0 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,1$ |
| 14 TeV | 45,1 | +4,4 – 6,0 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,0$ |
| 100 TeV | 1749 | +5,1 – 6,6 | $\pm 1,7$ | $\pm 2,7$ |
| $m_h = 125,09$ GeV | NNLL (fb) | scale unc. (%) | PDF unc. (%) | PDF+ α_S unc. (%) |
| 7 TeV | 7,71 | +4,0 – 5,7 | $\pm 3,4$ | $\pm 4,4$ |
| 8 TeV | 11,2 | +4,1 – 5,7 | $\pm 3,1$ | $\pm 4,0$ |
| 13 TeV | 37,9 | +4,3 – 6,0 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,1$ |
| 14 TeV | 45,0 | +4,4 – 6,0 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,0$ |
| 100 TeV | 1748 | +5,0 – 6,5 | $\pm 1,7$ | $\pm 2,6$ |
| $m_h = 125,5$ GeV | NNLL (fb) | scale unc. (%) | PDF unc. (%) | PDF+ α_S unc. (%) |
| 7 TeV | 7,66 | +4,0 – 5,7 | $\pm 3,4$ | $\pm 4,4$ |
| 8 TeV | 11,1 | +4,1 – 5,7 | $\pm 3,1$ | $\pm 4,0$ |
| 13 TeV | 37,7 | +4,3 – 6,0 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,1$ |
| 14 TeV | 44,8 | +4,4 – 5,9 | $\pm 2,1$ | $\pm 3,1$ |
| 100 TeV | 1738 | +5,2 – 6,4 | $\pm 1,7$ | $\pm 2,7$ |

Tabla D.1: Sección eficaz total para distintos valores de masa del bosón de Higgs y diferentes energías de centro de masa, junto con las incertezas provenientes de la variación de las escalas de factorización y renormalización, y de la determinación del flujo de partones y del acoplamiento fuerte.

del flujo de partones y α_S . Se puede observar que, con la nueva prescripción del grupo PDF4LHC, estas últimas incertezas son considerablemente menores a lo que se obtenía anteriormente.

Además de la sección eficaz total, también hemos calculado, para todos los puntos de la tabla anterior, las distribuciones en masa invariante. A modo de ejemplo, en la figure D.1 se muestran aquellas correspondientes a $m_h = 125$ GeV.

Además de la sección eficaz predicha por el modelo estándar (SM), resulta también importante estudiar qué ocurre en otros escenarios en donde existen desviaciones respecto

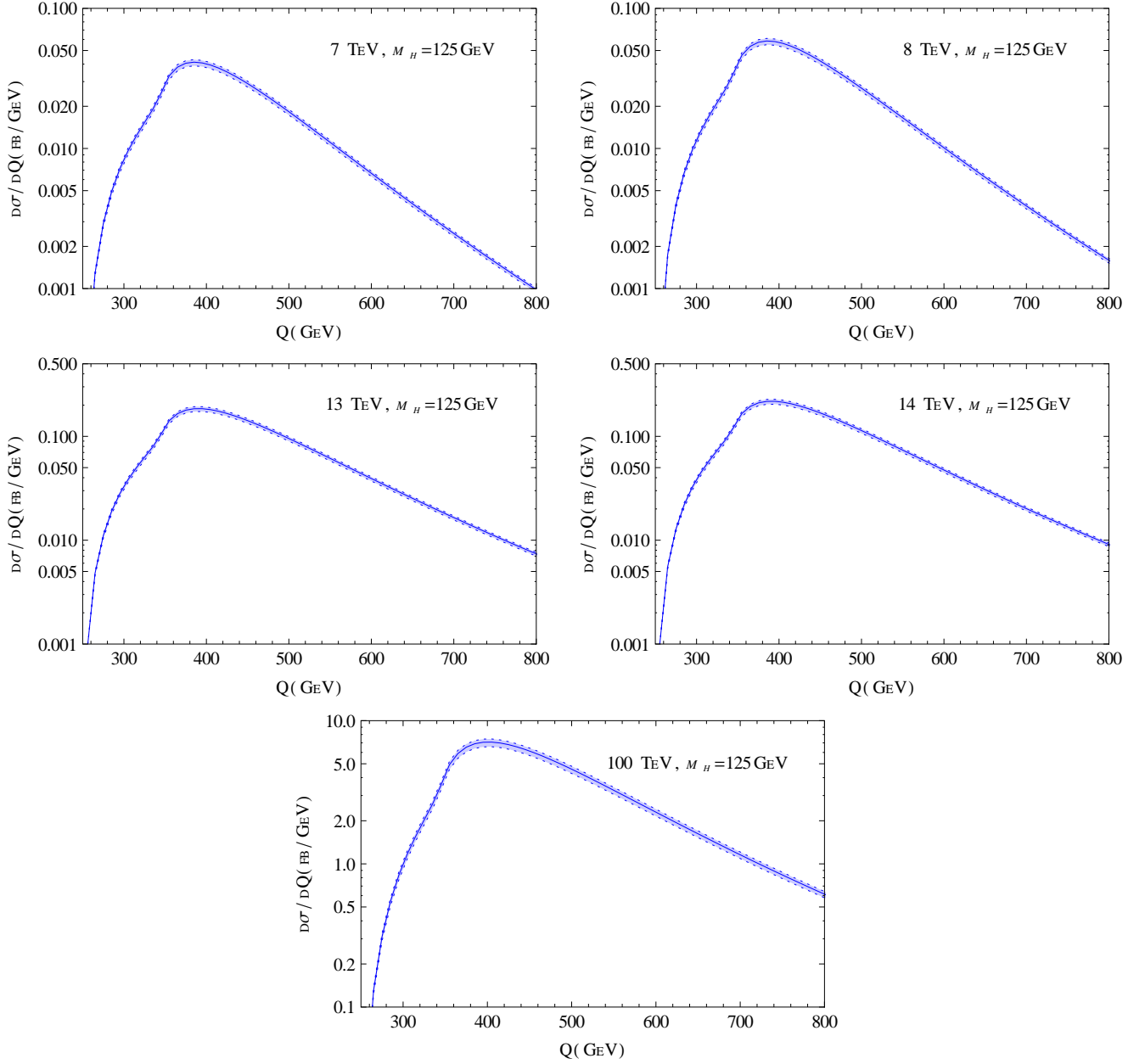


Figura D.1: Distribución en la masa invariante del sistema formado por los dos bosones de Higgs Q a NNLL+NNLO, para distintas energías de centro de masa. Las bandas corresponden a la incerteza proveniente de la variación de las escalas.

| E_{cm} | $\lambda/\lambda_{SM} = -1$ | $\lambda/\lambda_{SM} = -0,5$ | $\lambda/\lambda_{SM} = 0$ | $\lambda/\lambda_{SM} = 0,5$ | $\lambda/\lambda_{SM} = 2$ |
|----------|-----------------------------|-------------------------------|----------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 7 TeV | 4,17 | 3,12 | 2,24 | 1,53 | 0,452 |
| 8 TeV | 4,09 | 3,06 | 2,21 | 1,52 | 0,455 |
| 13 TeV | 3,85 | 2,92 | 2,13 | 1,49 | 0,466 |
| 14 TeV | 3,82 | 2,90 | 2,12 | 1,49 | 0,467 |
| 100 TeV | 3,39 | 2,62 | 1,97 | 1,43 | 0,492 |

Tabla D.2: Sección eficaz total a NNLL+NNLO (en unidades de la correspondiente al SM) para distintos valores del autoacoplamiento triple λ , para distintas energías de centro de masa. Los resultados corresponden a $m_h = 125$ GeV.

del anterior. Se calcularon, por esta razón, las secciones eficaces para diferentes valores del autoacoplamiento triple del bosón de Higgs, λ . Además, esto permite dar una idea de la sensibilidad con la cual se podrá medir este acoplamiento.

En la Tabla D.2 se muestran los resultados correspondientes a $\lambda/\lambda_{SM} = -1, -0,5, 0, 0,5$ y 2. Para estos cálculos se utilizó únicamente el valor $m_h = 125$ GeV. Los resultados de la tabla se encuentran expresados en unidades de la sección eficaz correspondiente al modelo estándar (la cual se encuentra en la Tabla D.1).

Finalmente, en la figura D.2 se muestran los resultados de la tabla anterior para las energías de centro de masa 8, 13 y 100 TeV. Además, con fines comparativos, se calcularon también los resultados correspondientes al LO. Esto resulta útil ya que en muchos estudios fenomenológicos en los que se analizan variaciones al modelo estándar, los resultados que se presentan corresponden al orden más bajo en QCD.

A partir de la figura podemos observar, en primer lugar, que las variaciones de la sección eficaz con respecto al valor de λ son similares para las distintas energías, con una tendencia a una mayor sensibilidad para menores energías de centro de masa. Respecto de las diferencias entre el cálculo de este cociente a NNLL+NNLO y a LO, podemos ver que si bien son claramente observables, son también relativamente pequeñas. Esto se debe a que, si bien las correcciones de QCD son muy grandes, tienen una dependencia débil con el valor del parámetro λ . De esta forma justificamos entonces el uso de cálculos a LO para obtener este tipo de resultados. Obviamente, esto es sólo válido para el cociente con el valor correspondiente al modelo estándar. Para obtener, a partir de este cociente a LO, el valor

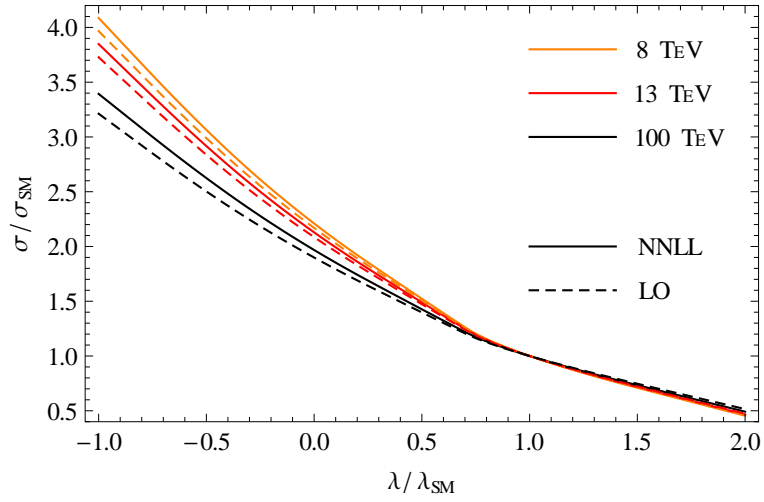


Figura D.2: Sección eficaz total en función del valor del autoacoplamiento triple λ , para distintas energías de centro de masa. Se muestran los resultados a NNLL+NNLO (líneas sólidas) y a LO (líneas punteadas).

de la sección eficaz, se deben utilizar los resultados a NNLL+NNLO de la Tabla D.1.

Referencias

- [1] P. W. Higgs, *Phys.Rev.Lett.* **13** (1964) 508–509.
- [2] F. Englert and R. Brout, *Phys.Rev.Lett.* **13** (1964) 321–323.
- [3] G. Guralnik, C. Hagen, and T. Kibble, *Phys.Rev.Lett.* **13** (1964) 585–587.
- [4] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Phys.Lett.* **B716** (2012) 1–29,
[arXiv:1207.7214].
- [5] **CMS** Collaboration, S. Chatrchyan et al., *Phys.Lett.* **B716** (2012) 30–61,
[arXiv:1207.7235].
- [6] **ATLAS, CMS** Collaboration, G. Aad et al., *Phys.Rev.Lett.* **114** (2015) 191803,
[arXiv:1503.07589].
- [7] R. V. Harlander and W. B. Kilgore, *Phys.Rev.Lett.* **88** (2002) 201801,
[hep-ph/0201206].
- [8] C. Anastasiou and K. Melnikov, *Nucl.Phys.* **B646** (2002) 220–256,
[hep-ph/0207004].
- [9] V. Ravindran, J. Smith, and W. L. van Neerven, *Nucl.Phys.* **B665** (2003) 325–366,
[hep-ph/0302135].
- [10] S. Dawson, S. Dittmaier, and M. Spira, *Phys.Rev.* **D58** (1998) 115012,
[hep-ph/9805244].
- [11] Tech. Rep. ATLAS-CONF-2015-044, CMS-PAS-HIG-15-002, CERN, Geneva, Sep,
2015.

- [12] CMS Collaboration, V. Khachatryan et al., *Eur. Phys. J.* **C76** (2016), no. 1 13, [arXiv:1508.07819].
- [13] CMS Collaboration, V. Khachatryan et al., arXiv:1512.08377.
- [14] ATLAS Collaboration, G. Aad et al., *Phys. Rev. Lett.* **115** (2015), no. 9 091801, [arXiv:1504.05833].
- [15] ATLAS Collaboration, G. Aad et al., *Phys. Lett.* **B753** (2016) 69–85, [arXiv:1508.02507].
- [16] C.-N. Yang and R. L. Mills, *Phys.Rev.* **96** (1954) 191–195.
- [17] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction To Quantum Field Theory (Frontiers in Physics)*. Westview Press, 1995.
- [18] J. C. Collins, D. E. Soper, and G. F. Sterman, *Adv.Ser.Direct.High Energy Phys.* **5** (1988) 1–91, [hep-ph/0409313].
- [19] C. G. Bollini and J. J. Giambiagi, *Nuovo Cim.* **B12** (1972) 20–26.
- [20] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189–213.
- [21] A. Martin, W. Stirling, R. Thorne, and G. Watt, *Eur.Phys.J.* **C63** (2009) 189–285, [arXiv:0901.0002].
- [22] D. de Florian and J. Mazzitelli, *JHEP* **1212** (2012) 088, [arXiv:1209.0673].
- [23] T. van Ritbergen, J. Vermaseren, and S. Larin, *Phys.Lett.* **B400** (1997) 379–384, [hep-ph/9701390].
- [24] M. Czakon, *Nucl.Phys.* **B710** (2005) 485–498, [hep-ph/0411261].
- [25] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438–450. [Yad. Fiz.15,781(1972)].
- [26] Y. L. Dokshitzer, *Sov. Phys. JETP* **46** (1977) 641–653. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.73,1216(1977)].

- [27] G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys.* **B126** (1977) 298.
- [28] A. Vogt, S. Moch, and J. Vermaseren, *Nucl.Phys.* **B691** (2004) 129–181, [[hep-ph/0404111](#)].
- [29] S. Moch, J. Vermaseren, and A. Vogt, *Nucl.Phys.* **B688** (2004) 101–134, [[hep-ph/0403192](#)].
- [30] R. V. Harlander and K. J. Ozeren, *JHEP* **0911** (2009) 088, [[arXiv:0909.3420](#)].
- [31] A. Pak, M. Rogal, and M. Steinhauser, *JHEP* **1002** (2010) 025, [[arXiv:0911.4662](#)].
- [32] R. V. Harlander, H. Mantler, S. Marzani, and K. J. Ozeren, *Eur.Phys.J.* **C66** (2010) 359–372, [[arXiv:0912.2104](#)].
- [33] S. Dawson, *Nucl.Phys.* **B359** (1991) 283–300.
- [34] A. Djouadi, M. Spira, and P. Zerwas, *Phys.Lett.* **B264** (1991) 440–446.
- [35] M. Spira, A. Djouadi, D. Graudenz, and P. Zerwas, *Nucl.Phys.* **B453** (1995) 17–82, [[hep-ph/9504378](#)].
- [36] R. Harlander and P. Kant, *JHEP* **0512** (2005) 015, [[hep-ph/0509189](#)].
- [37] S. Moch and A. Vogt, *Phys.Lett.* **B631** (2005) 48–57, [[hep-ph/0508265](#)].
- [38] C. Anastasiou, C. Duhr, F. Dulat, E. Furlan, T. Gehrmann, et al., [arXiv:1403.4616](#).
- [39] S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini, and P. Nason, *JHEP* **0307** (2003) 028, [[hep-ph/0306211](#)].
- [40] D. de Florian and M. Grazzini, *Phys.Lett.* **B718** (2012) 117–120, [[arXiv:1206.4133](#)].
- [41] M. Bonvini and S. Marzani, *JHEP* **1409** (2014) 007, [[arXiv:1405.3654](#)].
- [42] S. Moch and A. Vogt, *JHEP* **0911** (2009) 099, [[arXiv:0909.2124](#)].

- [43] G. Soar, S. Moch, J. Vermaseren, and A. Vogt, *Nucl.Phys.* **B832** (2010) 152–227, [arXiv:0912.0369].
- [44] C. Anastasiou, C. Duhr, F. Dulat, F. Herzog, and B. Mistlberger, *Phys.Rev.Lett.* **114** (2015), no. 21 212001, [arXiv:1503.06056].
- [45] C. Anastasiou, C. Duhr, F. Dulat, E. Furlan, T. Gehrmann, F. Herzog, A. Lazopoulos, and B. Mistlberger, arXiv:1602.00695.
- [46] K. Chetyrkin, B. A. Kniehl, and M. Steinhauser, *Nucl.Phys.* **B510** (1998) 61–87, [hep-ph/9708255].
- [47] Y. Schröder and M. Steinhauser, *JHEP* **0601** (2006) 051, [hep-ph/0512058].
- [48] K. Chetyrkin, J. H. Kühn, and C. Sturm, *Nucl.Phys.* **B744** (2006) 121–135, [hep-ph/0512060].
- [49] W. van Neerven and A. Vogt, *Nucl.Phys.* **B603** (2001) 42–68, [hep-ph/0103123].
- [50] J. Vermaseren, *Int.J.Mod.Phys.* **A14** (1999) 2037–2076, [hep-ph/9806280].
- [51] E. Remiddi and J. Vermaseren, *Int.J.Mod.Phys.* **A15** (2000) 725–754, [hep-ph/9905237].
- [52] J. Vermaseren, math-ph/0010025.
- [53] M. Tentyukov and J. Vermaseren, *Comput.Phys.Commun.* **181** (2010) 1419–1427, [hep-ph/0702279].
- [54] J. Kuipers, T. Ueda, J. Vermaseren, and J. Vollinga, *Comput.Phys.Commun.* **184** (2013) 1453–1467, [arXiv:1203.6543].
- [55] A. Vogt, *Phys.Lett.* **B691** (2010) 77–81, [arXiv:1005.1606].
- [56] A. Almasy, G. Soar, and A. Vogt, *JHEP* **1103** (2011) 030, [arXiv:1012.3352].
- [57] Y. Dokshitzer, G. Marchesini, and G. Salam, *Phys.Lett.* **B634** (2006) 504–507, [hep-ph/0511302].

- [58] V. Ravindran, *Nucl.Phys.* **B752** (2006) 173–196, [[hep-ph/0603041](#)].
- [59] T. Ahmed, M. Mahakhud, N. Rana, and V. Ravindran, [arXiv:1404.0366](#).
- [60] A. Vogt, *Phys.Lett.* **B497** (2001) 228–234, [[hep-ph/0010146](#)].
- [61] E. Laenen and L. Magnea, *Phys.Lett.* **B632** (2006) 270–276, [[hep-ph/0508284](#)].
- [62] A. Idilbi, X.-d. Ji, J.-P. Ma, and F. Yuan, *Phys.Rev.* **D73** (2006) 077501, [[hep-ph/0509294](#)].
- [63] S. Catani, M. L. Mangano, P. Nason, and L. Trentadue, *Nucl.Phys.* **B478** (1996) 273–310, [[hep-ph/9604351](#)].
- [64] S. Moch and A. Vogt, *Phys.Lett.* **B680** (2009) 239–246, [[arXiv:0908.2746](#)].
- [65] S. Moch, J. Vermaseren, and A. Vogt, *Nucl.Phys.* **B726** (2005) 317–335, [[hep-ph/0506288](#)].
- [66] M. Cacciari and N. Houdeau, *JHEP* **1109** (2011) 039, [[arXiv:1105.5152](#)].
- [67] A. David and G. Passarino, *Phys.Lett.* **B726** (2013) 266–272, [[arXiv:1307.1843](#)].
- [68] R. D. Ball, M. Bonvini, S. Forte, S. Marzani, and G. Ridolfi, *Nucl.Phys.* **B874** (2013) 746–772, [[arXiv:1303.3590](#)].
- [69] M. Bonvini, R. D. Ball, S. Forte, S. Marzani, and G. Ridolfi, [arXiv:1404.3204](#).
- [70] S. Alekhin, J. Blümlein, and S. Moch, *Phys.Rev.* **D89** (2014) 054028, [[arXiv:1310.3059](#)].
- [71] J. Rojo, *NNPDF3.0: Next Generation PDFs for LHC Run II* (presented at ICHEP 2014).
- [72] T. Plehn and M. Rauch, *Phys.Rev.* **D72** (2005) 053008, [[hep-ph/0507321](#)].
- [73] U. Baur, T. Plehn, and D. L. Rainwater, *Phys.Rev.* **D67** (2003) 033003, [[hep-ph/0211224](#)].

- [74] M. J. Dolan, C. Englert, and M. Spannowsky, *JHEP* **1210** (2012) 112, [arXiv:1206.5001].
- [75] A. Papaefstathiou, L. L. Yang, and J. Zurita, *Phys.Rev.* **D87** (2013), no. 1 011301, [arXiv:1209.1489].
- [76] J. Baglio, A. Djouadi, R. Gröber, M. Mühlleitner, J. Quevillon, et al., *JHEP* **1304** (2013) 151, [arXiv:1212.5581].
- [77] U. Baur, T. Plehn, and D. L. Rainwater, *Phys.Rev.* **D69** (2004) 053004, [hep-ph/0310056].
- [78] M. J. Dolan, C. Englert, and M. Spannowsky, *Phys.Rev.* **D87** (2013), no. 5 055002, [arXiv:1210.8166].
- [79] F. Goertz, A. Papaefstathiou, L. L. Yang, and J. Zurita, *JHEP* **1306** (2013) 016, [arXiv:1301.3492].
- [80] D. Y. Shao, C. S. Li, H. T. Li, and J. Wang, *JHEP* **1307** (2013) 169, [arXiv:1301.1245].
- [81] D. E. Ferreira de Lima, A. Papaefstathiou, and M. Spannowsky, *JHEP* **08** (2014) 030, [arXiv:1404.7139].
- [82] J. K. Behr, D. Bortoletto, J. A. Frost, N. P. Hartland, C. Issever, and J. Rojo, arXiv:1512.08928.
- [83] M. Gouzevitch, A. Oliveira, J. Rojo, R. Rosenfeld, G. P. Salam, et al., *JHEP* **1307** (2013) 148, [arXiv:1303.6636].
- [84] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Phys. Rev.* **D92** (2015) 092004, [arXiv:1509.04670].
- [85] **CMS** Collaboration, V. Khachatryan et al., arXiv:1603.06896.
- [86] **CMS** Collaboration, V. Khachatryan et al., *Phys. Lett.* **B749** (2015) 560–582, [arXiv:1503.04114].

- [87] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Eur. Phys. J.* **C75** (2015), no. 9 412, [arXiv:1506.00285].
- [88] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Phys. Rev. Lett.* **114** (2015), no. 8 081802, [arXiv:1406.5053].
- [89] N. Chen, C. Du, Y. Fang, and L.-C. Lü, *Phys. Rev.* **D89** (2014), no. 11 115006, [arXiv:1312.7212].
- [90] J. M. No and M. Ramsey-Musolf, *Phys. Rev.* **D89** (2014), no. 9 095031, [arXiv:1310.6035].
- [91] G. F. Giudice, C. Grojean, A. Pomarol, and R. Rattazzi, *JHEP* **06** (2007) 045, [hep-ph/0703164].
- [92] G. D. Kribs, T. Plehn, M. Spannowsky, and T. M. P. Tait, *Phys. Rev.* **D76** (2007) 075016, [arXiv:0706.3718].
- [93] H. Georgi, S. Glashow, M. Machacek, and D. V. Nanopoulos, *Phys.Rev.Lett.* **40** (1978) 692.
- [94] E. N. Glover and J. van der Bij, *Nucl.Phys.* **B309** (1988) 282.
- [95] O. J. Eboli, G. Marques, S. Novaes, and A. Natale, *Phys.Lett.* **B197** (1987) 269.
- [96] T. Plehn, M. Spira, and P. Zerwas, *Nucl.Phys.* **B479** (1996) 46–64, [hep-ph/9603205].
- [97] A. Djouadi, J. Kalinowski, and P. Zerwas, *Z.Phys.* **C54** (1992) 255–262.
- [98] J. Grigo, J. Hoff, K. Melnikov, and M. Steinhauser, *Nucl.Phys.* **B875** (2013) 1–17, [arXiv:1305.7340].
- [99] F. Maltoni, E. Vryonidou, and M. Zaro, *JHEP* **1411** (2014) 079, [arXiv:1408.6542].
- [100] J. Grigo, J. Hoff, and M. Steinhauser, *Nucl. Phys.* **B900** (2015) 412–430, [arXiv:1508.00909].

- [101] K. Chetyrkin and F. Tkachov, *Nucl.Phys.* **B192** (1981) 159–204.
- [102] S. Laporta, *Int.J.Mod.Phys.* **A15** (2000) 5087–5159, [[hep-ph/0102033](#)].
- [103] C. Anastasiou and A. Lazopoulos, *JHEP* **0407** (2004) 046, [[hep-ph/0404258](#)].
- [104] A. Smirnov, *JHEP* **0810** (2008) 107, [[arXiv:0807.3243](#)].
- [105] A. von Manteuffel and C. Studerus, [arXiv:1201.4330](#).
- [106] R. K. Ellis and G. Zanderighi, *JHEP* **0802** (2008) 002, [[arXiv:0712.1851](#)].
- [107] M. Krämer, E. Laenen, and M. Spira, *Nucl.Phys.* **B511** (1998) 523–549, [[hep-ph/9611272](#)].
- [108] K. Chetyrkin, B. A. Kniehl, and M. Steinhauser, *Phys.Rev.Lett.* **79** (1997) 353–356, [[hep-ph/9705240](#)].
- [109] J. Grigo, K. Melnikov, and M. Steinhauser, *Nucl.Phys.* **B888** (2014) 17–29, [[arXiv:1408.2422](#)].
- [110] R. V. Harlander, *Phys.Lett.* **B492** (2000) 74–80, [[hep-ph/0007289](#)].
- [111] T. Gehrmann, T. Huber, and D. Maitre, *Phys.Lett.* **B622** (2005) 295–302, [[hep-ph/0507061](#)].
- [112] P. Baikov, K. Chetyrkin, A. Smirnov, V. Smirnov, and M. Steinhauser, *Phys.Rev.Lett.* **102** (2009) 212002, [[arXiv:0902.3519](#)].
- [113] T. Gehrmann, E. Glover, T. Huber, N. Ikizlerli, and C. Studerus, *JHEP* **1006** (2010) 094, [[arXiv:1004.3653](#)].
- [114] T. Hahn, *Comput.Phys.Commun.* **140** (2001) 418–431, [[hep-ph/0012260](#)].
- [115] R. Mertig, M. Bohm, and A. Denner, *Comput.Phys.Commun.* **64** (1991) 345–359.
- [116] S. Catani, *Phys.Lett.* **B427** (1998) 161–171, [[hep-ph/9802439](#)].

- [117] G. F. Sterman and M. E. Tejeda-Yeomans, *Phys.Lett.* **B552** (2003) 48–56, [hep-ph/0210130].
- [118] S. M. Aybat, L. J. Dixon, and G. F. Sterman, *Phys.Rev.Lett.* **97** (2006) 072001, [hep-ph/0606254].
- [119] S. Frixione, Z. Kunszt, and A. Signer, *Nucl.Phys.* **B467** (1996) 399–442, [hep-ph/9512328].
- [120] S. Frixione, *Nucl.Phys.* **B410** (1993) 280–324.
- [121] A. Martin, W. Stirling, R. Thorne, and G. Watt, *Eur.Phys.J.* **C64** (2009) 653–680, [arXiv:0905.3531].
- [122] M. Botje, J. Butterworth, A. Cooper-Sarkar, A. de Roeck, J. Feltesse, et al., arXiv:1101.0538.
- [123] G. F. Sterman, *Nucl.Phys.* **B281** (1987) 310.
- [124] S. Catani and L. Trentadue, *Nucl.Phys.* **B327** (1989) 323.
- [125] S. Catani, L. Cieri, D. de Florian, G. Ferrera, and M. Grazzini, arXiv:1405.4827.
- [126] D. de Florian and J. Mazzitelli, *Phys.Lett.* **B724** (2013) 306–309, [arXiv:1305.5206].
- [127] J. Butterworth et al., *J. Phys.* **G43** (2016) 023001, [arXiv:1510.03865].
- [128] J. Vermaseren, A. Vogt, and S. Moch, *Nucl.Phys.* **B724** (2005) 3–182, [hep-ph/0504242].
- [129] S. Moch, J. Vermaseren, and A. Vogt, *Nucl.Phys.* **B813** (2009) 220–258, [arXiv:0812.4168].
- [130] G. Passarino and M. Veltman, *Nucl.Phys.* **B160** (1979) 151.